Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Cours d'études indépendantes

Version à valider

Manitoba

Released 2012

Printed in Canada
Imprimé au Canada

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Cours d'études indépendantes

Version à valider

2012, 2020
Éducation Manitoba

Éducation Manitoba - Données de catalogue avant publication

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S) :
cours d’études indépendantes, version à valider

Includes bibliographical references.
ISBN: 978-0-7711-5150-7

1. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire).
2. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire) - Manitoba.
3. Mathématiques – Enseignement programmé.
4. Enseignement à distance – Manitoba.
5. Cours par correspondance – Manitoba.
I. Manitoba. Éducation Manitoba
510

Éducation Manitoba
Bureau de l’éducation française
Winnipeg, Manitoba, Canada

Ce document a été publié en 2012 et mis à jour en 2020.

This document is available in English.

Dans le présent document, le genre masculin appliquée aux personnes a été employé dans le seul but d’alléger le texte.

Table des matières

REMERCIEMENTS

Éducation Manitoba remercie sincèrement les personnes suivantes de leur contribution à l'élaboration du présent document intitulé *Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul, 10e année (20S) : cours d'études indépendantes, version à valider.*

Rédacteur	Bonnie Hildebrand	Conseillère / Rédactrice Winnipeg, Manitoba
Éducation Manitoba	Danielle Bérard Opératrice en éditique	Bureau de l'éducation française
	Carole Bilyk Chef du projet	Section du développement Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Louise Boissonneault Coordinatrice	Section du développement de documents Direction des ressources éducatives
	Marianne Fenn Conseillère	Enseignement à distance Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Lynn Harrison Opératrice en éditique	Section du développement de documents Direction des ressources éducatives
	Myrna Klassen Conseillère	Enseignement à distance Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Amanda Konrad Adjointe à la conception pédagogique	Section du développement Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Gilles Landry Directeur du projet	Section du développement Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Denise Le Blanc Enseignante	Centre scolaire Léo-Rémillard Division scolaire franco-manitobaine
	Philippe Leclercq Conseiller pédagogique	Conseiller pédagogique—Mathématiques 9 à 12 Division du Bureau de l'éducation française Division
	Susan Lee Coordonatrice	Section de l'apprentissage à distance Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Grant Moore	Section du développement de documents Direction des ressources éducatives
	John Murray Conseiller pédagogique	Section du développement Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Marie Strong Opératrice en éditique	Bureau de l'éducation française

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^{e} année (20S)

Introduction

Introduction

Survol

Bienvenue au cours *Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul, 10e année*! Ce cours s'inscrit dans la continuité des concepts que tu as étudiés par les années passées, et une introduction à de nouveaux sujets. Il représente une préparation au cours de mathématiques appliquées et au cours de mathématiques pré-calcul de 11e et de 12e années. Il aide aussi à développer les habiletés, les notions et la confiance dont tu auras besoin pour continuer à étudier les mathématiques à l'avenir.

La résolution de problèmes, la communication, le raisonnement et le calcul mental sont quelques-uns des aspects que tu développeras dans chacun des modules. Tu réaliseras différentes activités qui aident à établir des liens entre les concepts et symboles mathématiques et le monde qui nous entoure.

Tu exploreras quatre domaines : le nombre, les régularités et les relations, la forme et l'espace, ainsi que les statistiques et les probabilités.

Ce cours est divisé en huit modules, présentés comme suit :

- Module 1 – Les graphiques et les relations
- Module 2 – Le sens du nombre
- Module 3 – La mesure
- Module 4 – La trigonométrie
- Module 5 – Les relations et les fonctions
- Module 6 – Les polynômes
- Module 7 – La géométrie cartésienne
- Module 8 – Les systèmes d'équations

De quoi auras-tu besoin?

Tu n'auras pas besoin d'un manuel scolaire pour le cours. La présente trousse pédagogique contient tout le nécessaire.

Ressources demandées

Voici la liste des choses que tu **dois** avoir pour suivre le cours :

- une calculatrice scientifique;
- une règle métrique (environ 15 cm de long);
- une règle impériale (environ 6 pouces de long);
- un ensemble de géométrie comprenant un compas, un rapporteur et une équerre;
- papier quadrillé;
- cahier ou cartable pour placer tes activités d'apprentissage complétées. (Ce sont les activités que tu dois réaliser mais que tu n'as pas à envoyer pour évaluation.)

Ressources facultatives

- L'accès à un ordinateur muni d'un tableur et d'un programme de graphiques est un atout, mais n'est pas obligatoire.
- L'Internet peut servir de ressource pour certains aspects, mais si tu n'as pas accès à une connexion Internet, tu pourras quand même faire les activités d'apprentissage et les devoirs demandés.
- L'accès à un photocopieur ou un balayeur serait utile, car tu pourrais ainsi faire des copies de tes devoirs avant de les envoyer à la Section de l'enseignement à distance. De cette façon, si ton tuteur ou correcteur et toi avez besoin de discuter d'un devoir, tu auras une copie sous la main.

Comment savoir si tu t'en sors bien?

Tu sauras comment se déroule ton apprentissage en réussissant les volets du cours suivants :

Activités d'apprentissage

Chaque activité d'apprentissage est constituée de deux parties, la partie A qui contient des questions de calcul mental et la partie B qui contient des questions relatives au contenu de la leçon.

N'envoie pas les activités d'apprentissage à la Section de l'enseignement à distance.

Partie A : Calcul mental

Les questions de calcul mental te sont fournies comme des activités de réchauffement avant que tu ne passes aux autres questions. Chaque question doit être complétée rapidement sans l'aide ni d'un crayon ni d'une calculatrice. Alors que certaines questions sont directement liées au contenu des leçons de ce cours, d'autres font appel à du matériel que tu as déjà vu lors de cours précédents. Tu devrais être capable de répondre aux questions sans écrire les différentes étapes sur une feuille de papier.

Ta capacité à répondre à ces questions en quelques minutes te sera utile lorsque tu continueras des études de mathématiques. Si tu trouves qu'il te faut beaucoup de temps pour compléter ces questions, voici ce que tu pourrais essayer :

- travaille ave ton partenaire d'études afin de trouver des stratégies plus efficaces pour répondre aux questions;
- demande de l'aide à ton tuteur ou correcteur;
- recherche des sites Internet qui t'aideraient à effectuer des calculs afin que tu deviennes plus efficace lorsque tu réponds aux questions.

Ton travail qui porte sur les questions de calcul mental ne sera pas évalué. Aucune question de devoirs ou d'examens te demandera de faire des calculs rapides ou sans une calculatrice. Cependant, il te sera bénéfique de compléter les questions puisqu'elles t'aideront lors de ce cours. Elles t'aideront à bâtir ta confiance dans tes habiletés mathématiques. Les questions de calcul mental ressemblent à des réchauffements qu'il faut effectuer avant une compétition sportive.

Partie B : Contenu de la leçon

Un des moyens les plus simples et les plus rapides d'évaluer tes apprentissages consiste à faire les activités d'apprentissage. Ces activités ont été conçues pour te permettre de t'autoévaluer en comparant tes réponses aux corrigés à la fin de chaque module. On trouve des corrigés pour chaque leçon. Certaines leçons ont plus d'un corrigé. Tu auras besoin d'un cahier pour écrire tes réponses.

Tu devras terminer chaque activité d'apprentissage. En plus de te permettre de faire des observations, ces activités t'aideront à mettre en application les notions apprises et à te préparer à réussir tes devoirs et tes examens. Une grande partie des questions des examens ressembleront aux questions posées dans les activités d'apprentissage. Par conséquent, si tu es capable de répondre correctement à ces questions, tu as d'excellentes chances de réussir tes examens. Si tu n'as pas donné que de bonnes réponses, tu devras réviser les leçons et revoir les instructions et les exemples. Ne passe pas aux modules suivants si tes apprentissages ne sont pas faits. Si tu sautes des étapes, tu perdras ton temps et tu ne seras pas capable de terminer les leçons suivantes.

Devoirs

Dans les devoirs, il y a des espaces prévus pour que tu puisses écrire tes réponses sur les feuilles de questions. Tu dois montrer toutes les étapes que tu as suivies pour trouver les solutions et t'assurer que tes réponses sont claires (indique les unités de mesure, s'il y a lieu). Il n'y a pas de corrigé pour les devoirs inclus à la fin du module parce que c'est ton tuteur ou correcteur qui corrigera les devoirs et te les retournera. Ces devoirs comptent pour 55 % de ta note finale. Tu dois compléter chacun des devoirs afin d'avoir une note finale pour ce cours. **Tu devras envoyer ces devoirs à la Section de l'enseignement à distance accompagnés de la page de présentation appropriée en fonction de l'information données dans ces mêmes pages qui se trouvent à la fin de l'introduction.**

Fiche-ressource

Quand tu te présenteras à l'examen de mi-session et à l'examen final, tu auras le droit d'apporter avec toi une fiche-ressource. Cette fiche doit être sur une seule feuille de papier format lettre, 8½ po sur 11 po, soit écrite à la main soit dactylographiée des deux côtés de la feuille. Tu dois remettre cette feuille avec ton examen. Il n'y aura pas de points attribués à ta fiche-ressource d'examen.

Pour beaucoup d'élèves, préparer une fiche-ressource d'examen est un excellent moyen de réviser la matière. Elle fournit un résumé des points importants de chaque module, que tu peux consulter en tout temps. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource pour chaque module afin de l'aider à étudier et à réviser. Des résumés de leçons te sont fournis pour te servir de guide, tout comme les sommaires de modules à la fin de chaque module.

Quand tu auras préparé les fiches-ressources de chaque module, tu pourras essayer de résumer les fiches des modules 1, 2, 3 et 4, et en faire la fiche-ressource de l'examen de mi-session. Souviens-toi, l'examen de mi-session ne porte que sur les quatre premiers modules du cours.

Examen de mi-session et examen final

Ce cours comprend un examen de mi-session et un examen final. Tu dois les écrire en présence d'un surveillant. L'examen de mi-session porte sur les modules 1 à 4 et vaut 20 % de la note finale du cours. Tu pourras te présenter à cet examen quand tu auras complété le module 4. Pour obtenir de bons résultats à l'examen de mi-session, tu devrais réviser tous les travaux que tu as faits dans les modules 1 à 4, y compris les activités d'apprentissage et les devoirs. Tu devras avoir en main le matériel suivant pour passer l'examen de mi-session : plumes/stylos bille, crayons à mine noire, papier brouillon, règle métrique, règle impériale, calculatrice scientifique, rapporteur et ta fiche-ressource.

L'examen final est cumulatif et porte sur les modules 1 à 8. Il vaut 25 % de la note finale du cours. Tu pourras te présenter à cet examen quand tu auras terminé le module 8. Pour bien réussir à l'examen final, tu devrais réviser tous les travaux que tu as faits du module 1 au module 8, y compris toutes les activités d'apprentissage et les devoirs. Tu devras avoir en main le matériel suivant pour passer l'examen final : plumes/stylos bille, crayons à mine noire, papier brouillon, calculatrice scientifique, règle métrique, règle impériale, rapporteur et ta fiche-ressource.

Demander tes examens

C'est à toi qu'appartient la responsabilité de prendre les dispositions nécessaires pour que les examens soient envoyés à ton surveillant du bureau de la Section de l'enseignement à distance. Avant de terminer le module 4, tu devras donc prendre rendez-vous pour l'examen de mi-session, et vers la fin du module 8, tu devras t'inscrire à l'examen final.

Voici les marches à suivre pour un examen.

Si tu fréquentes l'école, ton examen sera envoyé à ton école lorsque tous les devoirs requis auront été soumis. Tu dois prendre des dispositions avec le facilitateur de l'Option Études indépendantes (OEI) de ton école pour déterminer la date, l'heure et le lieu de l'examen.

Si tu ne fréquentes pas l'école, consulte le formulaire de demande d'examen pour connaître tes options. Les formulaires sont disponibles sur le site Web de la Section de l'enseignement à distance, ou tu peux obtenir l'information voulue sur le système de gestion de l'apprentissage. Deux semaines avant de passer l'examen final, remplis le formulaire et envoie-le par la poste, par télécopieur ou par courriel à :

> Section de l'enseignement à distance
> 555, rue Main, salle 500
> CP 2020
> Winkler (Manitoba) R6W 4B8
> Télécopieur : 204 325-1719
> Téléphone : 1 800 465-9915
> Courriel: distance.learning@gov.mb.ca

Examens de préparation et corrigés

Pour t'aider à réussir l'examen de mi-session et l'examen final, tu dois répondre aux questions des examens de préparation qui se trouvent sur le système de gestion de l'apprentissage.

Ces examens sont très semblables aux véritables examens que tu passeras. Ils comprennent aussi des corrigés pour que tu puisses vérifier tes réponses quand tu auras répondu aux questions. Ainsi, tu pourras être plus confiant en tes capacités pour obtenir de bons résultats aux examens. Si tu n'as pas d'accès à l'Internet, communique avec la Section de l'enseignement à distance au 1 800 465-9915 pour obtenir une copie des examens de préparation.

Tu as besoin d'aide?

Deux personnes peuvent t'aider à réussir ton cours.

Ton tuteur ou correcteur

La première personne à qui demander de l'aide est ton tuteur ou correcteur. Les tuteurs ou correcteurs sont des enseignants d'expérience qui font du tutorat pour les élèves de l'Option Études indépendantes et qui corrigent les devoirs et les examens. Si tu éprouves des difficultés à un moment ou à un autre durant le déroulement du cours, n'hésite pas à communiquer avec ton tuteur ou correcteur par téléphone ou par courriel. Cette personne pourra t'aider. Le nom et les coordonnées de ton tuteur ou correcteur t'ont été envoyés avec le cours. Tu peux également obtenir cette information sur le système de gestion de l'apprentissage.

Ton partenaire d'études

L'autre personne à qui tu peux t'adresser est ton partenaire d'études. Un partenaire d'études est une personne que tu choisis pour t'aider dans tes apprentissages. Il peut s'agir d'une personne qui connaît les mathématiques, mais ce n'est pas nécessaire. Un partenaire d'études peut être un autre élève qui suit le cours, un enseignant, un parent, un frère, une sœur, un ami ou toute personne qui peut te donner un coup de main. Un partenaire d'études doit surtout être quelqu'un avec qui tu te sens bien et qui t'appuiera tout au long du cours.

Ton partenaire d'études peut t'aider à respecter les délais, vérifier ton travail, t'aider à comprendre les devoirs, faire les lectures du cours avec toi ou examiner tes activités d'apprentissage et les commenter. Tu peux même étudier en vue de tes examens avec ton partenaire d'études.

Un des plus grands services que peut te rendre ton partenaire d'études est de faire la révision de l'examen de mi-session et de l'examen final de préparation avec toi. Tu peux trouver les examens de préparation et les corrigés sur le système de gestion de l'apprentissage. Ton partenaire d'études peut te faire passer un examen de préparation, vérifier tes réponses avec toi et ensuite t'aider à réviser la matière que tu ne connais pas bien.

Combien de temps dois-tu prévoir?

L'apprentissage dans le cadre des études indépendantes offre plusieurs avantages par rapport à l'apprentissage en classe. Tu es libre de choisir ta façon d'étudier et tu peux déterminer le temps qu'il te faudra pour terminer le cours. Tu n'as pas à attendre l'enseignant ou les autres élèves et tu peux travailler aussi rapidement que tu le souhaites. Tu peux aussi faire autant de leçons que tu le veux en même temps. Lis les pages qui suivent pour avoir une idée du rythme à adopter. Tu disposes d'une année complète à partir de la date de ton inscription pour terminer ce cours, mais tu es libre de déterminer ton rythme de travail.

Tableau A : 1er semestre

Voici une **suggestion de calendrier** que tu peux suivre si tu commences ton cours en septembre pour le terminer à la fin janvier.

Module	Date d'achèvement
Module 1	Mi-septembre
Module 2	Fin septembre
Module 3	Mi-octobre
Module 4	Fin octobre
Examen de mi-session	Début novembre
Module 5	Mi-novembre
Module 6	Fin novembre
Module 7	Mi-décembre
Module 8	Mi-janvier
Examen final	Fin janvier

Tableau B : 2e semestre

Voici une **suggestion de calendrier** que tu peux suivre si tu commences ton cours en février pour le terminer en mai.

Module	Date d'achèvement
Module 1	Mi-février
Module 2	Fin février
Module 3	Début mars
Module 4	Mi-mars
Examen de mi-session	Fin mars
Module 5	Début avril
Module 6	Mi-avril
Module 7	Fin avril
Module 8	Début mai
Examen final	Mi-mai

Tableau C : Année scolaire complète (non divisée en semestre)

Voici une **suggestion de calendrier** que tu peux suivre si tu commences ton cours en septembre pour le terminer en mai.

Module	Date d'achèvement
Module 1	Fin septembre
Module 2	Fin octobre
Module 3	Fin novembre
Module 4	Fin décembre
Examen de mi-session	Mi-janvier
Module 5	Mi-février
Module 6	Mi-mars
Module 7	Début avril
Module 8	Début mai
Examen final	Mi-mai

N'attends pas à la dernière minute pour terminer ton travail, car ton tuteur ou correcteur pourrait ne pas être disponible pour le corriger aussitôt. Il pourrait aussi s'écouler quelques semaines avant que ton tuteur ou correcteur corrige tous les documents et transmette tes notes à l'école.

Note : Si tu as besoin de ce cours pour obtenir ton diplôme à la fin de cette année scolaire, tous les devoirs doivent être reçus par la Section de l'enseignement à distance au plus tard le premier vendredi de mai, et l'examen doit être reçu par la Section de l'enseignement à distance avant le dernier vendredi de mai. Aucun devoir ou examen reçu après ces dates ne peut être traité à temps pour l'obtention du diplôme en juin. Les devoirs ou l'examen soumis après les dates limites recommandées seront traités et notés au fur et à mesure qu'ils sont reçus.

Remettre les devoirs : quand et comment

Quand faut-il envoyer les devoirs?

Tu enverras tes devoirs à la Section de l'enseignement à distance, à cinq occasions. Le tableau suivant montre exactement ce que tu dois envoyer à la fin de chaque module.

Soumission des devoirs	
Envoi	Devoirs à envoyer
1	**Module 1 : Les graphiques et les relations** Module 1 Page de présentation Devoir 1.1 : Représentation graphique des variables indépendantes et dépendantes Devoir 1.2 : Domaine et image Devoir 1.3 : Coordonnées à l'origine, pentes, domaine et image Devoir 1.4 : Ce qu'on peut déduire d'après la pente Devoir 1.5 : Équation définie par la pente et l'ordonnée à l'origine
2	**Module 2 : Le sens du nombre** Module 2 Page de présentation Devoir 2.1 : Facteurs et multiples Devoir 2.2 : Carrés parfaits et cubes parfaits Devoir 2.3 : Nombres rationnels, irrationnels et radicaux Devoir 2.4 : Révision des lois des exposants Devoir 2.5 : Lois des exposants avec des exposants rationnels et négatifs
3	**Module 3 : La mesure/Module 4 : La trigonométrie** Module 3/Module 4 Page de présentation Devoir 3.1 : Unités, aire et volume Devoir 3.2 : Mesures sur pied à coulisse et micromètre Devoir 3.3 : Conversion d'unités de mesure Devoir 3.4 : Volume de prismes et de pyramides Devoir 3.5 : Aire de prismes et de pyramides Devoir 3.6 : Aire et volume de sphères, de cylindre et de cônes Devoir 4.1 : Le rapport tangente Devoir 4.2 : Utilisation des sinus, cosinus et tangente Devoir 4.3 : Rapports trigonométriques inverses Devoir 4.4 : Application des rapports trigonométriques
4	**Module 5 : Les relations et les fonctions/Module 6 : Les polynômes** Module 5/Module 6 Page de présentation Devoir 5.1 : Relations et fonctions Devoir 5.2 : Notation du domaine et de l'image Devoir 5.3 : Notation fonctionnelle Devoir 6.1 : Description de polynômes et multiplication de binômes Devoir 6.2 : Multiplication de polynômes Devoir 6.3 : Factorisation de binômes et de trinômes Devoir 6.4 : Factorisation de trinômes quand $a \in \mathbb{Z}$ Devoir 6.5 : Différence de carrés et révision du module

Soumission des devoirs	
Envoi	Devoirs à envoyer
5	**Module 7 : La géométrie cartésienne/Module 8 : Les systèmes d'équations** Module 7/Module 8 Page de présentation Devoir 7.1 : Distance et point milieu Devoir 7.2 : Équations de relations linéaires Devoir 7.3 : Écriture d'équations linéaire à partir de différentes informations Devoir 7.4 : Droite la mieux ajustée et corrélation Devoir 8.1 : Résolution graphique de systèmes d'équations linéaires Devoir 8.2 : Résolution de systèmes d'équations par élimination

Comment remettre les devoirs

Dans ce cours, tu as le choix d'envoyer tes devoirs par la poste ou par voie électronique.

Par la poste : Chaque fois que tu fais un envoi **par la poste**, tu dois inclure la version imprimée de la page de présentation applicable (qui se trouve à la fin de la présente introduction). Fournis les renseignements demandés au haut de chaque page de présentation avant de l'envoyer avec tes devoirs.

Par voie électronique : Tu n'as pas besoin d'inclure une page de présentation lorsque tu envoies tes devoirs par voie électronique.

Remise des devoirs par la poste

Si tu choisis d'envoyer tes devoirs par la poste, photocopie ou numérise d'abord tous les documents afin d'en avoir une copie en cas de perte. Tu dois placer la page de présentation du module applicable et les devoirs dans une enveloppe et envoyer le tout à l'adresse suivante :

Section de l'enseignement à distance
555, rue Main, bureau 500
C. P. 2020
Winkler (Manitoba) R6W 4B8

Ton tuteur ou correcteur corrigera ton travail et te le renverra par la poste.

Remise des devoirs par voie électronique

Les manières de remettre les devoirs varient d'un cours à l'autre. Parfois les devoirs peuvent être remis par voie électronique et parfois ils doivent être envoyés par la poste. Dans le matériel du cours que tu as reçu, tu trouveras les instructions sur la manière de remettre tes devoirs. Tu peux aussi obtenir ces renseignements sur le système de gestion de l'apprentissage.

Si tu envoies tes devoirs par voie électronique, assure-toi d'en sauvegarder une copie avant de les envoyer. Ainsi, tu peux te reporter à tes devoirs au moment d'en discuter avec ton tuteur ou correcteur. De plus, si jamais tes devoirs originaux sont perdus, tu seras en mesure de les renvoyer.

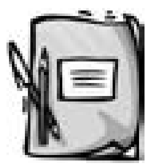
Ton tuteur ou correcteur corrigera ton travail et te le renverra par voie électronique.

La Section de l'enseignement à distance ne fournit pas de soutien technique pour les problèmes liés au matériel informatique. Si tu as besoin de dépannage technique, consulte un technicien informatique professionnel.

Que signifient les symboles graphiques?

Des symboles graphiques ont été placés dans la marge des documents pour signaler une tâche particulière à accomplir. Chaque symbole a pour but de te guider. Voici la description de chaque symbole graphique :

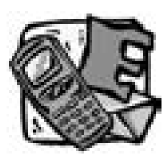
Introduction : L'introduction explique la leçon. Elle peut faire appel à des connaissances antérieures ou décrire brièvement la façon dont la leçon est organisée. Elle présente aussi les résultats d'apprentissage visés, c'est-à-dire ce que tu apprendras.



Activité d'apprentissage : Tu devras faire cette activité d'apprentissage pour réviser ou mettre en pratique ce que tu auras appris et te préparer à faire ton devoir et ton examen. Tu **ne** dois **pas** envoyer les activités d'apprentissage à la Section de l'enseignement à distance.

Devoir : Il s'agit d'un devoir que tu devras faire et envoyer à la Section de l'enseignement à distance. Tu devras envoyer tes devoirs à la fin de chaque module.

Remise : Ce symbole indique qu'il est temps d'envoyer tes devoirs.



Tuteur ou correcteur : Ce symbole t'indique lorsque tu peux communiquer avec ton tuteur ou correcteur pour t'aider.

Partenaire d'études : Situé dans une leçon, ce symbole t'indique quand ton partenaire pourrait t'aider à apprendre.

Fiche-ressource : Indique la matière qu'il serait utile d'inclure dans ta fiche-ressource.

Mathématiques appliquées : Indique les approches mathématiques utilisées en mathématiques appliquées.

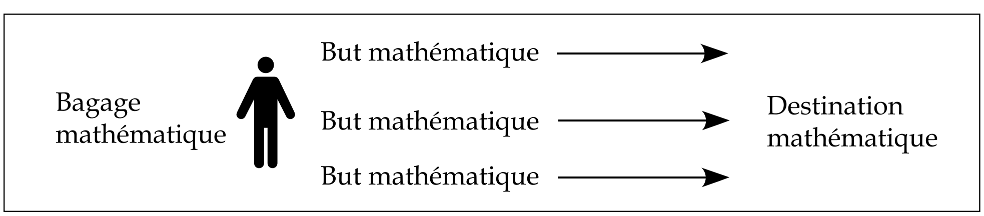
Mathématiques pré-calcul : Indique les approches mathématiques utilisées en mathématiques pré-calcul.

Buts mathématiques

Il est important que tu aies une conversation avec ton tuteur ou correcteur pour deux raisons. Premièrement, tu feras la connaissance d'une ressource importante, celle de ton tuteur ou correcteur. Il ou elle sera disponible pour répondre à tes questions, t'expliquer des concepts et te guider à travers ce cours. Tu peux discuter avec lui de ton expérience et de tes progrès en mathématiques. Sens-toi libre de communiquer avec lui ou elle n'importe quand durant ce cours, soit par téléphone soit par courriel. La deuxième raison de communiquer avec ton tuteur ou correcteur est de te faire penser à tes buts en mathématiques. Tu sais peut-être ce que tu aimerais faire plus tard comme carrière; pour t'en rapprocher, ce cours t'offre les pré-requis nécessaires à un futur cours obligatoire. Il y a peut-être des habiletés spécifiques ou des sujets que tu aimerais apprendre et qui sont couverts dans ce cours. Voici trois points qui peuvent t'éclairer dans l'élaboration de tes buts mathématiques et qui te montrent pourquoi ils sont importants :

- Les buts te guideront et te donneront une raison pour laquelle tu prends ce cours;
- Les buts t'aideront à te motiver afin d'apprendre à faire de ton mieux, même si cela est difficile;
- Lorsque tu accomplis tes buts, tu ressens un grand sens d'accomplissement et de réussite.

De bons buts doivent être réalistes, spécifiques et doivent refléter ce que tu trouves important. D'où tu étais, les buts doivent te diriger pour t'amener jusqu'à l'endroit où tu désires être, plus loin dans ton cheminement.



Les buts peuvent être soit à court terme soit à long terme, mais ils t'indiquent toujours le chemin qui t'amène de l'endroit où tu étais jusqu'à l'endroit où tu veux être.

Au travail!

Maintenant que tu as communiqué avec ton tuteur ou correcteur et établis avec lui ou elle tes buts mathématiques, prends le temps de passer au travers du matériel du cours, de localiser les pages de présentation, et de te familiariser avec la façon dont le cours est organisé. Prépare-toi à travailler et à apprendre des nouveaux concepts mathématiques!

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 1
Les graphiques et les relations

Module 1
Les graphiques et les relations

Introduction

Ce premier module renferme les notions de base de concepts mathématiques que tu utiliseras plus tard en mathématiques pré-calcul et en mathématiques appliquées, y compris dans d'autres modules de ce cours. Le module 1 est lui-même fondé sur des notions et des habiletés que tu as développées dans des cours de mathématiques d'années précédentes. Ce module porte sur les relations entre les données, les graphiques et les contextes et utilise divers moyens pour les décrire. Il met l'accent tout particulièrement sur les relations linéaires, ainsi que leur pente, leur domaine et leur image. Tu utiliseras des mots comme coordonnées, tableaux de valeurs, graphiques et équations pour décrire les caractéristiques des relations linéaires.

Devoirs du module 1

Tu devras faire les devoirs ci-dessous et les envoyer à la Section de l'enseignement à distance quand tu auras terminé ce module.

Leçon	Numéro du devoir	Titre du devoir
1	Devoir 1.1	Représentation graphique des variables indépendantes et dépendantes
2	Devoir 1.2	Domaine et image
3	Devoir 1.3	Coordonnées à l'origine, pentes, domaine et image
4	Devoir 1.4	Ce qu'on peut déduire d'après la pente
5	Devoir 1.5	Équation définie par la pente et l'ordonnée à l'origine

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Fiche-ressource

Lorsque tu te présenteras à l'examen de mi-session, tu auras le droit d'apporter avec toi une fiche-ressource d'examen. Cette fiche doit être sur une seule feuille de papier format lettre, soit 8½ po sur 11 po, écrite des deux côtés de ta main ou dactylographiée. Tu dois remettre cette feuille avec ton examen à la Section de l'enseignement à distance. Il n'y aura pas de points attribués à ta fiche-ressource d'examen de mi-session.

Pour beaucoup d'élèves, préparer une fiche-ressource d'examen est un excellent moyen de réviser la matière. Elle fournit un résumé des points importants de chaque module, que tu peux consulter en tout temps. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource pour chaque module afin de l'aider à étudier et à réviser. Des résumés de leçons te sont fournis à chaque fin de leçon, et des sommaires de modules à la fin de chaque module pour servir de référence.

Pour te préparer à faire cette fiche-ressource, utilise la liste de consignes ci-dessous, que tu appliqueras au fur et à mesure en faisant le module. Tu pourrais utiliser la fiche-ressource du module 1 pour noter les termes et formules de mathématiques, des exemples de questions ou une liste des endroits où tes erreurs sont plus fréquentes. Tu peux y écrire les notions dont tu as besoin, ou indiquer les numéros de page des leçons que tu devrais réviser plus attentivement quand tu étudieras pour les examens.

Lorsque tu auras terminé les fiches-ressources des modules 1 à 4, tu pourras essayer de les résumer pour en faire ta fiche-ressource de l'examen de mi-session. Rappelle-toi que cet examen ne porte que sur les quatre premiers modules du cours.

Fiche-ressource pour le module 1

1. Inscris les termes mathématiques qui sont mentionnés dans chaque leçon.
2. Inscris toutes les formules mentionnées dans chaque leçon.
3. Quelles stratégies de calcul ont été discutées dans chaque leçon?
4. Quelles sont les questions qui doivent être copiées dans ta fiche-ressource parce qu'elles sont représentatives des questions de chaque leçon?
5. Quelles étaient les questions les plus difficiles? Inscris les numéros de pages sur ta fiche-ressource de module pour pouvoir refaire ces questions avant l'examen. Si tu trouves l'un de ces problèmes particulièrement difficile, tu peux l'écrire ainsi que sa solution sur ta fiche-ressource d'examen de mi-session pour l'avoir à portée de la main à l'examen.
6. Quels sont les autres trucs aide-mémoire que tu as trouvés pour te préparer à l'examen?

Leçon 1 – La représentation graphique de variables indépendantes et dépendantes

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ décrire les propriétés d'un bon graphique et créer ou tracer des graphiques
- ❑ reconnaître les variables indépendantes et dépendantes dans un graphique ou un contexte
- ❑ reconnaître des données continues en contexte
- ❑ décrire les relations entre des graphiques et des contextes

Introduction

Si tu as une série de nombres dans un tableau et dois tenter de saisir les liens logiques entre ces nombres, tu trouveras peut-être la tâche vraiment difficile et embêtante. Parfois, en organisant les données sur un graphique, il devient plus facile de voir les relations entre elles. Les graphiques sont des représentations visuelles des données, que tu peux utiliser pour décrire ou expliquer des situations. Dans cette leçon, tu réviseras les critères qui font un bon graphique et tu créeras des diagrammes de dispersion pour représenter des situations et afficher des données. À partir de contextes précis, tu pourras identifier des données continues, et les variables dépendantes et indépendantes dans les graphiques.

Activité d’apprentissage 1.1

Cette activité d’apprentissage est la seule qui ne comporte pas de section Calcul mental, bien qu’elle soit divisée en deux parties.

Partie A – Prise de contact avec ton tuteur ou correcteur

Ta première tâche dans ce cours consiste à téléphoner à ton tuteur (ou peut-être as-tu déjà reçu un appel ou une lettre de cette personne avec les documents du cours), ou à discuter avec ton partenaire d’études.

Prépare-toi à discuter des sujets suivants et des raisons qui expliquent tes réponses avec ton tuteur ou ton partenaire d’apprentissage. Si tu préfères, tu peux prendre des notes avant ton appel pour te sentir mieux préparé à la discussion. N’hésite pas à poser d’autres questions ou à exprimer tes commentaires également.

1. Je suis ce cours en apprentissage à distance parce que …

   ____

   ____

   ____

   ____

2. Ce que j’aime des mathématiques et ce que je peux faire en mathématiques, c’est … (indique ton sujet préféré, ta principale habileté, à quels moments tu utilises tes connaissances en mathématiques, etc.).

   ____

   ____

   ____

   ____

suite

Activité d'apprentissage 1.1 (suite)

3. Ce que je n'aime pas des mathématiques, ou ce que je trouve le plus difficile en mathématiques, c'est …

4. Mes expériences antérieures en mathématiques qui ont influencé ma façon de voir les mathématiques sont, par exemple, …

5. Le prochain cours de mathématiques que j'aimerais suivre, c'est …

6. Ce que j'espère accomplir et apprendre pour l'avenir grâce à ce cours de mathématiques, c'est …

suite

7. Ce que je fais ou comment je vais organiser mon travail pour m'aider à réussir ce cours, c'est …

Durant ta conversation téléphonique ou en personne, note sur papier une phrase ou deux résumant ce que vous avez dit, toi et ton tuteur, dans les espaces ci-dessus. Par exemple, si tu suis ce cours parce qu'il n'entre pas dans ton horaire à l'école ou parce que tu voyages beaucoup avec ton équipe de basketball et que c'est plus pratique pour toi, indique-le dans l'espace sous la question 1.

Partie B – Ce que tu vises en mathématiques

À partir des questions discutées durant ta conversation avec ton tuteur, remplis le diagramme suivant. Dans la colonne Historique note tes expériences passées et les connaissances acquises en mathématiques sous forme d'énumération (questions 2, 3 et 4). Dans la colonne Destination, indique ce que ce cours t'aidera à accomplir à l'avenir (questions 5 et 6).

Dans la colonne du centre, Cheminement, inscris ce que tu dois faire pour te rendre de ton point de départ à ta destination (ton but final) en mathématiques.

Historique Expériences passées	Cheminement	Destination

suite

Activité d'apprentissage 1.1 (suite)

Par exemple, si ta destination est d'atteindre 75 % dans ce cours pour pouvoir faire le cours de mathématiques pré-calcul de 11e année, et t'inscrire au cours de techniques infirmières au collège, ou si tu dois apprendre comment résoudre des équations, qu'est-ce qui t'aiderait à atteindre ce but? Il s'agira peut-être de déterminer la meilleure méthode qui te faciliterait l'apprentissage des mathématiques, ou encore de te faire un calendrier pour t'assurer de remettre tes devoirs à temps. Tu devras peut-être trouver le manuel de ta calculatrice et apprendre comment l'utiliser, ou alors fixer des rendez-vous réguliers avec ton partenaire d'études, faire une recherche sur un sujet dans l'Internet ou lire un manuel expliquant certains concepts ou habiletés en mathématiques. Ta façon de procéder sera unique.

À mesure que tu avanceras dans ce cours et t'efforceras d'atteindre tes objectifs, il sera important de faire des autoévaluations. C'est le moyen de déterminer si tu te rapproches de ton but final, si les étapes de ta route t'amènent là où tu veux aller. Tu dois te demander périodiquement « Est-ce que je fais mes devoirs? Est-ce que je m'améliore dans la prise de notes? Combien de fois ai-je parlé avec mon tuteur ou travaillé avec mon partenaire d'études? Est-ce que j'ai trouvé des sites Web utiles pour mes devoirs? Est-ce que mon calendrier me convient? Qu'est-ce que je dois changer ou ajuster pour pouvoir atteindre mon but final? »

Durant ce cours, tu devras refaire ce cycle plusieurs fois et te demander d'où tu pars, où tu veux te rendre, et où tu te trouves à ce moment. Tout au long du parcours, tu peux réviser tes objectifs ou en établir de nouveaux après avoir évalué tes progrès et ton apprentissage.

- Regarde vers l'arrière/tes expériences passées – réfléchis à ce que tu connais, à quel point tu es rendu.
- Regarde autour de toi/les voies ou les moyens qui se présentent à toi – évalue si tu es en bonne voie d'atteindre tes objectifs, détermine si tu as fait de nouveaux apprentissages ou compris de nouveaux concepts; vérifie tes progrès.
- Regarde vers l'avenir/ta destination – détermine ce que tu veux apprendre, fixe-toi des objectifs.

Chaque fois que tu feras ce bilan, tu deviendras meilleur en mathématiques!

Il est important que tu gardes ce diagramme à portée de la main parce que tu pourras le modifier à d'autres étapes de ce cours.

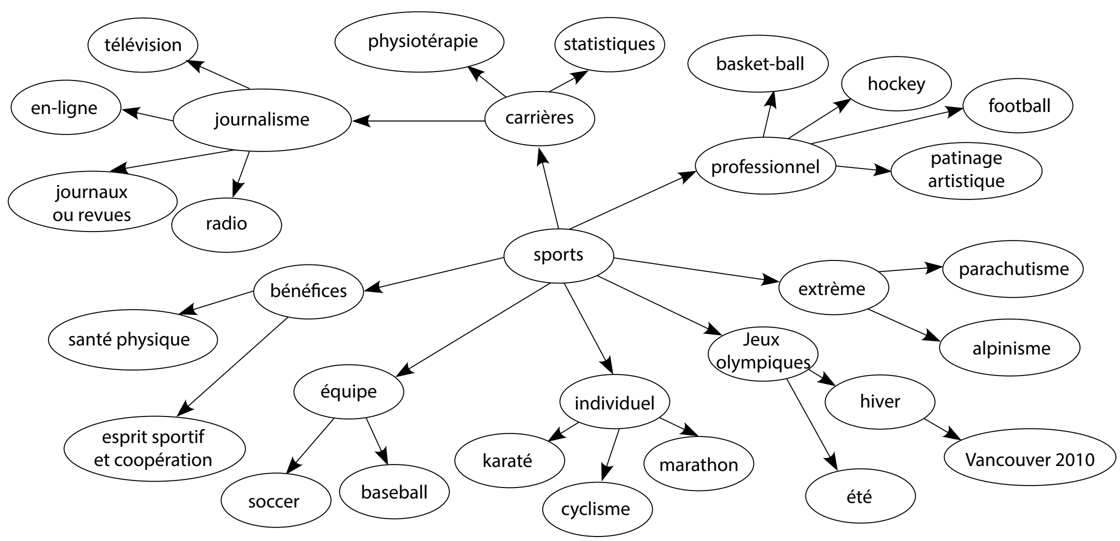
Le traçage de graphiques

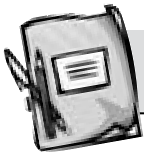
Les graphiques

Pense à ce que tu sais des graphiques; rappelle-toi où tu en as utilisés et où tu en as vus.

Un moyen de montrer ce que tu sais sur un sujet, c'est de créer une toile de mots. Une toile de mots est un diagramme qui montre comment sont reliées entre elles les différentes parties ou idées concernant un sujet. Elle t'aidera à réfléchir à ce que tu sais déjà et à ce que tu peux faire, et t'aidera à cerner les lacunes (les manques) dans tes connaissances.

Si tu n'es pas familier avec les toiles de mots, tu dois commencer par un concept ou un thème fondamental qui sera au centre du diagramme, puis inscrire les idées qui s'y rattachent en les plaçant dans des bulles. Tu peux dessiner la toile à la main ou à l'aide de technologies. Pour te donner une idée de la façon dont la toile de mots peut être construite, voici un exemple de toile de mots sur les sports.





Activité d'apprentissage 1.2

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

Si c'est la première fois que tu réponds à ce type de questions, tu peux demander à ton partenaire d'études de t'aider à trouver des stratégies qui te peremttront de résoudre mentalement ces questions.

1. Il y a 22 intervalles de 5 verges chacun sur un terrain de football canadien. Quelle est la longueur d'un terrain de football canadien?
2. Si Yvan mange $\frac{3}{5}$ d'une pizza et Nicolas mange $\frac{4}{5}$ d'une pizza, combien de pizzas doivent-ils commander afin qu'ils puissent tous les deux en manger à leur faim?
3. Simplifie la fraction $\frac{18}{27}$.
4. Tu travailles comme caissier ou caissière au stade de ta ville où la caisse électronique est en panne. Un client achète un sac de popcorn de 3,80 $ avec un billet de 5 $. Combien d'argent dois-tu lui remettre?
5. Classe les nombres suivants par ordre décroissant : 0,5 ; 0,05; 0,3; 0,09 et 0,25.
6. Résous $2 - m = 14$.
7. La distance de ta maison au centre d'achat est 8 km. Ton ami habite à mi-chemin du centre d'achat et de ta maison. Quelle est la distance de la maison de ton ami au centre d'achat?
8. Écris 62 % en nombre décimal.

suite

Partie B – Toile de mots

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

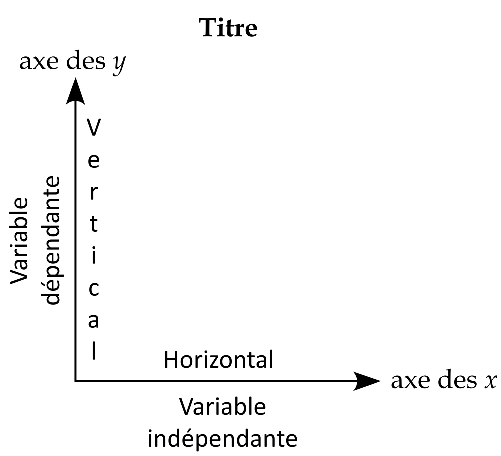
Crée une toile de mots montrant ce que tu sais au sujet des graphiques. Utilise des bulles pour indiquer de nouvelles idées ou caractéristiques, et des droites pour montrer comment ces idées sont reliées.

Les variables dépendantes et les variables indépendantes

Si tu as déjà magasiné pour trouver un appareil média portable sur lequel tu peux faire jouer de la musique et des vidéos et naviguer sur l'Internet, tu as sans doute remarqué que son coût peut varier selon plusieurs facteurs. Tu pourrais décrire ces relations ou régularités à l'aide de mots (verbalement ou par écrit), d'équations (aspect théorique) ou d'un graphique (visuellement). **Un graphique est une représentation visuelle servant à montrer une relation numérique.**

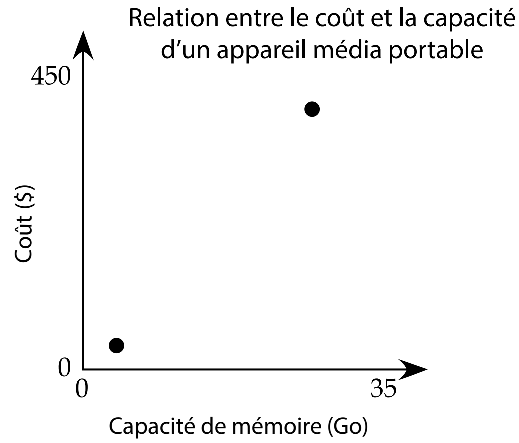
Supposons que tu fais du magasinage en ligne et qu'après avoir comparé les choix, tu penses que tu devrais acheter un appareil qui possède entre 1 et 32 (Go) d'espace mémoire à un coût variant entre 55 $ et 430 $. Il n'y a pas assez d'informations fournies pour te permettre d'établir une équation pouvant décrire le lien entre le coût et la capacité, mais tu peux le décrire en mots. Verbalement, tu pourrais expliquer cette relation en disant que le coût monte en même temps qu'augmente la capacité de l'appareil. Pour montrer visuellement la relation entre deux variables, tu dois d'abord déterminer laquelle des deux variables comparées dépend de l'autre variable, ou est affectée par l'autre variable.

La variable **dépendante** est celle qui est affectée par la variation de l'autre; elle doit être placée sur l'axe vertical, l'axe des y (l'ordonnée). La variable **indépendante** est celle des deux qui n'est pas affectée par l'autre, et elle est normalement placée sur l'axe horizontal, l'axe des x (l'abscisse).



Il serait utile d'ajouter ce graphique à ta fiche-ressource.

Quand tu achètes un lecteur électronique, le coût dépend généralement du volume de l'espace mémoire ou de la capacité de stockage d'information. D'après la description écrite donnée ci-dessus, la relation entre le coût et la capacité d'un appareil média portable peut être représentée comme suit :



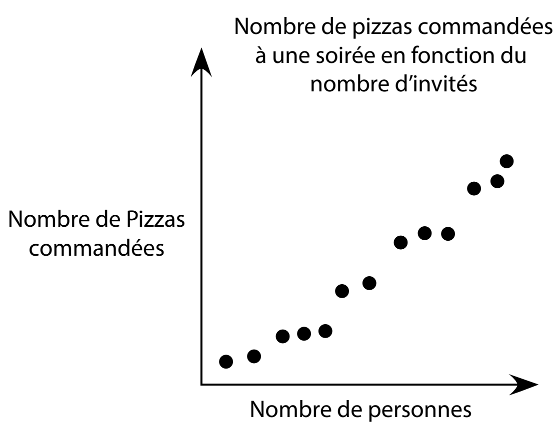
À mesure que la capacité augmente, le coût augmente aussi.

Exemple 1

Détermine quelle variable est la variable dépendante et laquelle est la variable indépendante, puis dessine un graphique qui pourrait décrire cette relation entre le nombre de personnes à une soirée et le nombre de pizzas commandées.

Solution :

Le nombre de pizzas à commander dépend du nombre de personnes à la soirée.

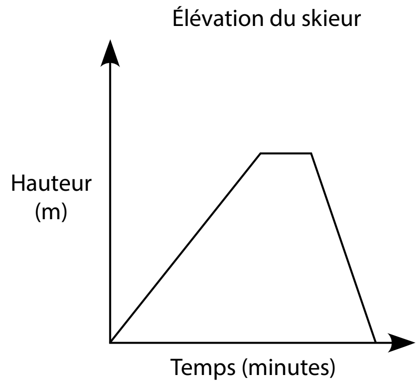


Exemple 2

Supposons que tu es à ta station de ski préférée. Tu prends le remonte-pente jusqu'au sommet, puis tu descends la montagne le plus vite que tu peux. Tu veux tracer le graphique de la relation entre la hauteur de la montagne (l'élévation) et le temps écoulé entre le moment où tu prends le remonte-pente et celui où tu reviens au bas de la montagne. Détermine quelle est la variable dépendante et laquelle est la variable indépendante, et dessine un graphique possible.

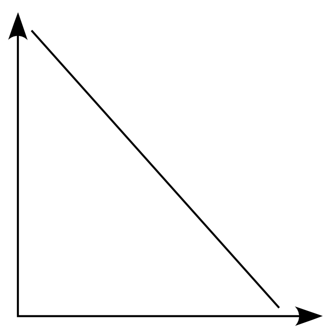
Solution :

L'élévation (variable dépendante) dépend du temps (variable indépendante).



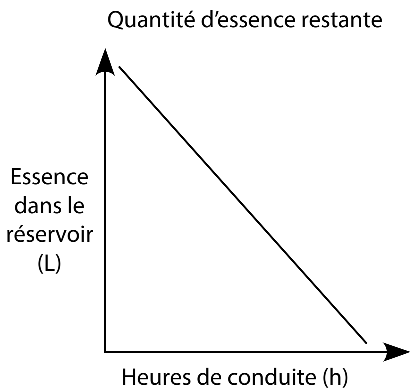
Exemple 3

Crée et explique une situation avec une variable dépendante et une variable indépendante qui correspondrait au graphique suivant. Étiquette le graphique en indiquant les variables et les unités de mesure.



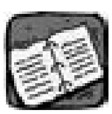
Solution :

Un contexte possible pourrait être que le nombre de litres de carburant dans le réservoir d'une auto (variable dépendante) dépend du nombre d'heures de conduite (variable indépendante) depuis qu'on a fait le plein d'essence.



Les Coordonnées

Des coordonnées sont deux nombres disposés dans un ordre précis, représenté par (x, y). Le premier nombre, x, représente la variable indépendante, tracée le long de l'axe des x (l'abscisse), et le deuxième nombre, y, représente la variable dépendante, tracée le long de l'axe des y (l'ordonnée). Quand des coordonnées sont placées sur un diagramme de dispersion, elles représentent un point unique sur le plan cartésien, ou plan des coordonnées.



Les coordonnées seront abordées dans plusieurs leçons, donc tu voudras peut-être inclure leur définition sur ta fiche-ressource.

Construction de graphiques à partir de données

Durant ton magasinage pour comparer des appareils médias portables, tu as recueilli les données suivantes :

Capacité (Go)	1	2	8	16	32
Coût ($)	55	75	170	240	430

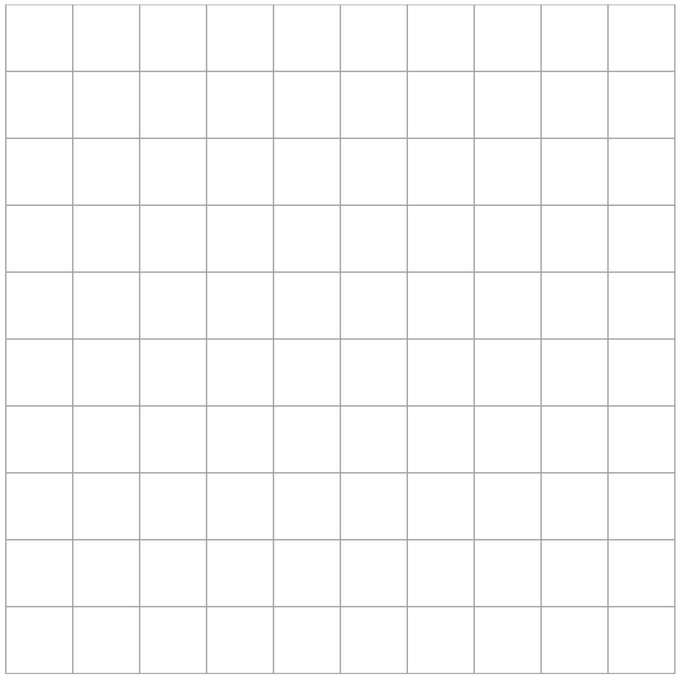
Crée un diagramme de dispersion pour montrer la relation entre ces variables.

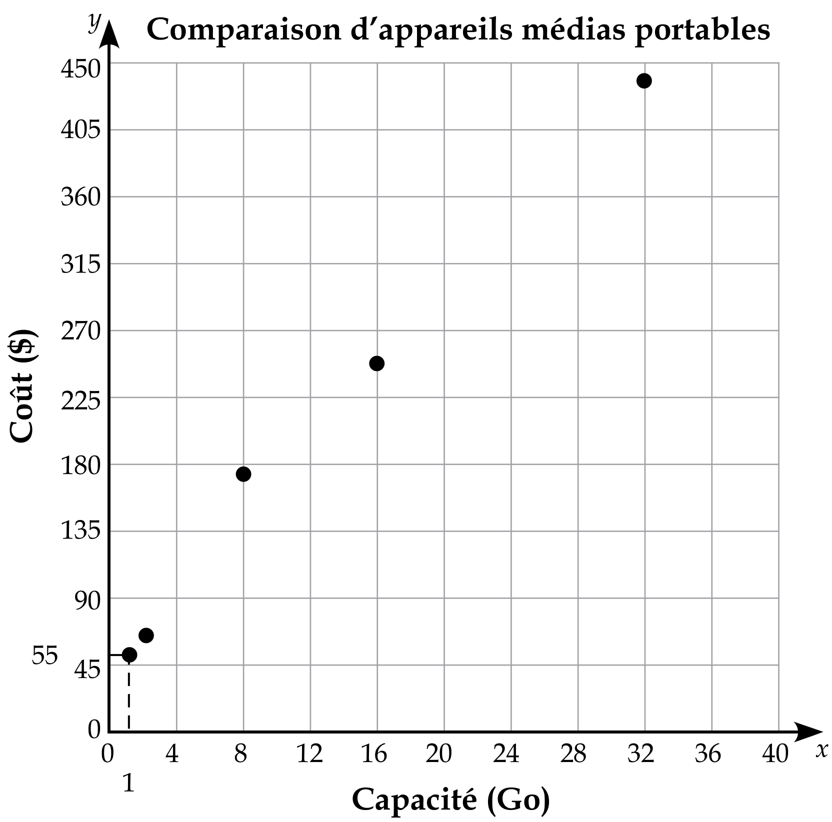
Les graphiques peuvent être dessinés à la main sur du papier quadrillé, ou à l'aide d'outils technologiques. Les tableaux électroniques, les calculatrices à fonctions graphiques, les logiciels graphiques gratuits ou les programmes comme Graphical Analysis sont permis. Quel que soit le moyen employé pour le créer, un bon graphique présente les composantes suivantes :

- **Étiquettes :** L'axe des x et l'axe des y doivent être étiquetés pour identifier les variables et les unités utilisées.
- **Échelle :** Regarde la valeur la plus petite et la valeur la plus grande fournies. Les valeurs le long des axes doivent dépasser légèrement ces valeurs, et chaque intervalle est divisé en incréments égaux. S'il y a lieu, commence chaque échelle à zéro.
- **Forme et taille :** Le graphique est carré, et les données sont distribuées sur la majeure partie de l'espace.
- **Titre :** Le titre indique sur quoi porte le graphique.

La capacité varie de 1 à 32 Go, donc les valeurs le long de l'axe des x (domaine) pourraient s'étendre de 0 à 40. Il y a 10 points d'incréments à placer le long de l'axe, donc $\frac{40}{10} = 4.$ Utilise des incréments égaux de 4 ou 5.
L'écart des valeurs relatives au coût va de 55 $ jusqu'à 430 $, donc tu pourrais utiliser des valeurs de 0 à 450 le long de l'axe des y $\left(\frac{450}{10} = 45\right)$. Utilise des incréments de 45 ou de 50 pour avoir un beau graphique bien carré, avec les données appropriées réparties sur presque toute la surface du graphique. Souviens-toi d'inclure les étiquettes, les unités et un titre.

Pour tracer les points correspondant aux données sur le diagramme de dispersion, commence par une paire (capacité, coût), par exemple (1, 55). La capacité est la variable indépendante, donc elle doit être placée le long de l'axe des x, tandis que le coût est la variable dépendante, et doit être placée le long de l'axe des y. Les paires sont toujours exprimées par (x, y). Trouve où serait la valeur 1 le long de l'axe des x et glisse vers le haut jusqu'à ce que tu sois à environ 55 le long de l'axe des y. Marque d'un point l'endroit où ces deux valeurs se rencontrent. Continue jusqu'à ce que tu aies tracé toutes les coordonnées (capacité, coût).




Comparaison d'appareils médias portables
y
450
405
360
315
270
225
180
135
90
55
45
0
Coût ($)
0
4
8
12
16
20
24
28
32
36
40
x
1
Capacité (Go)

Les données continues

Ce diagramme de dispersion comprend des points qui représentent le coût et la capacité des diffuseurs de médias. Serait-il logique de relier les points par une droite? Pense à ce que cette ligne représenterait. Est-il possible d'acheter un diffuseur de médias ayant 71,3 Go? Probablement pas! On ne peut acheter que des appareils avec un certain nombre précis de Go, donc les données ne seraient pas continues. Alors il faut présenter les données par des points isolés.

De même, quand on trace le graphique du nombre de pizzas commandées pour une soirée de fête comme dans l'exemple 1, le fait de relier les points du graphique serait inapproprié parce qu'on ne peut pas commander des pizzas partielles, ni avoir une demi personne à une soirée. Par ailleurs, le graphique indiquant les litres d'essence et le temps pendant lequel la voiture a roulé peut être représenté à l'aide d'une droite parce que les valeurs le long de la droite sont toutes des valeurs possibles. Tu peux avoir des fractions de temps et de litres de carburant. Ce sont des données continues – les points de ces données peuvent être reliés entre eux par une droite, et toutes les valeurs le long de la droite sont valides ou significatives.

Activité d'apprentissage 1.3

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Quelle est l'étendue des nombres suivants : 2, 6, 4, 8, 7, 13, 11?
2. Tu vas au magasin pour t'acheter une boisson avec 2,05 $ dans ta poche. Pourras-tu t'acheter une boisson si elle coûte 1,75 $?
3. Simplifie la fraction $\frac{18}{27}$.
4. Écris le rapport 5 : 2 sous forme de fraction.
5. Résous $9 + a = 13$.
6. Écris les deux prochains nombres de la régularité suivante : 1, 2, 4, 8, __, __.

suite

Activité d'apprentissage 1.3 (suite)

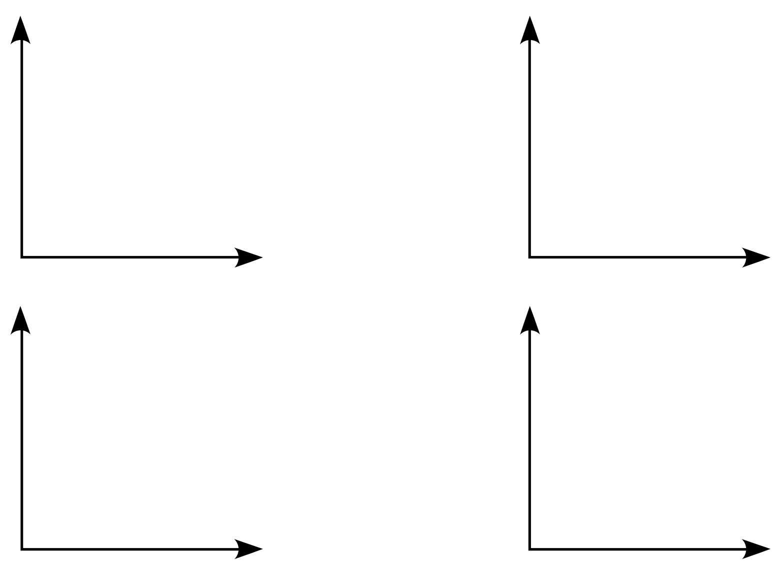
7. Tu apportes des « freezies » au dernier match de soccer de la saison. Tu veux t'assurer que chaque joueur en reçoive deux. S'il y a 18 joueurs dans l'équipe, combien de « freezies » dois-tu apporter?

8. Tu aides ton père à construire une terrasse de 2 m de long sur 3 m de large. Quelle sera l'aire de la terrasse?

Partie B – Les variables indépendantes par rapport aux variables dépendantes et données continues

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Dans chacun des contextes suivants, indique quelle est la variable indépendante et laquelle est la variable dépendante.
   a) Les heures travaillées dans une semaine, avec un salaire de 20 $ l'heure.
   b) La note de l'examen final et les notes moyennes des tests périodiques pour une classe de mathématiques de 10e année
   c) La température du café et le temps écoulé depuis que le café a été versé
   d) La température mensuelle moyenne au Manitoba durant les mois de janvier à décembre
2. Dans les situations de la question 1, les données sont-elles continues? Explique pourquoi.
3. Dessine un graphique qui pourrait correspondre aux contextes fournis à la question 1.

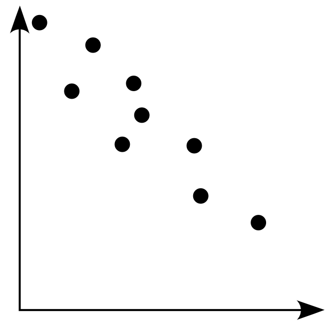


suite

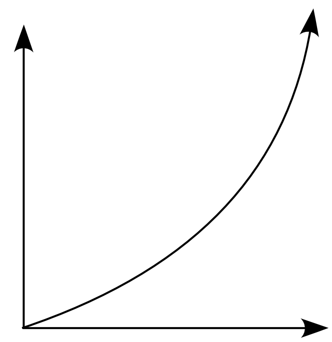
Activité d'apprentissage 1.3 (suite)

4. Crée un contexte possible qui pourrait être à l'origine des graphiques suivants. Étiquette chaque graphique en indiquant les variables indépendantes et dépendantes, les unités, l'échelle appropriée (les valeurs le long des axes) et un titre.

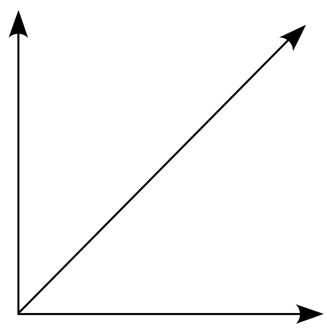
a)



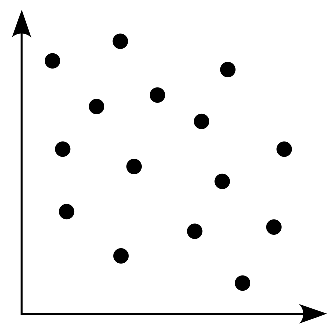
b)



c)



d)



5. Construis un graphique avec les données suivantes. Tu peux le faire à la main sur du papier graphique, ou à l'aide d'outils technologiques.

   Un échantillon de 11 personnes a été formé à partir d'une population dont l'âge varie entre 30 et 40 ans et dont les personnes étaient employées à plein temps à Brandon. Le tableau suivant indique le nombre d'années d'éducation de ces 11 personnes et leur revenu en milliers de dollars :

Années d'éducation	10	7	12	11	16	12	18	8	12	14	16
Revenu (milliers $)	32	20	45	43	65	42	75	28	40	60	65

   a) Quelle variable, années d'éducation ou revenu, est la variable indépendante? Laquelle est la variable dépendante?

suite

Activité d'apprentissage 1.3 (suite)

b) Dessine un graphique qui représente les données en utilisant une échelle appropriée puis trace la droite la mieux ajustée.

c) Les données sont-elles continues?

Résumé de la leçon

Les graphiques peuvent t'aider à comprendre des données et des situations en les représentant sous une forme visuelle. Tu as appris comment créer un bon graphique de dispersion et comment reconnaître des données continues, les variables dépendantes et les variables indépendantes. Dans la prochaine leçon, tu approfondiras ces concepts et apprendras ce que sont les graphiques linéaires, les restrictions qui limitent leur domaine et l'image des graphiques; tu trouveras aussi d'autres façons de représenter des relations entre des variables.

Devoir 1.1

Représentation graphique des variables indépendantes et dépendantes

Total : 26 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Associe les contextes avec le graphique approprié. Indique quelles sont les variables indépendante et dépendante. Complète le graphique en y ajoutant les étiquettes manquantes, les unités et le titre.

   a) Kilométrage (nombre de km roulés) et âge d'un véhicule en années *(5 points)*

   Indépendante ________________ Dépendante ________________

   b) Élévation d'une ville au-dessus du niveau de la mer et température annuelle moyenne *(5 points)*

   Indépendante ________________ Dépendante ________________

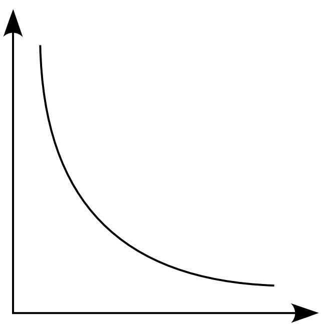
   c) Le profit (c'est-à-dire les gains financiers) d'une compagnie et ses frais (dépenses) *(5 points)*

   Indépendante ________________ Dépendante ________________

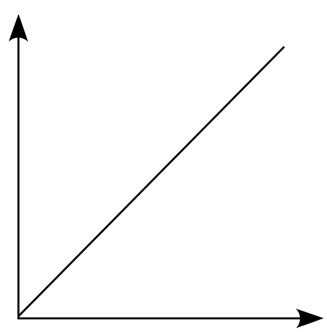
   d) Nombre de claquements (pops) par seconde quand on fait du maïs soufflé *(5 points)*

   Indépendante ________________ Dépendante ________________

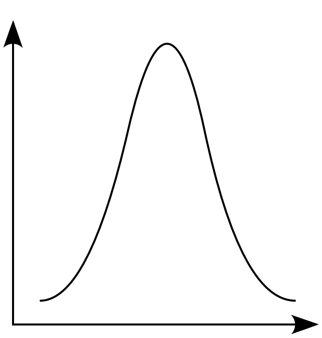
a) _____



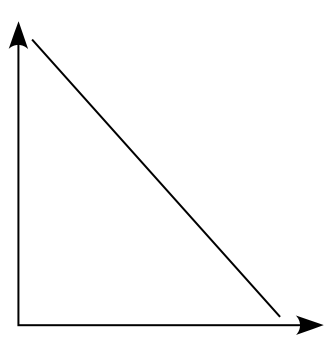
b) _____



c) _____



d) _____



2. On laisse tomber une balle de différentes hauteurs. La hauteur de son premier rebond est indiquée ci-dessous. Crée un graphique clair montrant cette relation et étiquette-le. Explique si les données sont continues ou pas. *(6 points)*

Hauteur de la balle (cm)	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10
Hauteur du rebond (cm)	70	61	52	46	41	32	26	20	14	7

Leçon 2 – Le domaine et l'image dans les relations linéaires

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ déterminer si un contexte, des données dans un tableau de valeurs, des coordonnées ou un graphique représentent une relation linéaire
- ❑ tracer le graphique d'une relation linéaire et déterminer les restrictions sur le domaine et l'image
- ❑ créer des représentations correspondant à des relations linéaires

Introduction

Dans cette leçon, tu approfondiras les concepts que tu as appris dans la leçon précédente et tu apprendras ce que sont les graphiques linéaires, les restrictions s'appliquant au domaine et à l'image du graphique; tu trouveras aussi d'autres façons de représenter des relations entre des variables.

Le domaine et l'image des données

Dans la dernière leçon, tu as décrit des situations sous forme visuelle sur des diagrammes de dispersion et avec des mots. Il existe d'autres façons de décrire des situations sous forme numérique, comme avec un tableau de valeurs ou de coordonnées.

Tableau de valeurs

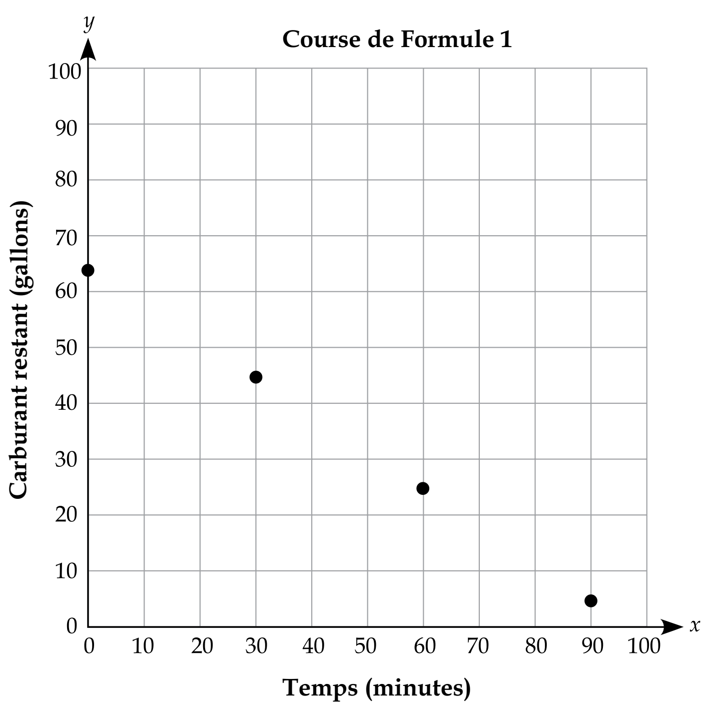
Un tableau de valeurs est une liste organisée de valeurs qui montre la relation entre deux variables. On peut l'appeler tableau T.

Exemple 1

Une course de Formule 1 prend environ 90 minutes et couvre environ 200 milles de distance. Les voitures roulent à environ 140 milles à l'heure, et leur consommation d'essence est d'environ 3,1 milles au gallon. Dans une course typique, les voitures consomment jusqu'à 65 gallons de carburant. Le tableau de valeurs suivant indique le nombre de minutes qui se sont écoulées et la quantité de carburant restante dans une voiture de course F1.

Temps écoulés (minutes)	Carburant restant (gallons)
0	65
30	45
60	25
90	5

Un diagramme de dispersion de ces données pourrait ressembler à ceci :



La quantité de carburant qui reste dépend du temps écoulé. Le temps est la variable indépendante parce qu'il n'est pas influencé directement par le nombre de gallons restants.

Exemple 2

Le lait au chocolat est offert sur le marché en contenants de différents formats. À la cafétéria de l'école, tu peux acheter un carton de 250 ml pour 1,25 $. Au dépanneur, un carton de 500 ml coûte 1,75 $. À l'épicerie, le carton de 1 L se vend 2,00 $, celui de 2 L, 3,25 $, et celui de 4 L à 5,50 $.

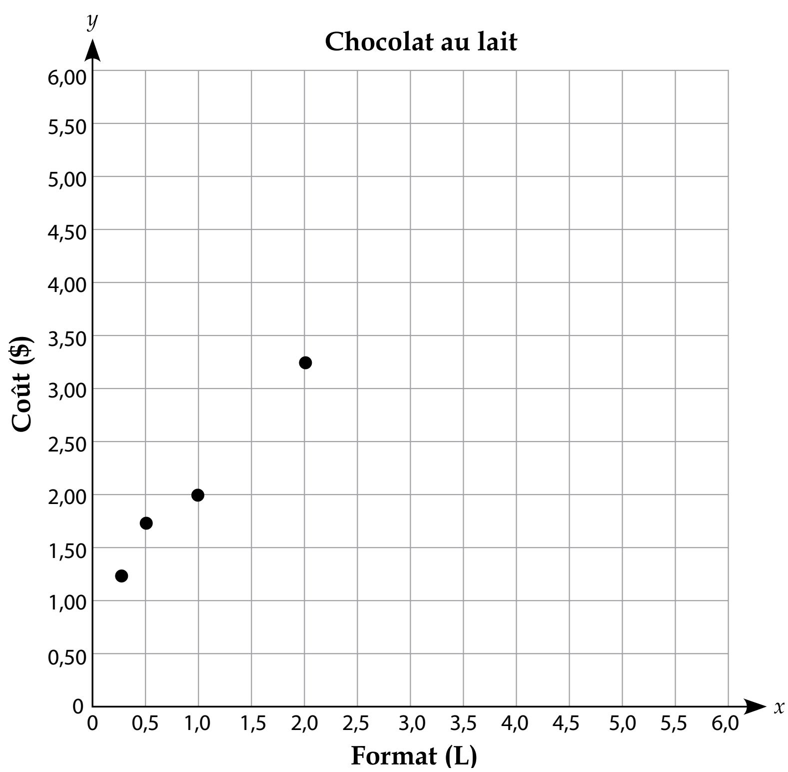
Pour représenter cette situation à l'aide d'un graphique, tu dois d'abord déterminer les variables indépendante et dépendante. Le coût du chocolat au lait dépend du format du contenant, donc le format est la variable indépendante, et doit être placée le long de l'axe des x. Le coût est donc la variable dépendante, et sera tracée le long de l'axe des y.

L'information fournie peut être exprimée en coordonnées, (x, y) ou (format, coût) comme suit :

(0,250; 1,25), (0,500; 1,75), (1, 2), (2,00; 3,25), (4; 5,50)

Note que les unités L et $ ne sont pas incluses à l'intérieur des parenthèses, et que tous les formats de contenants sont donnés dans la MÊME unité, les millilitres (mL) étant convertis en litres (L).

Un diagramme de dispersion de ces points pourrait ressembler à ceci :



Les coordonnées peuvent être organisées en un tableau de valeurs, et les données d'un tableau de valeurs peuvent être converties en coordonnées! Un tableau de valeurs pour les données de l'exemple du lait au chocolat pourrait avoir cet aspect :

Format (L)	Coût ($)
0,25	1,25
0,5	1,75
1	2,00
2	3,25
4	5,50

Relations linéaires

Quelles similitudes et différences peux-tu voir dans les deux diagrammes de dispersion fournis pour les exemples 1 et 2 vus auparavant? Consigne tes observations ici :

Les deux graphiques sont semblables puisqu'on pourrait tracer une ligne droite sur chaque graphique et cette droite passerait par tous les points, ou très près des points, du graphique. Dans ce cas, la relation entre les deux variables est dite **linéaire**. Le reste du module explore les relations linéaires, donc il serait utile d'avoir la définition sur ta fiche-ressource.

Dans le premier exemple, cette droite serait descendante (irait vers le bas) à mesure qu'on avancerait vers la droite. ↘

Dans le deuxième exemple, la droite serait montante (irait vers le haut) à mesure qu'on bougerait vers la droite. ↗

C'est une différence qui sera abordée plus à fond dans une prochaine leçon.

Il y a sans doute d'autres similitudes et différences entre ces deux exemples, mais celles-ci sont les plus importantes pour ce module.

À partir de cette droite, tu pourrais prédire d'autres points sur le graphique en examinant les points qui se trouvent sur la droite entre les points des coordonnées fournies (interpolation), ou en regardant des points qui seraient situés dans le prolongement de la droite (extrapolation).

Activité d'apprentissage 1.4

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Ta mère invite toute la famille pour souper. Comme d'habitude tu te plains puisque seulement $\frac{1}{6}$ d'entre eux ont environ ton âge. S'il y a 24 personnes (sans toi) dans ta famille, combien d'entre eux ont presque ton âge?
2. Il y a 12 œufs dans une douzaine. Si tu achètes 4 douzaines d'œufs, combien d'œufs as-tu acheté?
3. Écris 0,058 en fraction.
4. Tu désires manger des bonbons qui coûtent 5 ¢. Tu as 1,43$ dans ta poche. Combien de bonbons peux-tu acheter?
5. Nomme tous les facteurs de 12.
6. Complète la régularité : 0, 3, ____, 9, 12, ____.
7. Identifie la variable indépendante : le temps qu'il faut à un avion pour atterir en fonction de son altitude.
8. Dans un restaurant, il reste 3 tartes partiellement finies à la fin de la journée. S'il reste $\frac{2}{7}$ de chacune des tartes, quelle portion de tarte reste-il en tout?

suite

Activité d'appentissage 1.4 (suite)

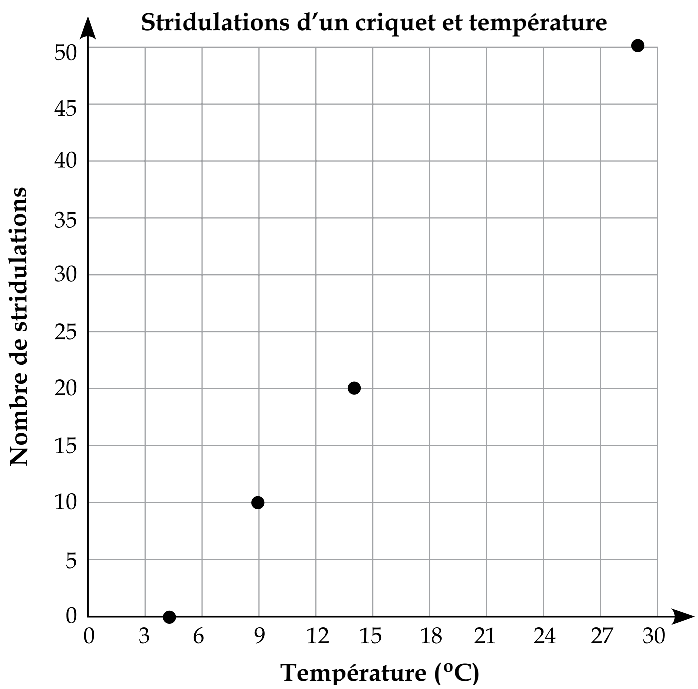
Partie B - Coordonnées, tableaux de données et relations

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Utilise les données fournies dans le tableau de valeurs de l'exemple 1 pour compléter les énoncés ci-dessous.
   a) Écris les données sous forme de coordonnées.
   b) Écris une phrase décrivant la relation entre les deux variables (p. ex., à mesure que le temps fait « ceci », le carburant restant fait « cela »).

2. Retourne aux graphiques fournis ou à ceux que tu as créés à la leçon 2. Quels graphiques correspondent à des relations linéaires?

3. Un biologiste a représenté les données reliant la température au nombre de stridulations (bruits) d'un criquet dans le diagramme de dispersion suivant.



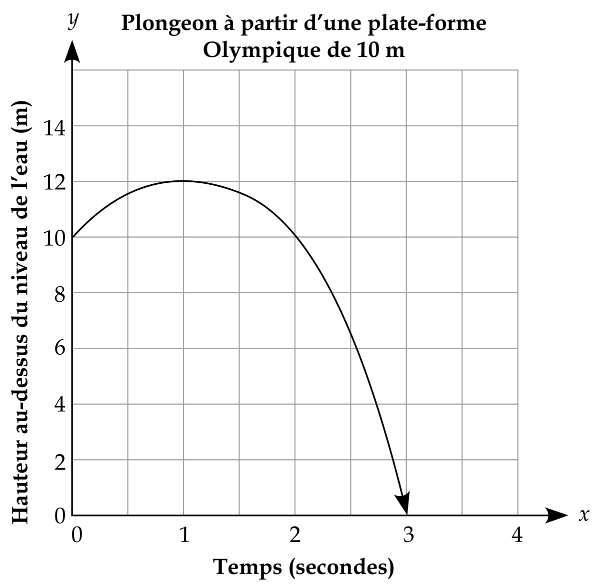
   a) Écris chacune des coordonnées placées dans le graphique.
   b) Crée un tableau de valeurs à partir des données représentées dans ce diagramme.
   c) Écris une phrase décrivant la relation entre ces deux variables.
   d) Est-ce que le graphique correspond à une relation linéaire? Pourquoi.

Les restrictions sur le domaine et l'image

Un bon graphique comporte une échelle appropriée le long de chaque axe. Une échelle appropriée doit inclure toutes les valeurs possibles ou raisonnables pour cette variable dans le contexte donné.

Exemple 3

Les athlètes qui plongent d'une plate-forme olympique sautent d'une hauteur de 10 m environ au-dessus du niveau de l'eau. Si tu veux tracer le graphique de la hauteur du plongeur au-dessus de l'eau comparativement au temps écoulé pour le plongeon, le graphique pourrait ressembler à ceci :



Le plongeur fait un petit saut en l'air puis il plonge avant d'entrer dans l'eau.

Les valeurs le long de l'axe des x représentent le temps en secondes où le plongeur est dans les airs. De façon réaliste, un plongeon ne dure que quelques secondes, donc les valeurs sur l'axe des x qui seraient raisonnables ou valides pour cette situation seraient de 0 à 3 secondes. Ces valeurs sont appelées le **domaine**. Le domaine représente toutes les valeurs de l'abscisse (x) qui sont possibles ou logiques pour la variable indépendante, et tracées le long de l'axe des x.

Les valeurs tracées le long de l'axe des y représentent la hauteur du plongeur au-dessus du niveau de l'eau. L'écart des valeurs raisonnables ou logiques pour ce plongeur peut aller jusqu'à 12 m et aussi bas que 0 m. L'**image** représente toutes les valeurs de l'ordonnée (y) qui sont possibles ou logiques pour la variable dépendante, et tracées le long de l'axe des y.

L'échelle le long des axes devrait inclure des valeurs légèrement au-dessus et/ou légèrement en dessous du domaine et de l'intervalle de variation du graphique. Le domaine et l'image désignent les valeurs des données réelles possibles dans le contexte en question. Le plus souvent, il faut se servir de son jugement pour établir le domaine et l'image, mais les conseils ci-dessous peuvent t'être utiles.

- Il faut parfois laisser de côté les nombres très grands ou très petits, par exemple, la grandeur d'une maison ou la vitesse d'une automobile ont des limites.
- Il arrive parfois que les valeurs négatives soient impossibles dans certaines relations linéaires, à moins que le graphique n'affiche des éléments comme les températures ou des profits et pertes en finances.
- Les restrictions sur le domaine ou l'image d'une des variables peuvent limiter ou restreindre l'autre variable, parce que la variable dépendante subit l'influence de la variable indépendante.

Exemple 4

Des biologistes veulent comparer la longueur d'un doré jaune dans un lac en particulier à l'âge du poisson. Ils identifient des poissons qui ont éclos au cours d'un certain nombre d'années, puis ils les ont relâchés dans le lac. Pendant quelques années, ils ont recapturé ces poissons et mesuré leur longueur. Quels types de facteurs pourraient restreindre le domaine et l'image dans cette situation? Quelles seraient les valeurs logiques pour le domaine et l'image dans ce contexte?

La longueur du poisson dépend de son âge, donc l'âge est la variable indépendante. Le domaine (les valeurs de x possibles) est limité par l'âge du poisson. L'image (valeurs de y) serait limitée par la longueur du poisson. Le poisson peut vivre jusqu'à 15 ans, donc le domaine serait compris entre 0 et 15 ans. Un poisson est très petit quand il éclot, et un doré jaune trophée mesurerait entre 35 et 40 pouces de longueur, donc l'image (valeurs y valides) pourrait être de 0 à 40 pouces.

Activité d'apprentissage 1.5

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Simplifie $\frac{21}{35}$.

2. Simplifie $\frac{12}{20}$.

3. Si 50 % de 680 est égal à 340, que vaut 25 % de 680?

4. Après la fête de l'Halloween, il y a un rabais de 50 % sur tous les bonbons du magasin. Si tu as acheté pour 30 $ de bonbons avant l'Halloween, combien aurais-tu payé ces mêmes bonbons après l'Halloween?

5. Résous $5 + r = -4$.

6. Tu achètes au magasin un beigne pour chaque membre de ta famille. S'il y a 6 personnes dans ta famille, toi y compris, et que chaque beigne coûte 60 ¢, combien te faut-il d'argent?

7. Au rugby, une pénalité transformée vaut 3 points. Si une équipe a fini un match avec 39 points, combien de pénalités a-t-elle transformées?

8. S'il est tombé 10 mm de pluie, combien cela fait-il en centimètres?

suite

Activité d'apprentissage 1.5 (suite)

Partie B – Le domaine et l'image

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Tu veux louer une salle de banquet dans un restaurant et souper avec des amis pour célébrer ton anniversaire. Le repas coûte 6 $ par personne.
   a) Si tu veux tracer le graphique de la relation entre le coût et le nombre de personnes invitées, quel serait un domaine et une image raisonnables? Explique les restrictions dont tu dois tenir compte.
   b) Construis un graphique possible. Tu peux le dessiner à la main ou utiliser un outil technologique et l'imprimer.
   c) Ce contexte est-il un exemple de relation linéaire?
   d) Écris une phrase décrivant la relation entre ces variables.

Résumé de la leçon

Une relation linéaire entre des variables peut être identifiée dans un graphique lorsqu'une ligne droite passe par tous les points, ou près de ces points, dans un diagramme de dispersion. Ces coordonnées (x, y), peuvent aussi être consignées dans un tableau de valeurs, et leur relation décrite en une phrase. Le domaine d'une relation est l'ensemble de toutes les valeurs possibles de x qui sont raisonnables ou valides pour ce contexte. L'image correspond à toutes les valeurs de y possibles qui sont raisonnables ou valides pour ce contexte. Sers-toi de ton jugement pour déterminer les restrictions sur le domaine et l'image.

Dans la prochaine leçon, tu apprendras à identifier des caractéristiques additionnelles des relations linéaires, la pente et les coordonnées à l'origine.

Devoir 1.2

Domaine et image

Total : 30 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. La taille des chaussures dont une personne a besoin dépend de la taille de ses pieds. On sait que pour un pied de 12 pouces de longueur, il faut une chaussure de taille 14, que pour un pied de 10 pouces de long, il faut une chaussure de taille 8, et qu'un pied de 8 ½ pouces chausse du 5.

   a) Détermine quelle variable, la longueur du pied ou la taille des chaussures, est la variable dépendante et laquelle est la variable indépendante dans ce contexte. *(1 point)*

   ____

   b) Écris les coordonnées pour représenter les données ci-dessus. *(3 points)*

   ____

   c) Crée un tableau de valeurs à partir de ces données. *(2 points)*

   d) Décris les restrictions possibles sur le domaine et l'image de ces données. *(2 points)*

   ____

   ____

   ____

   ____

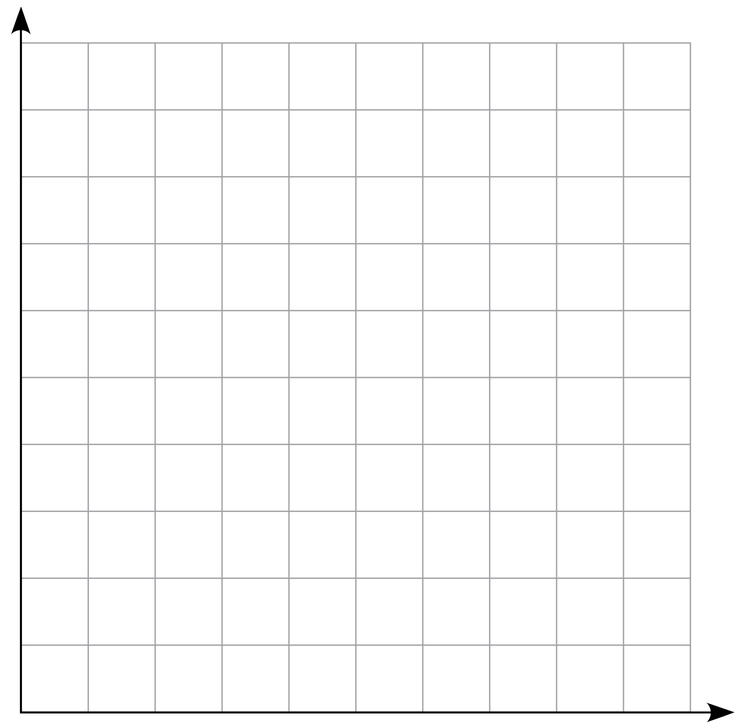
   ____

e) Indique le domaine et l’image. *(2 points)*

____

____

f) Crée un graphique pour présenter ces données. Tu peux le construire à la main ou à l’aide d’un outil technologique et l’imprimer. *(3 points)*



g) Est-ce que les données tirées de ce contexte correspondent à une relation linéaire? *(1 point)*

____

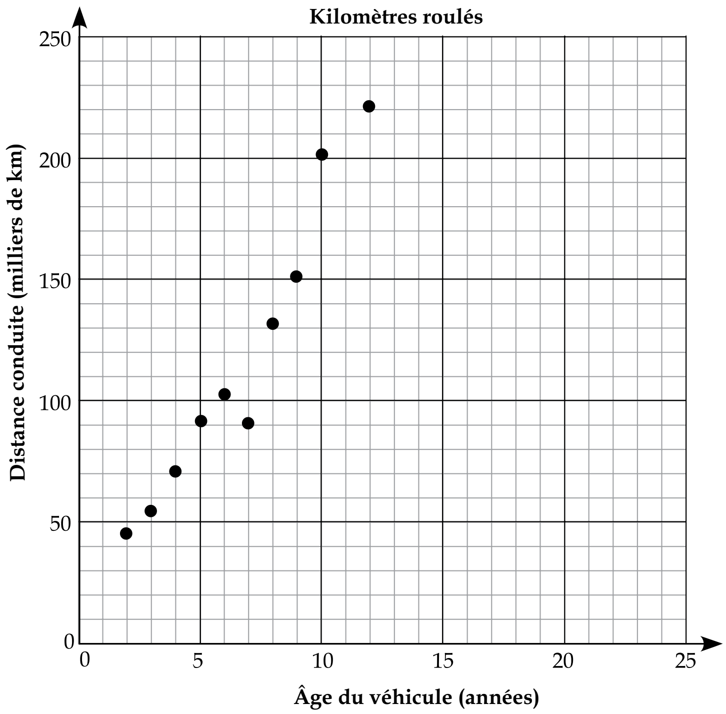
____

h) Écris une phrase décrivant la relation entre ces variables. *(1 point)*

____

____

2. Tu veux comparer l'âge des voitures et des camions de particuliers avec leur kilométrage (nombre de kilomètres roulés). Tu recueilles de l'information et crées le graphique suivant, d'après l'âge des différents véhicules, qui ont été pour la plupart utilisés en continu à partir de la date d'achat.



a) Cette relation est-elle linéaire? *(1 point)*

____

____

b) Indique 3 coordonnées correspondant à ce graphique. *(3 point)*

____

____

c) Quelles restrictions sur le domaine et l'image seraient raisonnables dans ce cas? *(2 points)*

____

____

____

d) Indique un domaine et une image possibles pour ce contexte. *(2 points)*

e) Ces données sont-elles continues? Explique pourquoi. *(1 point)*

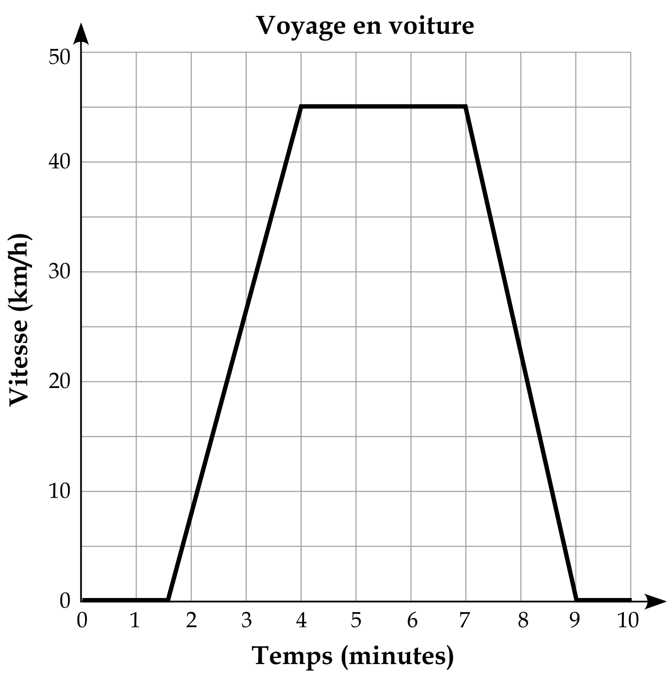
3. Parmi le tableau de valeurs, les coordonnées, les graphiques et les contextes suivants, identifie lesquels tu peux regrouper par paire. Indique si chaque paire représente une relation linéaire. Explique pourquoi. *(6 points)*

i)

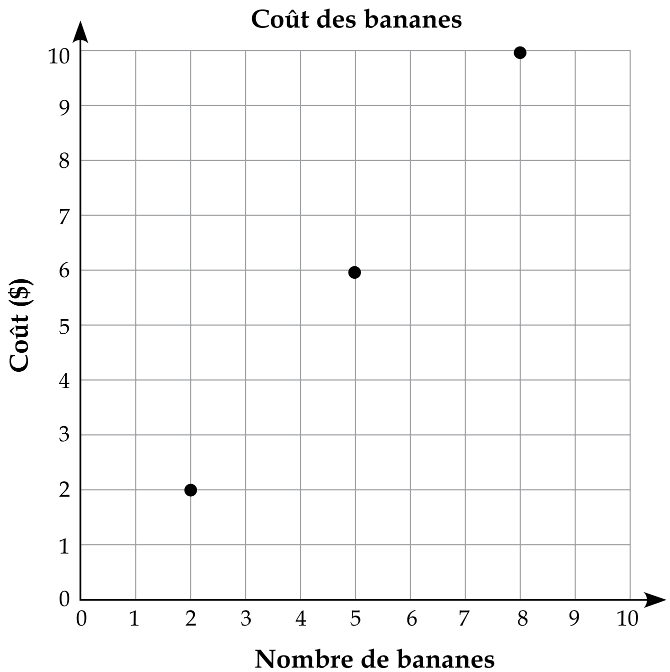
#	$
2	2
6	4
8	5

ii) (2, 2), (5, 6), (8, 10)

iii)



iv)



v) Un autobus à un arrêt laisse monter des passagers et continue sa route, puis arrête pour laisser descendre des passagers.

vi) Tu peux acheter 2 tablettes de chocolat pour 2 $, 6 pour 4 $ ou 8 pour 5 $.

Notes

Leçon 3 – La pente, l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine d'une relation linéaire

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ expliquer que la pente dans un graphique représente un taux de variation
- ❑ déterminer si une pente est positive ou négative
- ❑ calculer la pente
- ❑ déterminer les points d'intersection d'une droite avec l'axe des x, l'abscisse à l'origine et l'axe des y, l'ordonnée à l'origine, dans un graphique, et les énoncer de deux façons
- ❑ résoudre des problèmes comportant une pente et les coordonnées à l'origine

Introduction

Lorsqu'on descend une pente en ski ou en planche à neige, le niveau de difficulté de la pente peut être représenté par des losanges noirs ou un dessin de pente bosselée. Si tu fais une course de descente, il y a un point qui indique la ligne de départ, et un point, la ligne d'arrivée.

La pente d'une droite dans un graphique peut être représentée de façon numérique. Les points où la droite rencontre l'axe des x et l'axe des y sont appelés les coordonnées à l'origine. Dans cette leçon, tu apprendras à décrire la pente d'une droite et à calculer sa valeur numérique. Tu sauras aussi comment identifier les coordonnées à l'origine d'une droite.

Qu'est-ce que la pente?

La pente, représentation d'un taux de variation

Toi et ton amie, vous comparez les revenus de vos emplois à temps partiel à l'aide d'un tableau de valeurs.

Ton revenu comparé aux heures travaillées :

Nombre d'heures	Revenu ($)
2	14
5	35
8	56
10	70

Le revenu de ton amie et ses heures travaillées :

Nombre d'heures	Revenu ($)
3	33
6	66
7	77
9	99

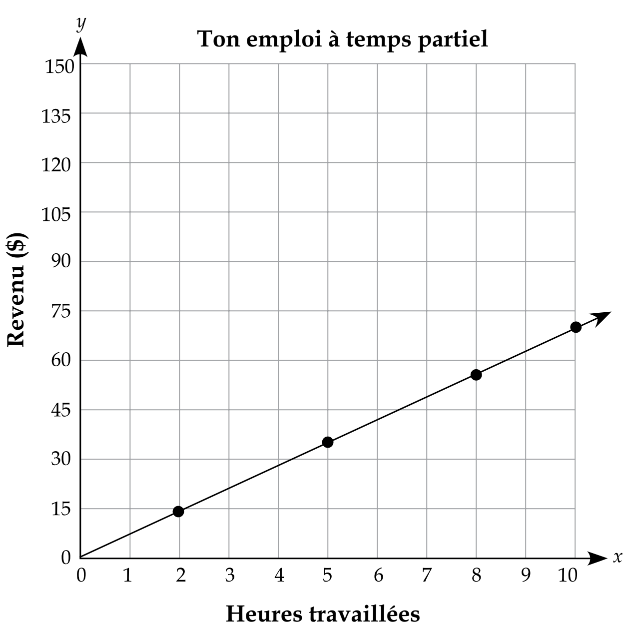
Ces tableaux correspondent-ils à des relations linéaires? Pourquoi, selon toi?

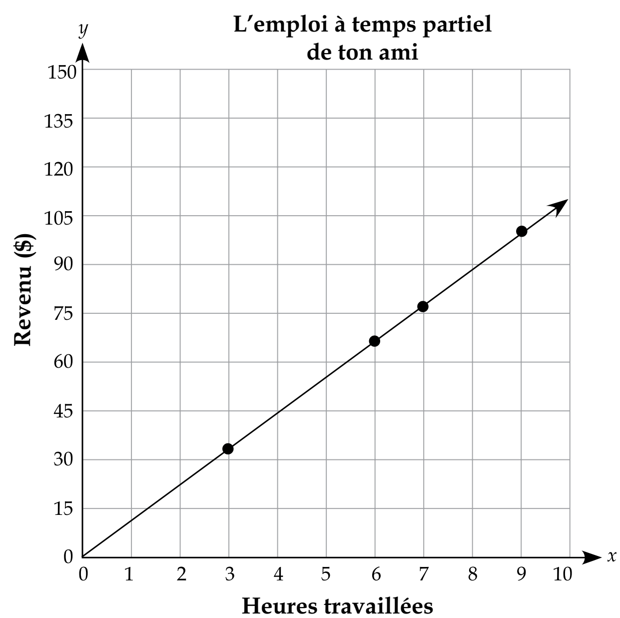
Oui, les données de ces tableaux sont en relation linéaire, parce que le rapport entre les heures et les revenus est constant dans chacun des tableaux. C'est le résultat d'un salaire horaire.

Est-ce que vous gagnez tous les deux le même montant dans une heure? Qui gagne le plus? Qu'est-ce qui te fait dire cela?

Tu gagnes 7 $ l'heure, alors que ton amie gagne 11 $ l'heure. Tu peux le déterminer en trouvant une régularité entre les deux colonnes. Ton nombre d'heures de travail multiplié par 7 donne le montant de ton revenu, alors que tu dois multiplier par 11 les heures de travail de ton amie pour trouver son revenu.

Si tu veux représenter graphiquement ces deux relations linéaires, les données peuvent être présentées comme suit :



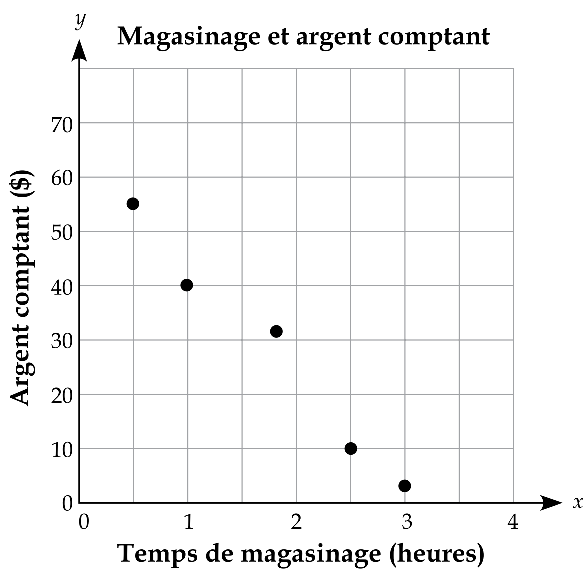


Qu'est-ce que tu remarques au sujet des lignes tracées dans ces deux graphiques?

La droite représentant le revenu de ton amie monte plus rapidement, comparée à la droite représentant ton revenu, qui monte lentement. La pente d'une droite est la mesure d'une différence de hauteur plus ou moins grande. La pente compare l'augmentation de l'inclinaison sur le plan vertical (vers le haut ou le bas) à mesure qu'on se déplace horizontalement (vers la droite). Puisque tu compares maintenant deux variables, la pente peut être donnée comme une mesure du taux de variation, ou la variation moyenne, exprimée à l'aide d'unités comme des dollars par heure ($/h), ou des km/h ou des m/sec, etc.

La pente de la droite dans ton graphique peut s'exprimer par 7 $/h parce que la valeur des points le long de l'axe des y augmente (variation positive) pour chaque incrément de 1 heure le long de l'axe des x.

Si tu veux apporter tout ton salaire en argent comptant pour aller magasiner, la comparaison des heures de travail et du montant d'argent pourrait avoir cette allure :



Dans cette relation linéaire, la hauteur diminue, ou présente une variation négative, à mesure qu'on se déplace vers la droite le long de l'axe des x; cependant, tu ne dois pas relier les points de données car tu ne dépenses pas ton argent d'une façon continue, mais à des magasins (et à des moments) différents.

Les droites peuvent avoir une pente négative ou positive. Une pente négative perd de la hauteur à mesure qu'on se déplace vers la droite et une pente positive augmente de hauteur à mesure qu'on se déplace vers la droite.

Pente positive   Pente négative

Activité d'apprentissage 1.6

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Écris 3,5 % en nombre décimal.
2. Lequel est plus grand : 0,76 ou 0,07?
3. Quelle est l'étendue des nombres suivants : 0,2; 0,6; 0,08; 0,5; 0,03.
4. Si 3 % de 500 est 15, que vaut 12 % de 500?
5. Le matelas utilisé pour faire de la gymnastique a une forme de carré. La longueur d'un côté du matelas est de 39 pieds. Estime l'aire du matelas.
6. Complète la régularité suivante : 9, –7, 5, __, __.
7. Résous $9v = 45$.
8. Tu veux commander de la pizza mais tu n'as que 15 $ en poche. Si la pizza coûte normalement 16 $, taxes incluses, mais qu'il y un rabais de 10 %, peux-tu te permettre d'en acheter une?

Partie B – Le taux de variation et la pente

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Kent escalade une falaise de 400 m de haut. 45 minutes après le début de son ascension, il a grimpé de 75 m. Après une autre heure, il a atteint 175 m.
   a) Combien d'heures d'escalade sans arrêter doit-il faire pour atteindre le sommet? Dessine un graphique pour t'aider à répondre à cette question.
   b) À quelle vitesse grimpe-t-il en m/h?

suite

Activité d’apprentissage 1.6 (suite)

2. Pour descendre la falaise, il faut seulement deux heures et demie à Kent.
   a) Crée un graphique avec une échelle similaire à celle de la question précédente et trace la représentation graphique de cette situation. Indique les points qui représentent le temps et la hauteur au sommet de la falaise, et le moment où il atteint le bas.
   b) Compare les pentes de ces deux graphiques.
   c) Quelle est la vitesse de Kent en descente?

Le calcul de la pente

Pour calculer le taux de variation ou la pente d’une relation, détermine le changement dans la valeur de y entre deux points, et le changement dans la valeur de x entre les deux mêmes points. Le rapport du changement vertical sur le changement horizontal donne la pente.

$$\text{pente} = \frac{\text{changement vertical}}{\text{changement horizontal}} = \frac{\text{élévation}}{\text{course}}.$$

Tu devras pouvoir calculer la pente. Ce serait une bonne idée d’inclure la formule de la pente sur ta fiche ressource.

Exemple 1

Lucie vérifie le pluviomètre dans sa cour durant un orage. Après 3 heures, la jauge montre des précipitations de 1 mm de pluie. Après 5 heures d’orage, la jauge montre que 7 mm de pluie sont tombés. Écris deux coordonnées (x, y) décrivant cette situation et détermine la pente de la droite qui relie ces points.

la variation dans les valeurs de y (augmentation de la quantité d’eau) est le changement vertical

(3, 1) (5, 7)

la variation dans les valeurs de x (augmentation dans le nombre d’heures) est le changement horizontal

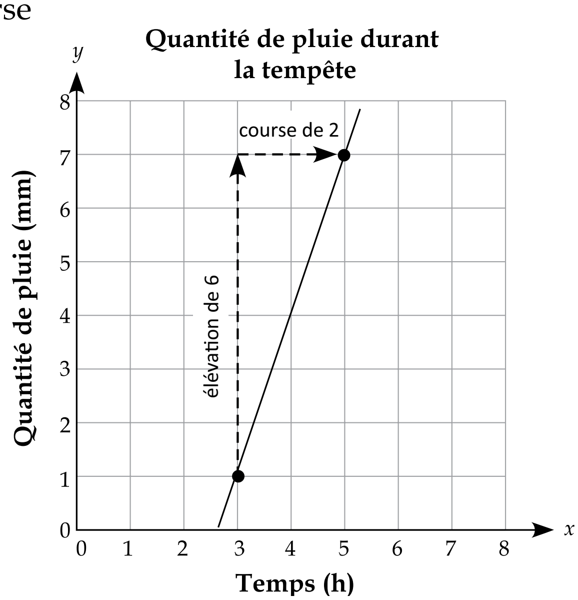
Entre y = 1 et y = 7, il y a une augmentation de 6, donc 6 mm de pluie sont tombés durant cet intervalle.

Entre x = 3 et x = 5, il y a une augmentation de 2; donc 2 heures sont passées.

La pente est le rapport entre le $\dfrac{\text{changement vertical}}{\text{changement horizontal}} = \dfrac{6}{2}$.

La pente égale 3, ce qui représente 3 mm/h, ou les précipitations moyennes pendant cet intervalle. C'est une moyenne parce qu'après 3 heures, il n'y avait que 1 mm de pluie tombée. D'après cette pente, après 3 heures, on pourrait s'attendre à avoir (3 × 3 = 9) 9 mm de pluie tombés.

Dessine un graphique pour représenter visuellement la pente ou le rapport de $\dfrac{\text{élévation}}{\text{course}}$ de la droite.



$$\frac{\text{élévation}}{\text{course}} = \frac{6}{2} = 3$$

Exemple 2

À partir des deux coordonnées suivantes, calcule la pente de la droite entre ces points.

de y = 5 jusqu'à y = 1, il y a un
changement vertical de –4

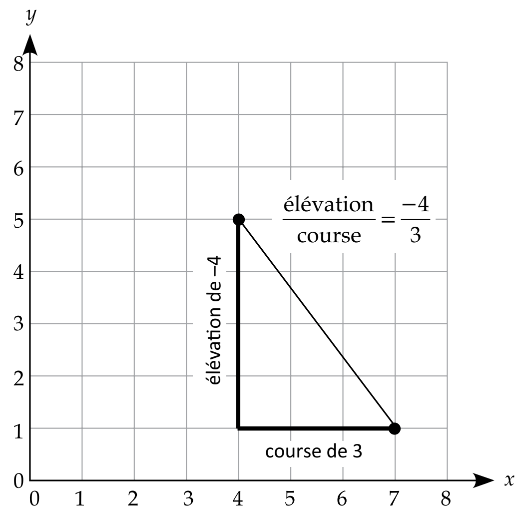
(4, 5) (7, 1)

de x = 4 jusqu'à x = 7, il y a un
changement horizontal de 3

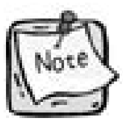
La pente est le rapport entre $\dfrac{\text{le changement vertical}}{\text{le changement horizontal}} = \dfrac{-4}{3}$.

La pente est égale à $\frac{-4}{3}$.

Trace un graphique pour représenter visuellement le rapport de $\frac{\text{élévation}}{\text{course}}$ de la droite.



$$\frac{\text{élévation}}{\text{course}} = \frac{-4}{3}$$



Note : La pente est toujours lue en se déplaçant ver la droite le long de l'axe des x.

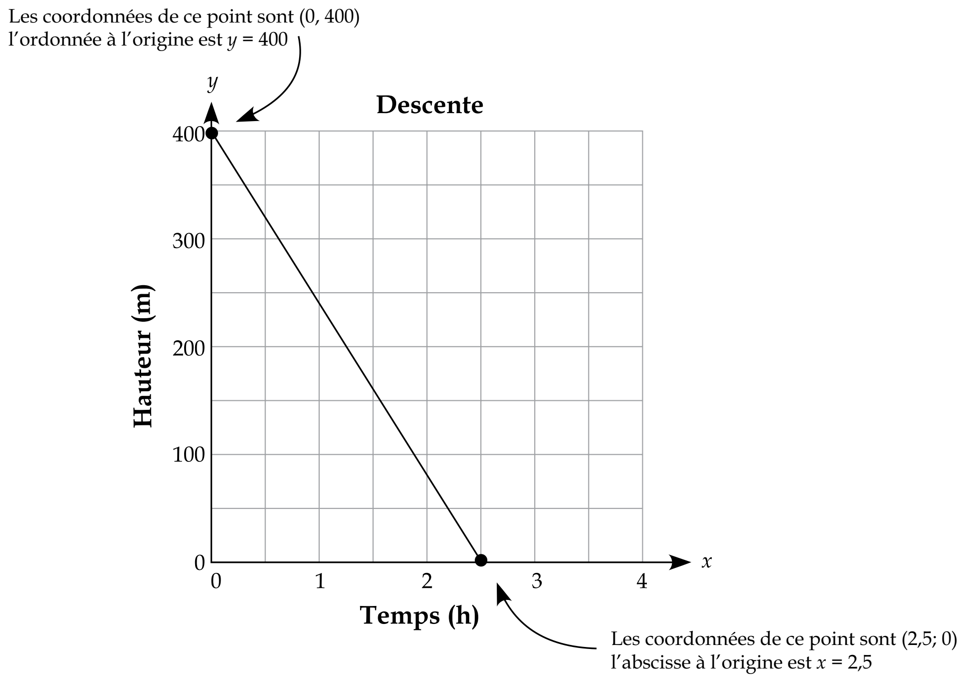
Les coordonnées à l'origine

Dans la dernière activité d'apprentissage, tu as appris à tracer le graphique représentant la descente de la falaise par Kent en utilisant les coordonnées : (2,5; 0) et (0, 400). Qu'est-ce que tu remarques au sujet de ces coordonnées et de l'endroit où elles sont tracées sur le graphique?

Dans chacune de ces coordonnées, l'une est zéro. Lorsqu'on trace ces points sur le graphique, un zéro est situé sur l'axe des x, et l'autre, le long de l'axe des y. Ces deux points critiques sont appelés des coordonnées à l'origine.

Le point d'intersection avec l'axe des x est le point où la droite croise l'axe des x. L'ordonnée y à ce point est égale à 0. Le point d'intersection avec l'axe des x peut être écrit sous forme de coordonnées, par exemple (2,5; 0), ou sous forme de valeur, comme x = 2,5.

Le point d'intersection avec l'axe des y est le point où la droite traverse l'axe des y. La coordonnée en x à ce point est égale à 0. Le point d'intersection avec l'axe des y peut être écrit sous forme de coordonnées, par exemple (0, 400), ou sous forme de valeur, comme y = 400.



Souvent, le domaine et l'image dans une situation donnée sont limités par les valeurs aux coordonnées à l'origine. Dans le graphique ci-dessus, le domaine serait de 0 à 2,5 et l'image serait compris entre 0 et 400.

Dans le graphique représentant l'ascension de la falaise par Kent, les deux points d'intersection, celui avec l'axe des x et l'autre avec l'axe des y, se trouvent au même endroit : au point où l'axe des x et l'axe des y se croisent. Les coordonnées de ce point sont (0, 0). Ce point a un nom spécial : il s'appelle l'origine des coordonnées, ou simplement l'origine.

Activité d'apprentissage 1.7

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Un graphique indique le niveau de bruit dans une salle en fonction du nombre de personnes. Ce graphique est-il continu ou discontinu?
2. Si une variable indépendante a des valeurs allant de 0 à 20, ces valeurs appartiennent-elles au domaine ou à l'image?
3. Écris $2\frac{3}{7}$ en fraction.
4. Tu conduis jusqu'à ton chalet qui est situé à 104 km de chez toi. $\frac{1}{8}$ de ton trajet se trouve en ville. Combien de kilomètres conduis-tu en ville?
5. Tu veux acheter un biscuit au beurre d'arachide lors d'une vente de pâtisseries. Si un plateau de 16 biscuits coûte 3,20 $, combien te coûtera un biscuit?
6. Écris 0,84 en pourcentage.
7. Il y a 26,4 milles dans un marathon. Combien de milles y a-t-il dans un semi-marathon?
8. Résous $3d = 9$.

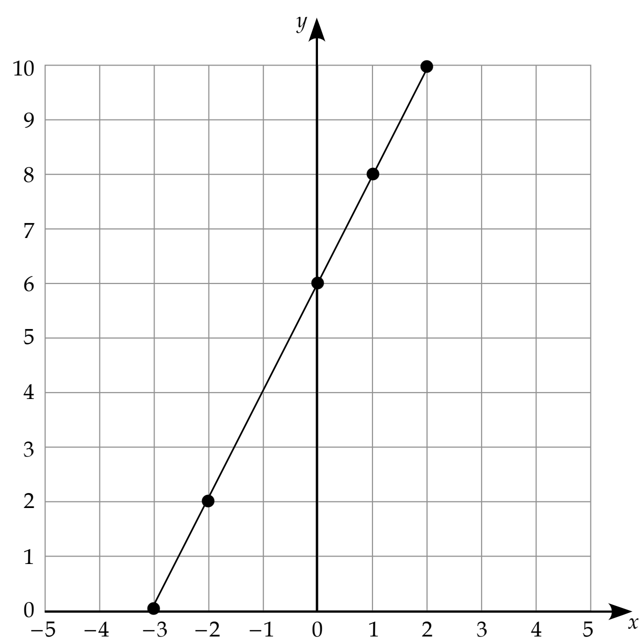
suite

Activité d'apprentissage 1.7 (suite)

Partie B – Les relations linéaires

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. D'après le graphique théorique ci-dessous, indique :
   a) si la pente est positive ou négative;
   b) quel est le taux de variation, ou la pente;
   c) la valeur de l'abscisse à l'origine;
   d) les coordonnées de l'ordonnée à l'origine;
   e) le domaine;
   f) l'image.



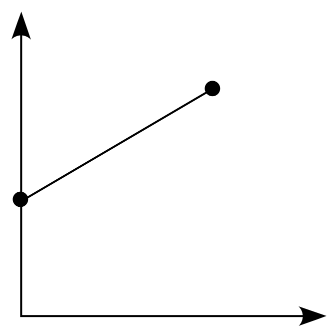
suite

Activité d'apprentissage 1.7 (suite)

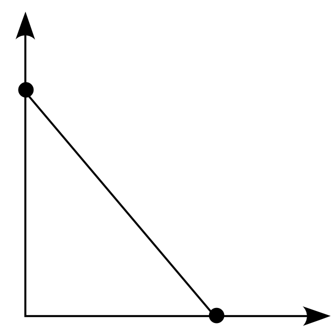
2. Revenons à la première partie de cette leçon; quand tu as compris combien ton amie gagnait de plus que toi à son travail à temps partiel, tu as trouvé un nouvel emploi à une animalerie. Ici, ton revenu est basé en partie sur des commissions. Tu gagnes un pourcentage de la valeur des produits que tu vends. D'après tes trois premières semaines de paye, sachant que ton revenu dépend de tes ventes, tu détermines les coordonnées (ventes, revenus) suivantes : (500, 100), (600, 110) et (1 000, 150).
   a) Trace le graphique de ces points et détermine si la relation est linéaire.
   b) Quel est le taux de variation ou la pente de la droite?
   c) Dessine une droite pour déterminer les coordonnées à l'origine. Qu'est-ce que les coordonnées à l'origine représentent?
   d) Quel est le domaine et l'image dans cette situation?

Combien y a-t-il de coordonnées à l'origine possibles?

Jusqu'à maintenant, tu as vu des graphiques avec un ou deux coordonnées à l'origine dans le contexte donné.

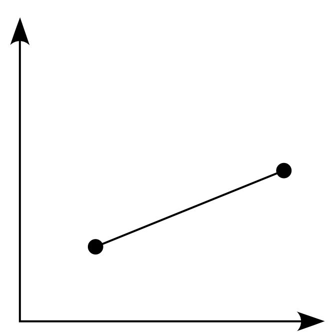


une seule coordonnée à l'origine dû à une restriction sur le domaine



deux coordonnées à l'origine

Est-il possible qu'un graphique linéaire n'ait aucun point d'intersection? Si le domaine et l'image restreignent les valeurs possibles de x et de y, oui, il est possible d'avoir un graphique sans aucun point d'intersection.

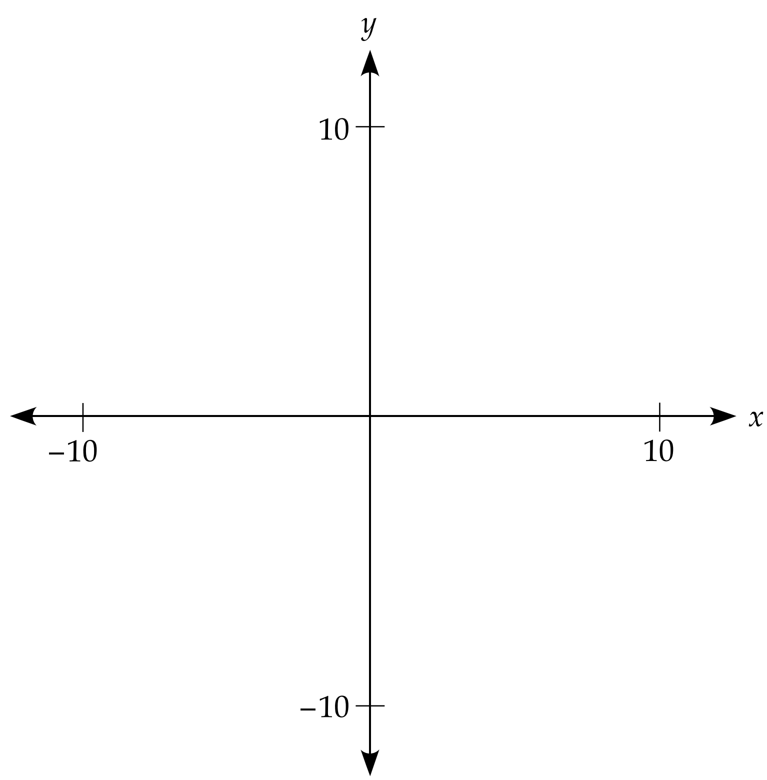


aucune coordonnée à l'origine dû à des restrictions sur le domaine et l'image

Trace le graphique sur tout le plan cartésien ci-dessous. S'il n'y a aucune restriction sur le domaine et l'image d'une relation linéaire :

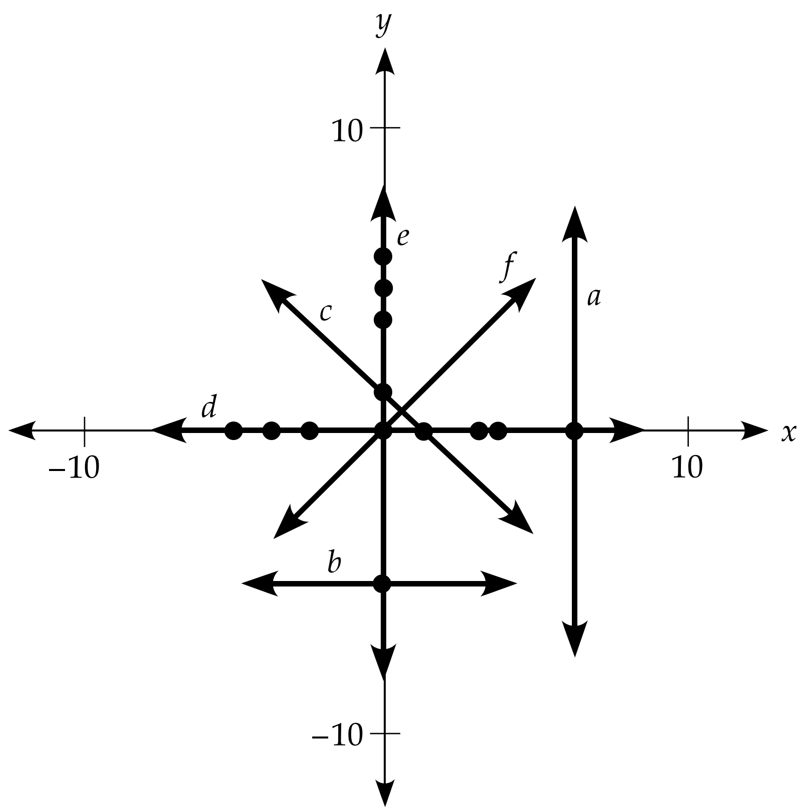
- dessine une ligne droite sans coordonnées à l'origine
- dessine une ligne droite avec 1 seule coordonnée à l'origine (avec l'axe des x ou avec l'axe des y)
- dessine une ligne droite avec exactement 2 coordonnées à l'origine (un point d'intersection avec l'axe des x et un point d'intersection avec l'axe des y)
- dessine une ligne droite qui a un nombre infini de coordonnées à l'origine (que ce soit avec l'axe des x ou l'axe des y)

Plan cartésien



- Il est impossible de tracer une ligne droite sans aucune coordonnée à l'origine s'il n'y a aucune restriction sur le domaine et l'image, et les 4 quadrants du plan cartésien sont tous utilisés. Une ligne droite qui continue indéfiniment dans les deux directions finira par traverser un ou deux axes, puisque les deux axes se prolongent à l'infini également.
- Une droite ayant une seule coordonnée à l'origine doit être verticale et croiser l'axe des x à un endroit, ou doit être une droite horizontale et croiser l'axe des y à un endroit (les droites a et b sur le graphique qui suit).

- Toute ligne oblique (en diagonale) aura exactement deux coordonnées à l'origine : un avec l'axe des *x* et l'autre avec l'axe des *y* (la droite *c* est un exemple possible d'une droite oblique).
- Une droite avec un nombre infini de coordonnées à l'origine avec l'axe des *x* ou l'axe des *y* doit être tracée sur l'un des deux axes. Une droite horizontale dessinée sur l'axe des *x* croise l'axe des *x* à chaque point tout le long de l'axe (droite *d*). Une droite verticale tracée sur l'axe des *y* croise l'axe des *y* à chaque point tout le long de l'axe (droite *e*). Ces droites ont un nombre infini de coordonnées àl'origine.
- Si une droite passe par l'origine (droite *f*), elle semble n'avoir qu'une seule coordonnée à l'origine. Cette droite est considérée comme ayant deux coordonnées à l'origine parce qu'elle traverse les deux axes, celui des *x* et celui des *y*.



Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as appris deux caractéristiques des relations linéaires – la pente et les coordonnées à l'origine. Tu peux maintenant déterminer si une pente est positive ou négative, et tu sais comment calculer le taux de variation à l'aide des coordonnées de points le long de la droite, ou le rapport d'élèvation/course. Tu peux aussi trouver les valeurs des coordonnées à l'origine d'une droite et les écrire sous forme de coordonnées d'un point. Dans la prochaine leçon, tu verras la pente de droites horizontales, verticales, parallèles et perpendiculaires, et tu utiliseras une pente et les coordonnées d'un point pour tracer des droites.

Devoir 1.3

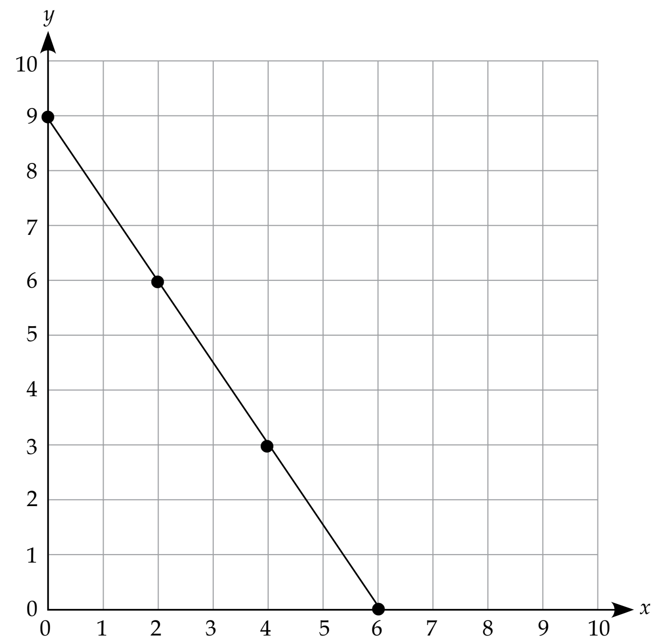
Coordonnées à l'origine, pentes, domaine et image

Total : 29 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Complète l'information demandée au sujet des graphiques suivants.

   a) *(6 points)*



i) La pente est-elle positive ou négative? ____________________

ii) Calcule le taux de variation (pente). ____________________

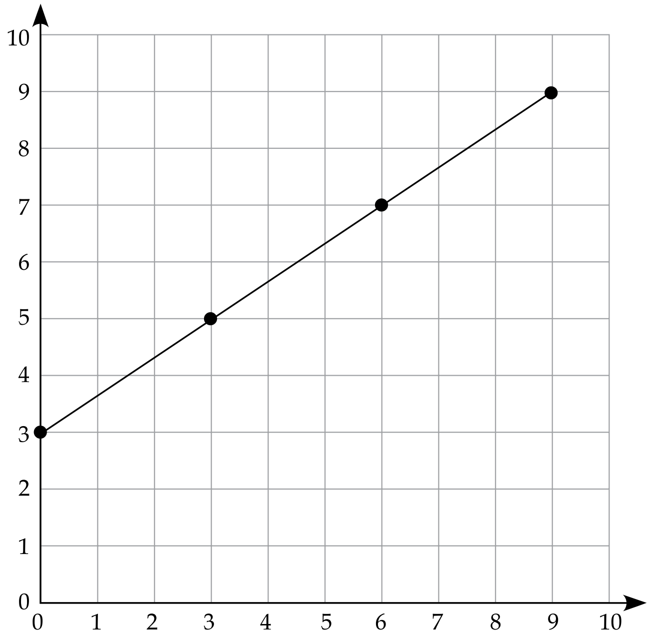
iii) Indique la valeur de l'abscisse à l'origine. ____________________

iv) Indique la valeur de l'ordonnée à l'origine. ____________________

v) Indique le domaine de cette relation linéaire. ____________________

vi) Indique l'image de cette relation linéaire. ____________________

b) *(6 points)*



i) La pente est-elle positive ou négative? ____________________

ii) Calcule la pente. ____________________

iii) Indique les coordonnées de l'abscisse à l'origine. ____________________

iv) Indique les coordonnées de l'ordonnée à l'origine. ____________________

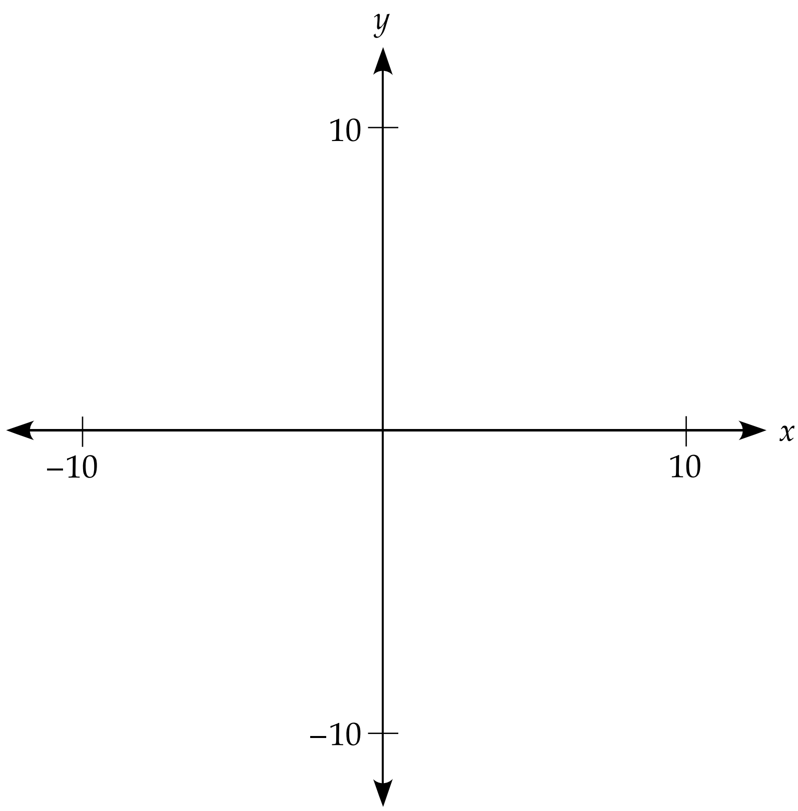
v) Indique le domaine. ____________________

vi) Indique l'image. ____________________

2. Sur le plan cartésien ci-dessous :

   a) trace une droite représentant une relation linéaire ne comptant qu'un seul point d'intersection avec l'axe des x; étiquette cette ligne « droite *a* ». *(1 point)*

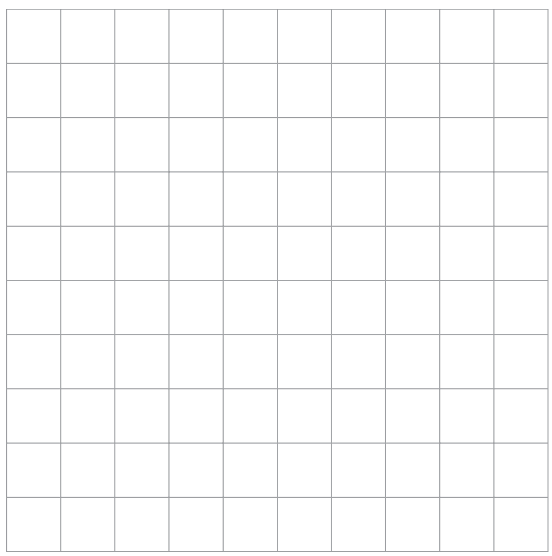
   b) trace une droite représenant une relation linéaire ayant un nombre infini de points d'intersection avec l'axe des y; étiquette cette ligne « droite *b* ». *(1 point)*



3. Une étude a démontré qu'une personne dépense plus de calories par jour si la température quotidienne moyenne en degrés Celsius est moins élevée. Les données recueillies au cours de l'étude sont les suivantes :

Température (°C)	21	0	10	4	35	–5
Calories dépensées	3 000	3 750	3 300	3 600	2 500	4 000

a) Crée un graphique représentant ces données. Tu peux utiliser le plan cartésien suivant ou utiliser un outil technologique telle que *Graphical Analysis* ou un tableur électronique. Imprime ton graphique et ajoute-le à ton travail à remettre. Ajoute les étiquettes, les unités, le titre et les échelles appropriés. *(5 points)*



b) Est-ce que ce graphique représente une relation linéaire? ________________ *(1 point)*

c) Utilise une règle pour dessiner une droite passant par autant de points de données que possible, ou près de ces points. *(1 point)*

d) La pente est-elle positive ou négative? ________________ *(1 point)*

e) À partir de ta droite ou des coordonnées de deux points du tableau de valeurs, calcule la pente de la droite. Explique ce qu'elle représente. *(3 points)*

___

___

___

f) Indique les coordonnées à l'origine de deux façons (si elles existent), et ce qu'elles représentent. *(4 points)*

___

___

___

Notes

Leçon 4 – Le calcul de la pente

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ calculer la pente d'un segment de droite
- ❑ expliquer la signification de la pente d'une droite horizontale ou verticale
- ❑ expliquer pourquoi la pente d'une droite peut être déterminée à partir de deux points, n'importe lesquels, sur cette droite
- ❑ tracer une droite, à partir de sa pente et d'un point situé sur cette droite, et déterminer un autre point sur cette droite
- ❑ généraliser et appliquer une règle pour déterminer si deux droites sont parallèles ou perpendiculaires
- ❑ associer des graphiques à leur pente correspondante et à leurs coordonnées à l'origine

Introduction

Dans cette leçon, tu appliqueras à des graphiques théoriques les connaissances que tu as acquises précédemment au sujet de la pente et des coordonnées à l'origine des relations linéaires dans divers contextes. Tu verras la pente de droites verticales, horizontales, perpendiculaires et parallèles. Tu expliqueras pourquoi la pente d'une droite quelconque peut être déterminée par deux points sur cette droite, et tu traceras des droites à partir d'un point et de la pente.

La valeur de la pente

Formule de la pente

Dans la leçon précédente, tu as approfondi ta compréhension de la pente d'une droite. La pente y représentait le montant gagné à l'heure, ou la vitesse à laquelle une personne escaladait une falaise. Tu as utilisé le rapport entre l'élévation (changement vertical) et la course (changement horizontal) d'une droite pour trouver le taux de variation. Tu as aussi déterminé la différence dans les valeurs de x et de y des coordonnées de deux points pour déterminer la valeur mathématique de la pente.

La lettre m est souvent utilisée pour représenter la pente d'une droite.

$$m = \frac{\text{changement vertical}}{\text{changement horizontal}} = \frac{\text{différence dans les valeurs de } y}{\text{différence dans les valeurs de } x}$$

Si tu prends les coordonnées de deux points et tu les étiquettes en indice, les appelant le point 1 : (x_1, y_1) et le point 2 : (x_2, y_2), tu peux élaborer une formule pour trouver la pente de la droite reliant ces deux points.

$$m = \frac{\text{la différence dans les valeurs de } y}{\text{la différence dans les valeurs de } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Exemple 1

À partir des points (4, 2) et (6, 7), détermine la pente de la droite reliant ces deux points, et les coordonnées d'un autre point sur cette droite.

Solution :

D'abord, étiquette les points : (x_1, y_1) et (x_2, y_2).

$$\begin{array}{cccc} (4, & 2) & (6, & 7) \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (x_1, & y_1) & (x_2, & y_2) \end{array}$$

Substitue les valeurs dans la formule et trouve la pente.

$$m = \frac{\text{changement vertical}}{\text{changement horizontal}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 2}{6 - 4} = \frac{5}{2}$$

La pente de cette droite est $\frac{5}{2}$.

À partir du point (6, 7), tu peux monter de 5 (changement vertical) et te déplacer de 2 unités vers la droite (changement horizontal) pour trouver un autre point sur cette droite. Les coordonnées du prochain point seraient (6 + 2, 7 + 5) ou (8, 12).

Exemple 2

Calcule la pente de la droite reliant (3, 9) et (5, 1) et détermine les coordonnées d'un autre point sur la droite.

Solution :

$$\begin{array}{cccc} (3, & 9) & (5, & 1) \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (x_1, & y_1) & (x_2, & y_2) \end{array}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-9}{5-3} = \frac{-8}{2} = \frac{-4}{1}$$

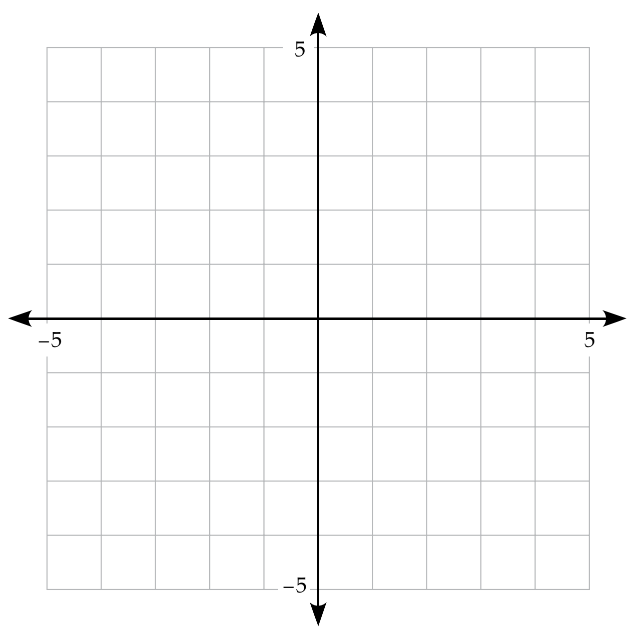
La pente de cette droite égale -4.

À partir du point (5, 1), tu peux te déplacer de -4 unités verticalement et de 1 unité horizontalement pour trouver un autre point sur cette droite. Les coordonnées de ce prochain point seraient (5+1, 1-4) ou (6, -3)

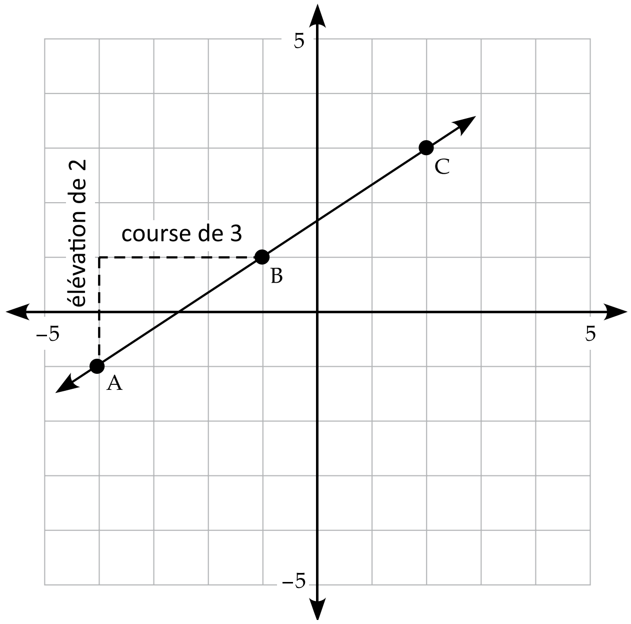
Exemple 3

La pente d'une droite est $\frac{2}{3}$. Le point A sur cette droite est situé à (-4, -1).

Trace cette droite sur le plan cartésien ci-dessous.



Solution :



Partant du point A(-4, -1), tu peux déplacer le point de 2 unités vers le haut et de 3 unités vers la droite pour trouver le point B(-1, 1). Répète encore le rapport changement vertical sur changement horizontal, pour trouver un autre point C(2, 3). Relie ces points par une droite.

Exemple 4

Une droite passe par les points (1, y_1) et (4, 5) et a une pente de 1. Trouve la valeur de y_1 en substituant les valeurs que tu connais dans la formule de la pente.

Solution :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$1 = \frac{5 - y_1}{4 - 1}$$ substitue les valeurs que tu connais dans la formule

$$1 = \frac{5 - y_1}{3}$$ simplifie

$$1(3) = \frac{(5 - y_1)\cancel{(3)}}{\cancel{(3)}}$$ multiplie les deux côtés de la formule par 3 pour éliminer le dénominateur

$$3 = 5 - y_1$$

$$3 - 5 = 5 - 5 - y_1$$ soustrais 5 des deux côtés de la formule pour isoler le y_1

$$-2 = -y_1$$

$$-2(-1) = -y_1(-1)$$ multiplie chaque côté par -1 pour inverser le signe de y_1

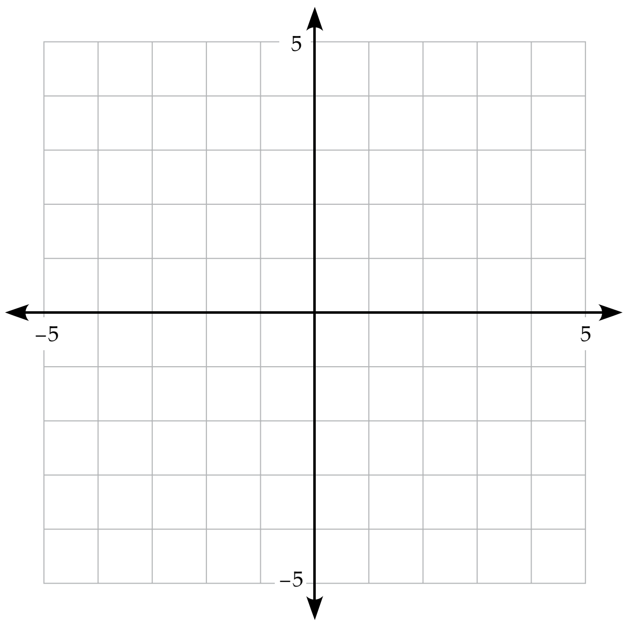
$$2 = y_1$$ la coordonnée y est 2

Une droite avec une pente de 1 passera par les points (1, 2) et (4, 5).

Exemple 5

Trace les points suivants dans la grille ci-dessous et relie ces points par une droite.

Point	x	y
A	–2	4
B	0	1
C	2	–2
D	4	–5



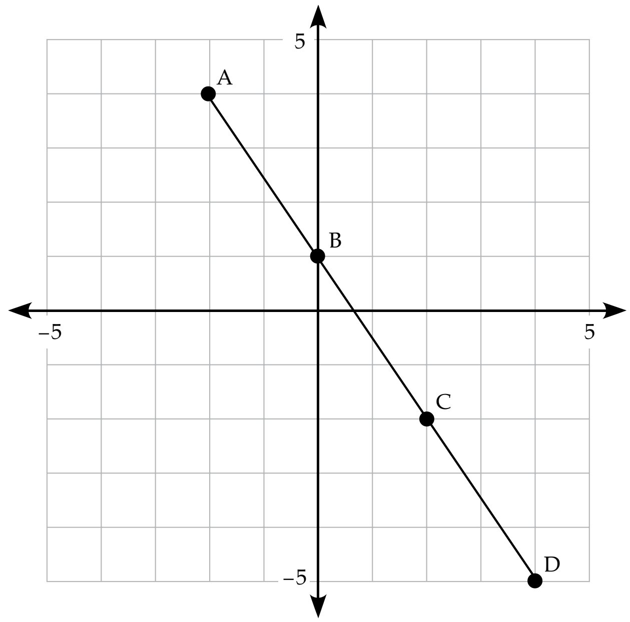
Détermine la pente de la droite entre les points A et B.

Détermine la pente de la droite entre les points B et C.

Détermine la pente de la droite entre les points B et D.

Qu'est-ce que tu remarques?

Solution :



Les points A, B, C et D sont tous des points d'une relation linéaire.

La pente du segment de droite entre les points A et B est calculée comme suit :

$$\begin{array}{cccc} A(-2, & 4) & B(0, & 1) \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (x_1, & y_1) & (x_2, & y_2) \end{array}$$

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-4}{0-(-2)} = \frac{-3}{2}$$

Pente du segment de droite BC :

$$\begin{array}{cccc} B(0, & 1) & C(2, & -2) \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (x_1, & y_1) & (x_2, & y_2) \end{array}$$

$$m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-1}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

Pente du segment de droite BD :

$$\begin{array}{cccc} \mathrm{B}(0, & 1) & \mathrm{D}(4, & -5) \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (x_1, & y_1) & (x_2, & y_2) \end{array}$$

$$m_{\mathrm{BD}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-1}{4-0} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

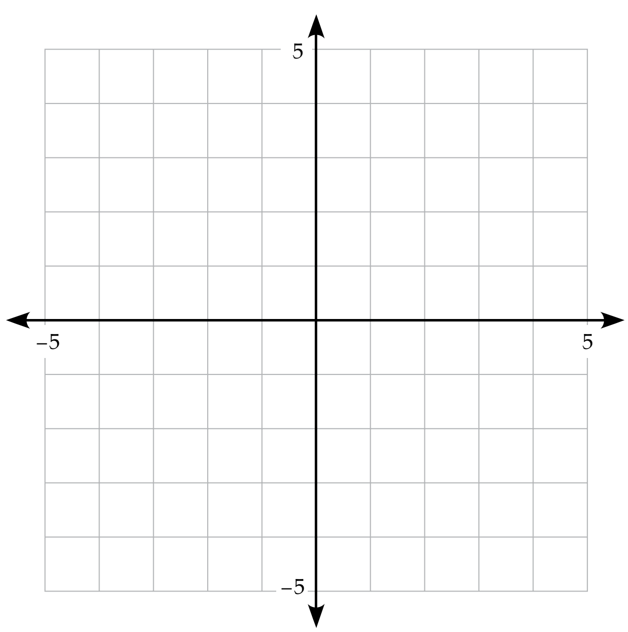
Tu peux choisir deux points quelconques d'une relation linéaire, calculer la pente de la droite qui les relie et constater que la pente demeure la même. **La pente d'une relation linéaire demeure constante à tous les points situés tout au long de la droite.** Quand plusieurs points sont donnés le long d'une droite, tu peux utiliser deux de ces points, n'importe lesquels, pour déterminer la pente.

La pente de droites horizontales et verticales

Tu as découvert que la pente d'une droite peut être une fraction ou un nombre entier positif ou négatif. Mais la pente de droites horizontales et verticales est un cas particulier.

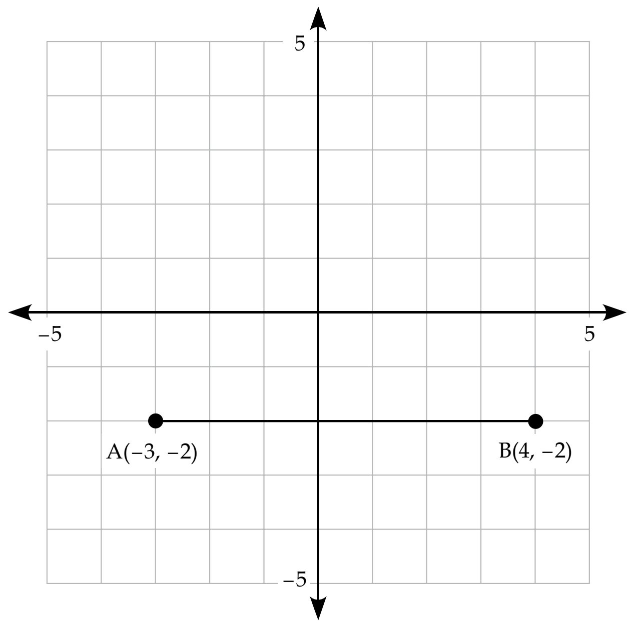
Exemple 6

Trace une droite horizontale sur le plan cartésien ci-dessous. Indique deux points sur cette droite et inscris leurs coordonnées. Utilise ces points pour déterminer la pente de cette droite horizontale.



Solution :

Un segment horizontal AB est tracé sur le plan cartésien.



Les coordonnées des points A et B le long de cette droite horizontale sont les suivantes :

A (–3, –2) and B (4, –2)

À partir de la formule de la pente :

$$m_{\text{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-(-2)}{4-(-3)} = \frac{0}{7} = 0$$

La pente de cette droite est 0.

Trace une autre droite horizontale sur la grille, détermine les coordonnées de deux autres points le long de la droite et calcule la pente.

Tu trouveras que **la pente d'une droite horizontale est toujours égale à zéro**.

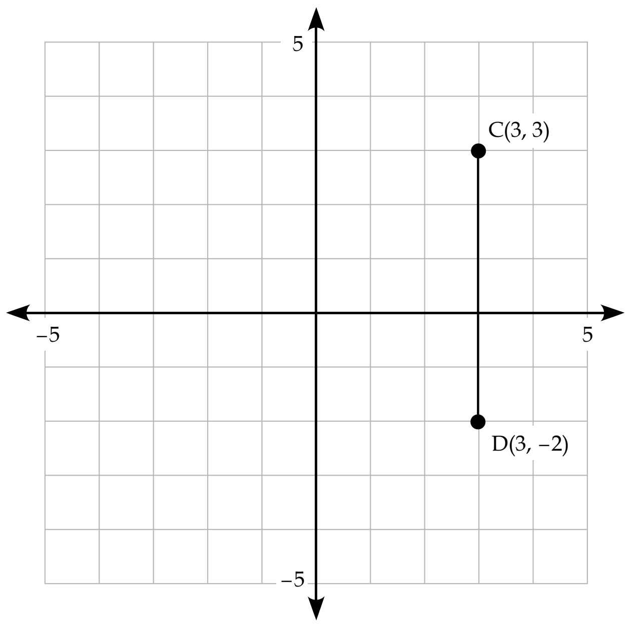
Une droite horizontale a une élévation de zéro, et un nombre infini de points qui pourraient être choisis pour sa valeur de *x*. Comme tu le sais déjà, zéro divisé par n'importe quel nombre donne toujours zéro, donc la pente d'une droite horizontale égalera toujours 0.

Exemple 7

Trace une droite verticale sur la grille de l'exemple 6 (avec tes droites horizontales). Indique deux points sur la droite et inscris leurs coordonnées ci-dessous. Utilise ces points pour déterminer la pente de cette droite verticale.

Solution :

Un segment vertical CD a été tracé.



Les coordonnées des points C et D le long de cette droite verticale sont les suivantes :

C (3, 3) et D (3, -2)

D'après la formule de la pente,

$$m_{\mathrm{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-3}{3-3} = \frac{-5}{0}$$

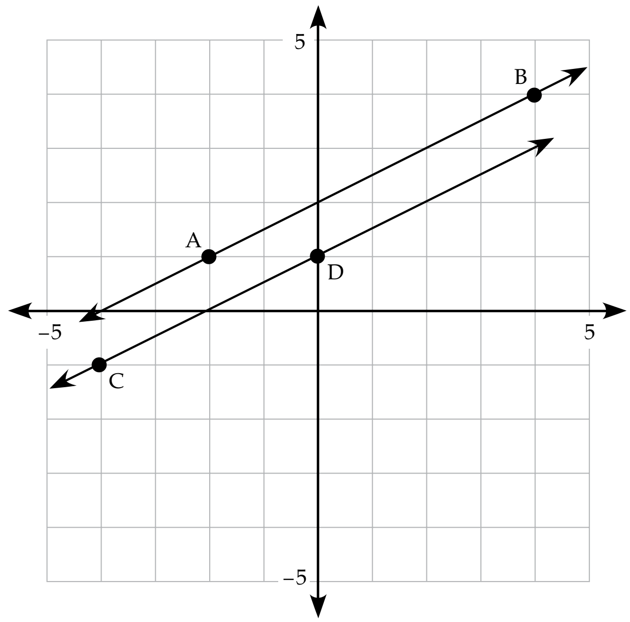
Puisque tu ne peux pas diviser un nombre par zéro (essaie-le sur ta calculatrice – tu auras un message d'erreur quelconque!), on dit alors que la pente de AB est indéfinie. Une droite verticale n'a pas de pente ou la pente d'une droite verticale est indéfinie; m_{AB} est indéfinie.

La pente de droites parallèles et perpendiculaires

Les droites parallèles sont des droites qui ne se croisent jamais, quelle que soit leur longueur. Elles seront toujours à la même distance l'une de l'autre.

Exemple 8

Calcule la pente des droites AB et CD dans le diagramme ci-dessous.



A(–2, 1) B(4, 4)

$$m_{\mathrm{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-1}{4-(-2)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

C(–4, –1) D(0, 1)

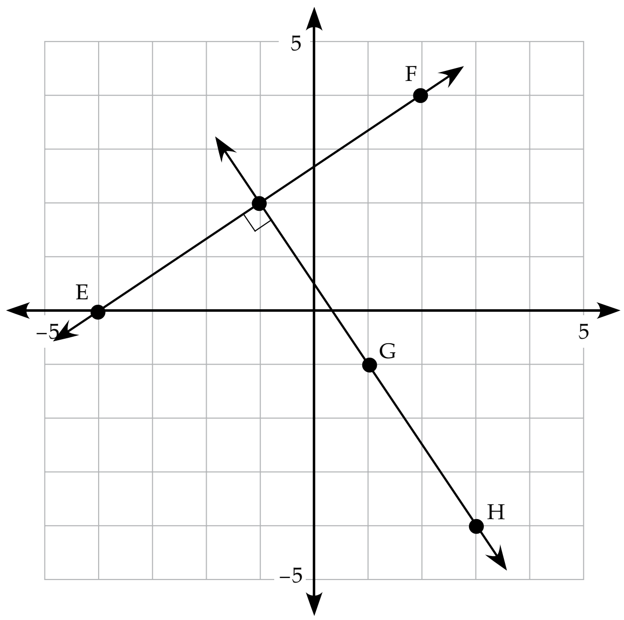
$$m_{\mathrm{CD}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-1)}{0-(-4)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

La pente de droites parallèles est toujours la même pour les deux droites. Si deux droites sont parallèles, elles auront toujours la même pente. Note que les coordonnées à l'origine de ces deux droites seront différentes, mais les pentes de droites parallèles sont congruentes.

Des droites sont perpendiculaires si elles se coupent à un angle de 90° à leur point d'intersection.

Exemple 9

Les droites EF et GH du diagramme ci-dessous sont perpendiculaires. Calcule la pente des droites EF et GH.



E(–4, 0) F(2, 4)

$$m_{\mathrm{EF}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-0}{2-(-4)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

G(1, –1) H(3, –4)

$$m_{\mathrm{GH}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-(-1)}{3-1} = \frac{-3}{2}$$

Qu'est-ce que tu remarques au sujet des pentes de ces droites?

La pente de la droite EF est positive et la pente de la droite GH est négative.

La pente de EF a un 2 au numérateur et un 3 au dénominateur, et dans la pente de GH, ces nombres sont inversés : le 3 est au numérateur, et le 2, au dénominateur. $\frac{2}{3}$ et $\frac{-3}{2}$ sont appelés des nombres inverses négatifs. Les pentes de droites perpendiculaires sont des inverses négatifs.

Les inverses négatifs sont des valeurs qui ont leurs numérateurs et leurs dénominateurs interchangés, et le signe inversé. L'inverse négatif de $\frac{4}{5}$ est $\frac{-5}{4}$. L'inverse négatif de $-\frac{1}{2}$ est $\frac{2}{1}$. Quelle est l'inverse négatif de 10?

Ce serait $\frac{-1}{10}$. Rappelle-toi que quand tu as un nombre entier,

tu peux l'écrire sous forme de fraction $\left(10 = \frac{10}{1}\right)$.

Le produit d'un nombre et son inverse négatif est toujours égal à -1. Essaie-le!

Activité d'apprentissage 1.8

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Tu te rends à Calgary en conduisant ta voiture sur la Transcanadienne. Si tu as conduit durant 3,3 heures à une vitesse constante de 100 km/h, quelle distance as-tu voyagé?
2. Écris le rapport 16 : 12 sous forme de fraction simplifiée.
3. Combien vaut 10 % de 500?
4. Combien vaut 5 % de 500?
5. Combien vaut 15 % de 500?
6. Dans ton école, un professeur enseigne le cours de sciences de 10^{e} année à trois classes différentes. S'il y a 22 élèves dans chaque classe et que chaque élève doive écrire un examen, combien d'examens l'enseignant devra t'il corrigé?
7. Un élève reçoit $\frac{18}{20}$ sur un test. Estime cette valeur en pourcentage.
8. Jamie est deux fois plus vieux que Daniel. Daniel est trois fois plus vieux que Kim. Si Kim a 4 ans, quel âge a Jamie?

suite

Partie B – Ce qu'on peut déduire d'après la pente

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. La pente de la droite reliant les points K et M est $\frac{-3}{7}$ $\left(m_{\text{KM}} = \frac{-3}{7}\right)$. Le point L est sur la même droite que les points K et M. Quelle est la pente de la droite reliant les points M et L? Explique comment tu l'as trouvée.
2. (-456, 187) est un point sur une droite dont la pente égale $\frac{17}{25}$. Trouve un autre point sur cette droite.
3. (5, 12) et (72, y_2) sont des points situés sur une droite ayant une pente de 4. Utilise la formule de la pente pour trouver la valeur de y_2. Montre tes calculs.
4. Explique dans tes propres mots pourquoi la pente d'une droite horizontale est égale à zéro.
5. Explique dans tes propres mots comment tu peux utiliser la formule de la pente pour déterminer si deux droites sont parallèles.

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as utilisé la formule de la pente pour calculer la pente de droites et de segments de droite. Sachant que la pente d'une droite est constante sur toute sa longueur, tu as pu tracer des droites en connaissant leur pente et un point sur ces droites, et trouver d'autres points le long de cette droite. Tu as calculé et expliqué quelle est la pente de droites verticales, horizontales, parallèles et perpendiculaires. Dans la prochaine leçon, tu décriras les relations linéaires à l'aide d'équations et tu apprendras deux autres méthodes pour exprimer le domaine et l'image d'une relation linéaire.

Devoir 1.4

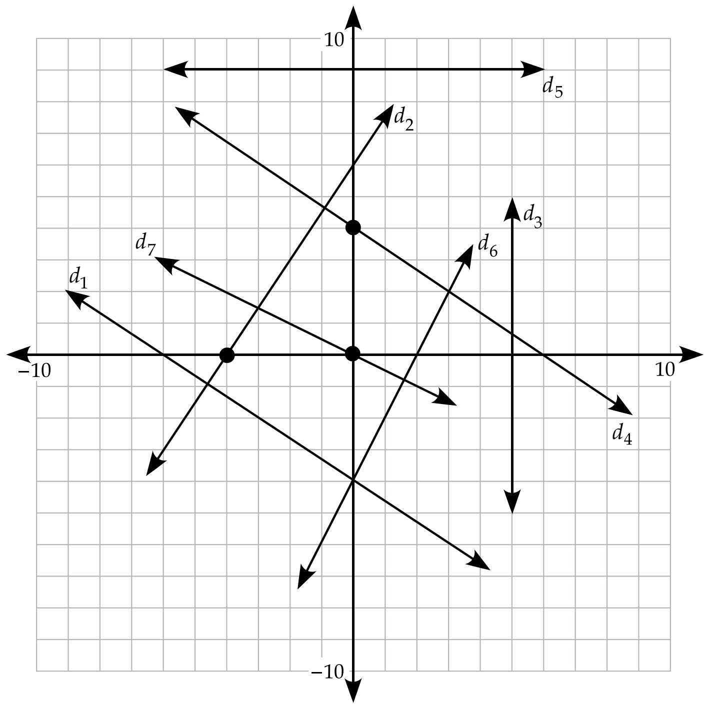
Ce qu’on peut déduire d’après la pente

Total : 36 points

Note à l’élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t’en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

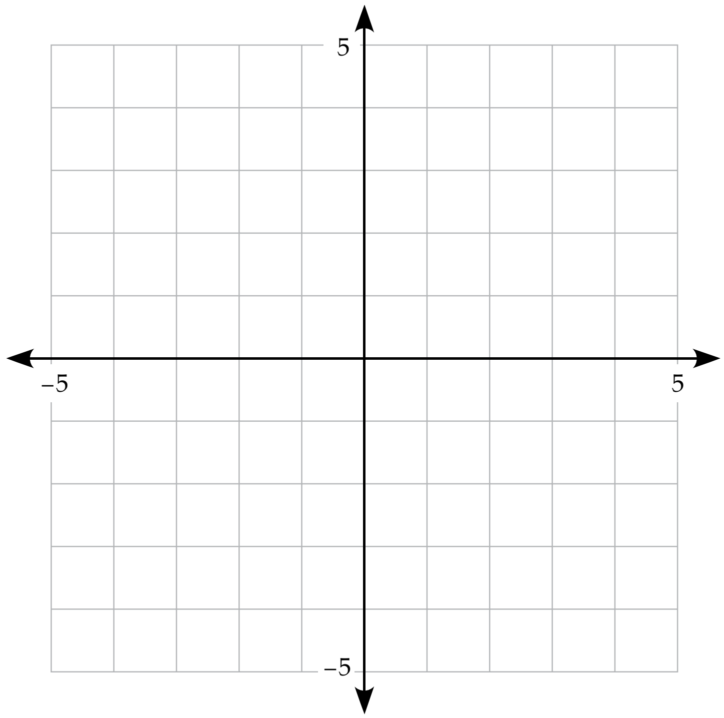
1. Complète le tableau de la page suivante en associant les valeurs données pour les pentes et les coordonnées à l’origine des droites dans le graphique qui suit. Certaines valeurs peuvent être utilisées plus d’une fois, et d’autres valeurs ne seront peut être pas utilisées du tout. (Il est possible que des valeurs des coordonnées à l’origine et des valeurs de pente de la rangée horizontale ne correspondent pas toutes à la même droite.) *(21 points)*

$m=\frac{-3}{2}$	$x=-6$	$y=-6$
$m=\frac{-2}{3}$	$x=-4$	$y=-5$
$m=\frac{-1}{2}$	$x=0$	$y=-4$
$m=0$	x n'existe pas	y n'existe pas
m est indéfinie	$x=2$	$y=0$
$m=\frac{2}{3}$	$x=4$	$y=4$
$m=2$	$x=5$	$y=6$
$m=\frac{3}{2}$	$x=6$	$y=9$



Droite	m	abscisse à l'origine	ordonnée à l'origine
d_1			
d_2			
d_3			
d_4			
d_5			
d_6			
d_7			

2. Sur la grille ci-dessous :



a) trace une droite qui passe par (-4, -3), avec une pente de $\frac{1}{3}$. *(2 points)*

b) Indique les coordonnées de 2 autres points sur cette droite. *(2 points)*

____

c) Quelle est la pente entre ces deux nouveaux points? Explique comment tu as trouvé la pente sans utiliser la formule de la pente. *(2 points)*

____

____

d) Trace une droite parallèle à la droite tracée sur le graphique. Indique l'ordonnée à l'origine et comment tu sais que ces droites sont parallèles. *(3 points)*

____

____

____

3. Explique dans tes propres mots ce que signifie la pente d'une droite verticale. *(3 points)*

4. Explique dans tes propres mots comment tu peux utiliser la formule de la pente pour déterminer si deux droites sont perpendiculaires. *(3 points)*

Leçon 5 – L'équation d'une relation linéaire

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu verras comment

- ❑ décrire et représenter des relations linéaires à l'aide d'une équation
- ❑ déterminer et expliquer si une équation représente une relation linéaire
- ❑ associer des représentations correspondant à des relations linéaires
- ❑ résoudre des problèmes comportant une pente et l'ordonnée à l'origine

Introduction

Tu as décrit des relations linéaires en mots ou sous forme de coordonnées, dans des tableaux de valeurs et sur des graphiques. Il reste une autre façon importante de représenter des relations linéaires : à l'aide d'une équation. Dans cette leçon, tu découvriras en quoi consiste une équation linéaire et comment déterminer si une équation représente une relation linéaire. Tu résoudras des problèmes en contexte comportant une pente et une coordonnée à l'origine et tu associeras les représentations correspondant à des relations linéaires.

La pente d'une équation linéaire

La pente d'une équation linéaire

Décris avec des mots la relation linéaire existant entre l'abscisse (x) et l'ordonnée (y) dans les trois exemples suivants. Convertis cette description en une équation. Puis, détermine la pente et l'ordonnée à l'origine pour chaque représentation. Tu peux aussi tracer le graphique. Rappelle-toi que ce sont des exemples qui montrent comment répondre à ce genre de questions. Si tu n'es pas certain de la façon de procéder pour écrire l'équation d'une droite, essaie de raisonner comment nous en sommes arrivés à la solution. N'oublie pas que si tu as de la difficulté, tu peux communiquer avec ton tuteur ou correcteur, ou demander de l'aide à ton partenaire d'études.

Exemple 1

x	y
0	0
2	4
3	6
5	10
9	18

Solution :

Voici des exemples de descriptions possibles.

La valeur de y égale exactement deux fois la valeur de x.
Deux fois la valeur de x donnent la valeur de y.
La valeur de y est le double de la valeur de x.

L'équation de cette droite peut être écrite comme suit : $y = 2x$.

La pente de cette droite peut être calculée en utilisant deux de ses points, peu importe lesquels. Étiquette les points si nécessaire.

(2, 4) et (3, 6)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

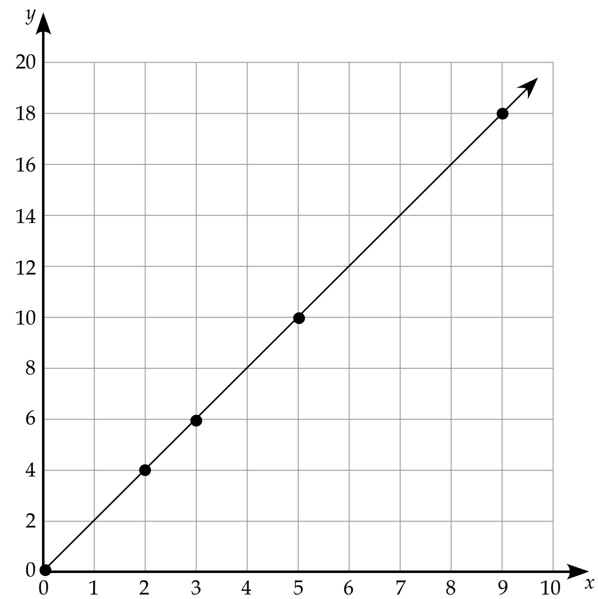
$$m = \frac{6-4}{3-2}$$

$$m = \frac{2}{1}$$

$$m = 2$$

Le point d'intersection avec l'axe des y est au point où $x = 0$. À partir du tableau de valeurs, tu peux déterminer que le point d'intersection avec l'axe des y est à $y = 0$ ou à (0, 0). Souviens-toi, ce point est aussi appelé l'origine.

Ce graphique pourrait avoir l’aspect suivant :



Le tableau de valeurs comportait des valeurs de x de 0 à 9. Ce graphique présente 10 incréments (points le long de l’axe des x), donc l’échelle de ce graphique commence à 0 et va par incréments de 1 jusqu’à 10.

Pour trouver l’échelle de l’axe des y, trouve l’écart des valeurs de y en soustrayant la plus petite valeur de la plus grande et en divisant par le nombre d’incréments disponibles. Arrondis pour faciliter la construction du graphique.

$18 - 0 = 18$

$18 \div 10 = 1{,}8$

1,8 arrondi au nombre entier suivant égale 2.

Utilise des incréments de 2 le long de l’axe des y.

Exemple 2

(0, 0), (3, –9), (5, –15), (8, –24), (10, –30)

Solution :

Voici des exemples de descriptions possibles.

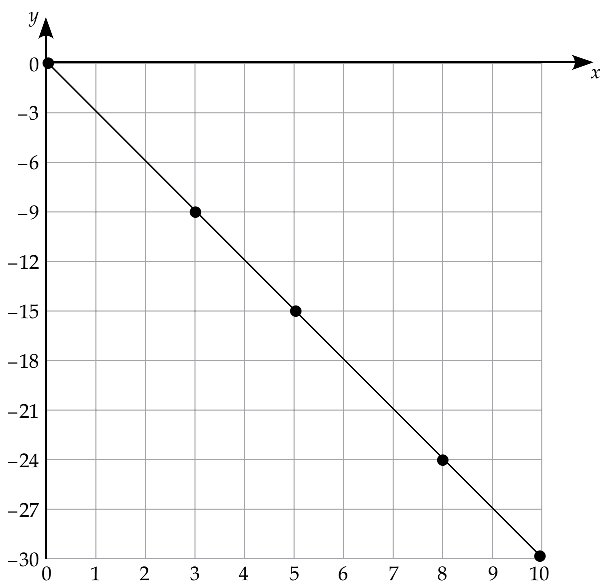
- Dans chaque point, la valeur de y est négative et égale trois fois la valeur de x.
- Si tu multiplies l’abscisse par -3, tu obtiens la valeur de l’ordonnée.
- La valeur de y est l’opposée du triple de la valeur de x.
- Sous forme d’équation, cette relation peut s’exprimer comme suit : $y = -3x$.

- La pente peut être calculée en trouvant les différences entre les valeurs de *y* et les différences de valeurs de *x* et en les écrivant sous forme de rapport de

  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Le symbole Δ est appelé delta et signifie une variation ou différence.
  5 – 3 = 2 et –15 – (–9) = –6 donc $\Delta x = 2$ et $\Delta y = -6$.

  Organise ces valeurs comme suit : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-6}{2} = -3$.

  La pente de cette droite linéaire est -3.
- Au point d'intersection avec l'axe des *y*, *x* = 0. À partir des points, tu peux déterminer que quand *x* = 0, *y* = 0, donc l'ordonnée à l'origine est 0, ou se trouve à l'origine (0, 0).



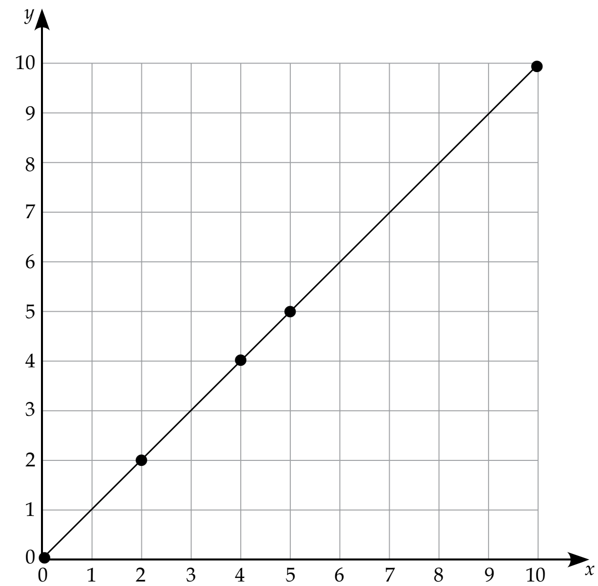
- Note que l'axe des *x* est situé le long du haut du graphique.
- Pour déterminer l'échelle de l'axe des *y*, note l'écart des valeurs de *y*, qui va de -30 à 0.

  0 – (–30) = 30

  30 ÷ 10 = 3

  Utilise des incréments de 3 le long de l'axe des *y*, en commençant à -30.

Exemple 3



Solution :

- La coordonnée y de chaque point est la même que la coordonnée x.
- La valeur de x et la valeur de y sont les mêmes.
- La valeur de y égale la valeur de x.
- La valeur de y multipliée par 1 égale la valeur de x.
- Écrite sous forme d'équation, la relation est $y = x$ ou $y = 1x$.
- Le rapport changement vertical sur changement horizontal (la pente) donne $\frac{1}{1}=1$ parce que la valeur de y augmente de 1 chaque fois que la valeur de x augmente de 1.

Similitudes et différences

Quelles similitudes et différences as-tu observées dans les 3 exemples ci dessus?

Tu as peut-être noté que le point d'intersection avec l'axe des y dans chaque exemple était à l'origine, au point (0, 0).

Aussi, deux des relations linéaires ont des pentes positives, et l'autre a une pente négative.

Tu peux avoir remarqué également que les équations pour chacun de ces exemples étaient similaires. Dans chaque cas, tu as multiplié x et un coefficient pour obtenir la valeur correspondante de y. (Le coefficient est la valeur constante qui multiplie la variable. Dans $5x$, 5 est le coefficient et x est la variable.)

As-tu remarqué que la pente et le coefficient de x avaient la même valeur? Dans chacune de ces coordonnées, la valeur de y est égale à la pente multipliée par la valeur de x.

L'ordonnée à l'origine d'une équation linéaire

Décris en quelques mots la relation linéaire entre la coordonnée x et la coordonnée y dans les 3 exemples suivants. Écris ces relations sous forme d'équation, puis détermine la pente et l'ordonnée à l'origine pour chaque représentation.

Exemple 4

x	0	2	3	5	9
y	3	5	6	8	12

Solution :

Chaque valeur de y égale 3 de plus que la valeur de x correspondante.

Si tu ajoutes 3 à chaque valeur de x, tu auras la valeur de y.

Chaque valeur de y est égale à la valeur de x plus 3.

L'équation de cette relation linéaire est $y = x + 3$

La pente de cette droite peut être calculée à partir de deux points, n'importe lesquels, et de la formule. Par exemple, avec les points (0, 3) et (5, 8), tu as :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{8-3}{5-0}$$

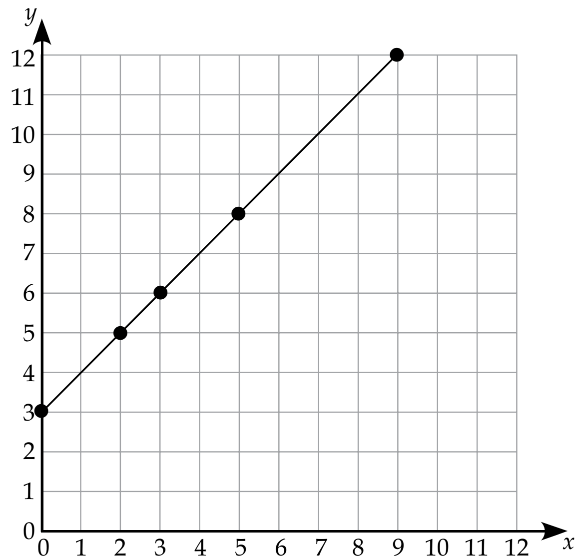
$$m = \frac{5}{5}$$

$$m = 1$$

La pente de cette droite égale 1.

L'ordonnée à l'origine est au point où $x = 0$. Le point (0, 3) est dans le tableau de valeurs fourni, donc l'ordonnée à l'origine est à $y = 3$.

Cette équation peut être représentée graphiquement comme suit :



Exemple 5

(0, –5), (2, –3), (5, 0), (10, 5)

Solution :

Chaque valeur de y égale 5 de moins que la valeur de x correspondante.

Si tu soustrais 5 de chaque valeur de x, tu obtiendras la valeur de y.

L'équation de cette relation linéaire est $y = x - 5$.

On peut calculer la pente de cette droite en utilisant deux points quelconques et la formule. Par exemple, avec les points (0, –5) et (2, –3), tu as :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-3-(-5)}{2-0}$$

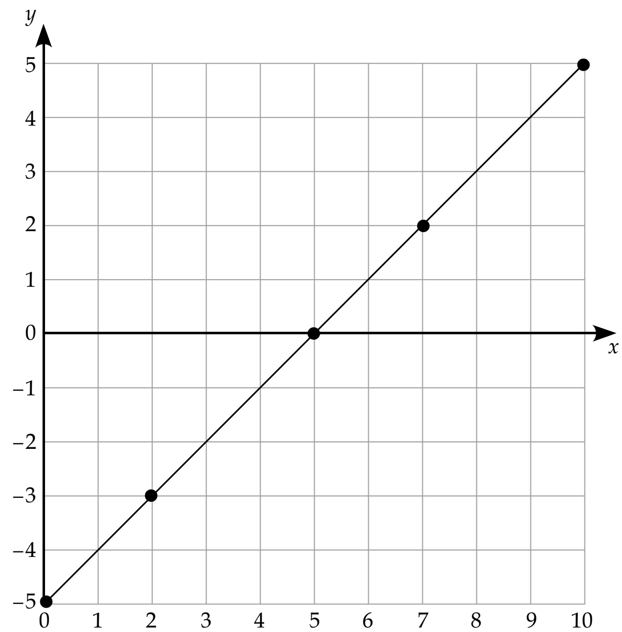
$$m = \frac{2}{2} = 1$$

$$m = 1$$

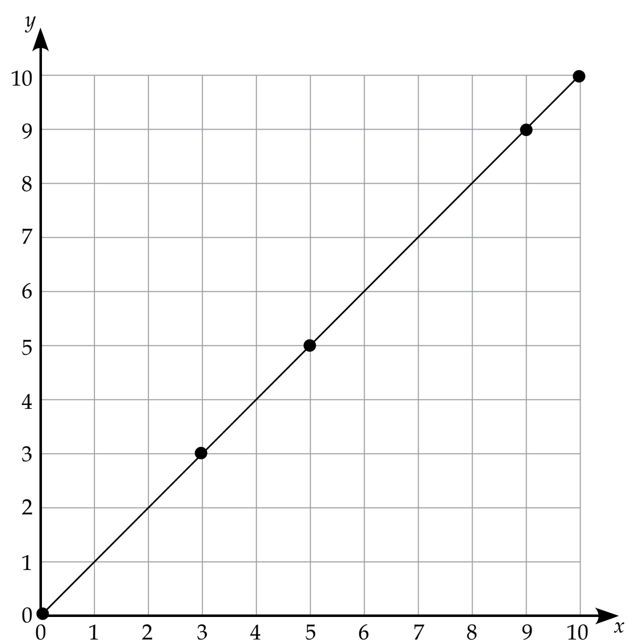
La pente de cette droite est 1.

L'ordonnée à l'origine est au point où $x = 0$. Le point (0, -5) est dans le tableau de valeurs fourni, donc l'ordonnée à l'origine est à $y = -5$.

Cette équation peut être représentée graphiquement comme ci-dessous. Note l'échelle de l'axe des y, qui va de –5 à +5, avec l'axe des x dans le centre du graphique.



Exemple 6



Solution :

Cette droite passe par les points suivants : (0, 0), (3, 3), (5, 5), (9, 9) et (10, 10). Les valeurs de x et y dans ces points sont les mêmes.

Sous forme d'équation, cette relation peut s'écrire $y = x$ ou $y = x + 0$.

La pente de cette droite est égale à 1.

L'ordonnée à l'origine de cette droite est à $y = 0$.

Similitudes et différences

Quelles similitudes et différences as-tu remarquées dans les 3 exemples ci-dessus?

Tu as peut-être noté que la pente de chacune de ces droites est égale à +1.

Peut-être as-tu noté que chaque graphique a une ordonnée à l'origine différente dans un graphique, l'ordonnée à l'origine est négative et dans l'autre, elle est égale à 0.

Tu as sans doute remarqué aussi que les équations pour chacun de ces exemples étaient similaires. Dans chaque cas, tu as trouvé y en combinant x avec une constante. (Combiner signifie ici additionner un nombre positif ou négatif. Une constante est un nombre qui n'est pas variable. Dans $4x + 6$, le 6 est une constante, et le 4 est un coefficient. Cette expression signifie : combiner $4x$ avec positif 6.)

As-tu noté que le nombre constant était le même à l'ordonnée à l'origine dans chaque cas? Dans chacun de ces points, la valeur de y est égale à la valeur de x combinée l'ordonnée à l'origine.

Si tu combines tes observations de ces exemples, tu peux obtenir une équation linéaire descriptive telle que : y = (pente) x + (ordonnée à l'origine)

Activité d'apprentissage 1.9

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Les valeurs d'une variable dépendante appartiennent-elles au domaine ou à l'image?
2. Si la pente d'une droite est $\frac{6}{11}$, quel est le déplacement vertical (l'élévation) et le déplacement horizontal (la course)?
3. Quels sont les facteurs de 8?
4. Quels sont les trois premiers multiples de 7?
5. Écris 4^3 dans sa forme développée.
6. Évalue $\sqrt{25}$.
7. Évalue 3^2.
8. La distance du centre MTS au centre d'achat Polo Park est de 5,1 km. Si tu t'arrêtes à mi-chemin pour acheter une boisson, quelle distance te reste-t-il pour aller jusqu'au centre d'achat?

Partie B – La représentation graphique de points de données d'une équation

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

Cette activité d'apprentissage est pour toi l'occasion d'évaluer tes propres apprentissages. Les questions 1 à 3 sont similaires, donc nous te recommandons de faire d'abord les questions 1 et 2, et si tu veux plus de pratique, fais la question 3. Si tu penses que tu en as fait suffisamment, tu peux passer à la question 4.

1. a) Soit l'équation $y = -2x + 8$. Crée un tableau de valeurs avec 5 points. Choisis n'importe quelles 5 valeurs de x logiques et possibles (en commençant par des valeurs entre 0 et 10), substitue-les dans l'équation et trouve la valeur de y. Inscris les valeurs dans le tableau.

suite

Activité d'apprentissage 1.9 (suite)

b) Trace le graphique de la droite sur papier quadrillé. Rappelle-toi de choisir une échelle appropriée pour l'axe des y qui englobe toutes les valeurs de y calculées. Pour déterminer quel incrément utiliser sur l'axe des y, calcule l'étendue (soustrais la plus petite valeur de y de la plus grande valeur de y), divise par le nombre d'incréments le long de l'axe des y et arrondis ce chiffre.

c) Calcule la pente de la droite.

d) Détermine l'ordonnée à l'origine de la droite.

e) Vérifie tes réponses pour c) et d) à l'aide de l'équation fournie en a).

2. a) Soit l'équation $y = \frac{2}{3}x + 3$. Crée un tableau de valeurs avec 5 points.

   Si tu as un coefficient sous forme de fraction, choisis des valeurs de x qui sont des multiples du dénominateur pour pouvoir simplifier la fraction et éliminer le dénominateur (commence par des valeurs comme 3, 6…); substitue-les dans l'équation et trouve la valeur de y. Inscris les valeurs dans le tableau.

   b) Trace le graphique de la droite sur papier quadrillé.

   c) Calcule la pente de la droite.

   d) Détermine l'ordonnée à l'origine de la droite.

   e) Vérifie tes réponses en c) et d) en utilisant l'équation fournie en a).

3. a) Soit l'équation $y = -5x + 48$; crée un tableau de valeurs avec 5 points.

   b) Trace le graphique de la droite sur papier quadrillé.

   c) Calcule la pente de la droite.

   d) Détermine l'ordonnée à l'origine de la droite.

   e) Vérifie tes réponses pour c) et d) à l'aide de l'équation fournie en a).

4. a) Écris l'équation d'une droite ayant une ordonnée à l'origine de 2 et une pente de $\frac{4}{5}$.

   b) Trace le graphique. ***NE crée PAS*** de tableau de valeurs contenant des coordonnées de points, sauf pour vérifier tes réponses.

5. a) Soit l'équation $y = -\frac{4}{5}x + 9$. Indique la pente et l'ordonnée à l'origine sans tracer de droite et sans créer un tableau de valeurs.

   b) Explique comment tu sais où tracer la droite.

L'équation d'une relation linéaire

L'équation d'une relation linéaire indique le lien entre les valeurs de x et de y dans un contexte donné. À partir de l'équation, tu peux substituer des valeurs à x et trouver la valeur de y, puis déterminer des coordonnées de points (x, y). L'équation permet de voir d'un coup d'œil quelle est la pente, et où se trouve l'ordonnée à l'origine de la droite. À cette fin, il faut écrire l'équation comme suit : $y = mx + b$, où le coefficient m représente la pente, et la constante b correspond à l'ordonnée à l'origine. x et y représentent les coordonnée des points.

L'équation linéaire écrite sous la forme $y = mx + b$ est l'équation définie par l'ordonnée à l'origine et la pente.

Détermine si les équations suivantes représentent des relations linéaires. Explique pourquoi. Indique la pente et l'ordonnée à l'origine s'il s'agit d'une équation linéaire.

Équation	**Linéaire ou non linéaire? Si non linéaire, pourquoi?**	**Si la relation est linéaire, quelle est la pente et l'ordonnée à l'origine?**
$y = x^2 + 3$	Ce n'est pas une équation linéaire parce que la variable x est au carré.	
$y = x$	C'est une équation linéaire.	$m = 1$, $b = 0$
$y = -4x - 1$	C'est une équation linéaire.	$m = -4$, $b = -1$
$x = 4y - 80$	C'est une équation linéaire. Elle peut être reformulée de façon à isoler y et correspondre à la forme $y = mx + b$. $y = mx + b$ $x = 4y - 80$ $x + 80 = 4y$ $\frac{x+80}{4} = \frac{4y}{4}$ $\frac{1}{4}x + 20 = y$ $y = \frac{1}{4}x + 20$	$m = \frac{1}{4}$, $b = 20$ Cette droite est perpendiculaire à celle de l'exemple précédent.
$y = x + z - 3$	Ce n'est pas une équation linéaire parce qu'il y a une variable additionnelle.	
$x - y = 3$	C'est une équation linéaire qui peut être reformulée pour correspondre à l'équation définie par l'ordonnée à l'origine et la pente. $x - y = 3$ $x - 3 = y$ $y = x - 3$	$m = 1$, $b = -3$ Cette droite est parallèle à celle de la deuxième équation $y = x$.

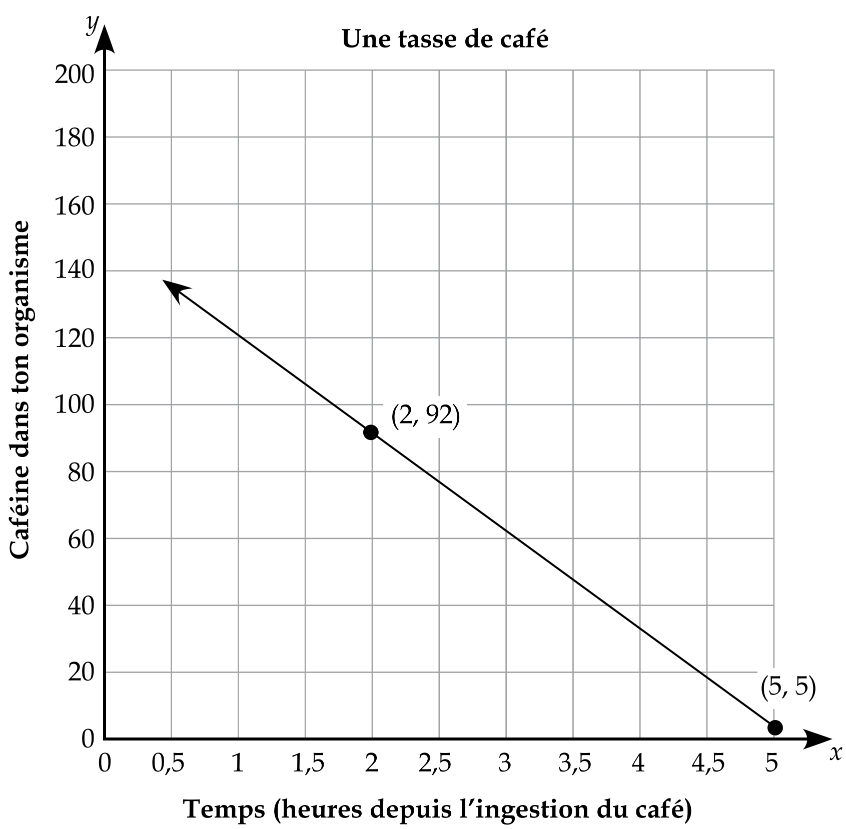
Exemple 7

Le café, le thé et certaines boissons gazeuses contiennent de la caféine, un stimulant qui nous donne la sensation d'être moins fatigué, plus alerte. Les effets de la caféine peuvent être ressentis dès 15 minutes après sa consommation et peuvent durer jusqu'à 5 ou 6 heures. Une tasse de café (250 ml) contient environ 200 mg de caféine. Dans ton organisme, le foie est responsable du métabolisme de la caféine. Deux heures après avoir pris une tasse de café, il peut y avoir environ 92 mg de caféine qui restent dans ton système, alors qu'après 5 heures, il n'en reste qu'environ 5 mg.

Trace ces points sur le plan cartésien ci-dessous et relie-les par une ligne droite. Détermine la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite, et écris une équation qui représente approximativement cette situation. Explique ce que signifient la pente et l'ordonnée à l'origine en termes de temps et de quantité de caféine dans ton organisme.

Solution :

temps	caféine restant
2 heures	92 mg
5 heures	5 mg



À partir des points (2, 92) et (5, 5), calcule la pente de la droite.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{5 - 92}{5 - 2}$$

$$m = \frac{-87}{3} = -29$$

La pente de cette droite est –29.

L'ordonnée à l'origine de la droite semble être environ au point où y = 150. Les coordonnées de ce point peuvent être calculées en substituant la pente et un point connu dans l'équation de la droite.

$y = mx + b$ Utilise les coordonnées (x, y) du point (2, 92) et la pente m = -29 pour trouver la valeur de b, l'ordonnée à l'origine.

$92 = (-29)(2) + b$

$92 = -58 + b$

$92 + 58 = -58 + 58 + b$

$150 = b$

L'ordonnée à l'origine de cette droite est à (0, 150).

Une équation qui représente cette situation est $y = -29x + 150$.

En termes de variables, l'ordonnée à l'origine signifie qu'à 0 heure après avoir bu une tasse de café, il y a environ 150 mg de caféine dans ton organisme. La tasse de café contient environ 200 mg de caféine, mais plusieurs facteurs peuvent entrer en jeu ici – tu n'as peut-être pas fini de boire la tasse de café à 0 heure, ou tu n'as peut-être pas absorbé toute la caféine immédiatement. La pente de -29 signifie que chaque heure, ton corps métabolise environ 29 mg de caféine.

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as appris comment représenter les relations linéaires à l'aide d'une équation. Tu as assimilé tes nouvelles connaissances pour trouver l'équation linéaire de la droite en utilisant la pente et l'ordonnée à l'origine. Tu peux maintenant reconnaître une équation linéaire et l'utiliser pour résoudre des problèmes portant sur la pente et l'ordonnée à l'origine d'une droite. D'autres modules de ce cours de mathématiques utiliseront souvent les équations linéaires.

Devoir 1.5

Équation définie par la pente et l'ordonnée à l'origine

Total : 36 points

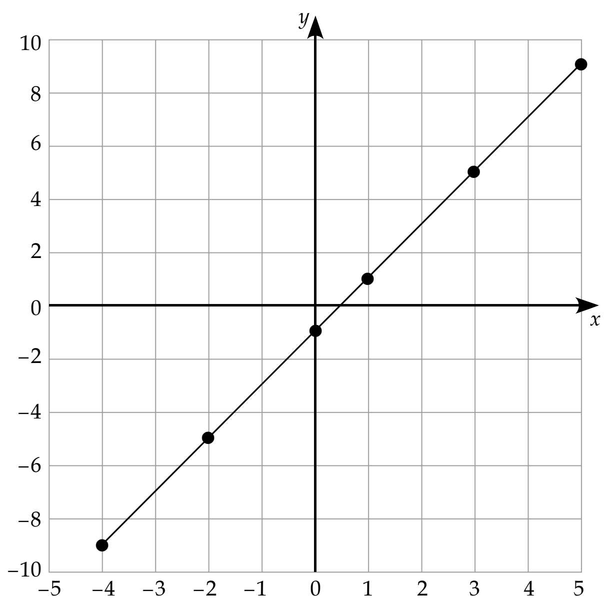
Note pour l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. a) Associe les données suivantes avec le graphique approprié. *(2 points)*

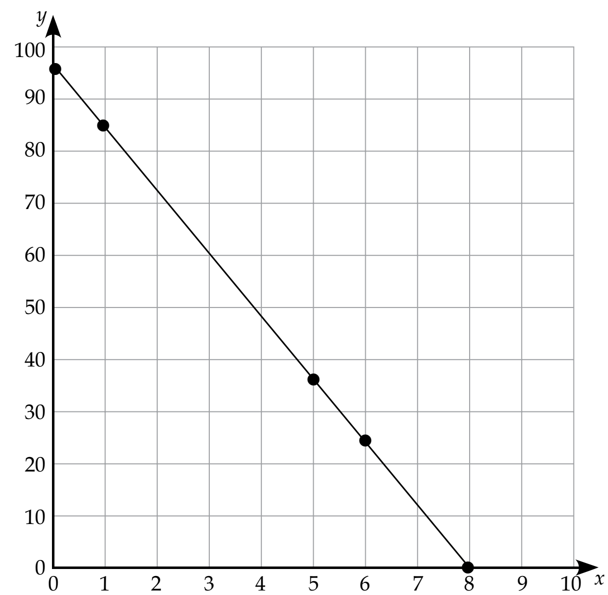
   i) (5, 36), (8, 0), (6, 24), (0, 96), (1, 84)

   ii)

x	y
–4	–9
–2	–5
0	–1
1	1
3	5
5	9



____



____

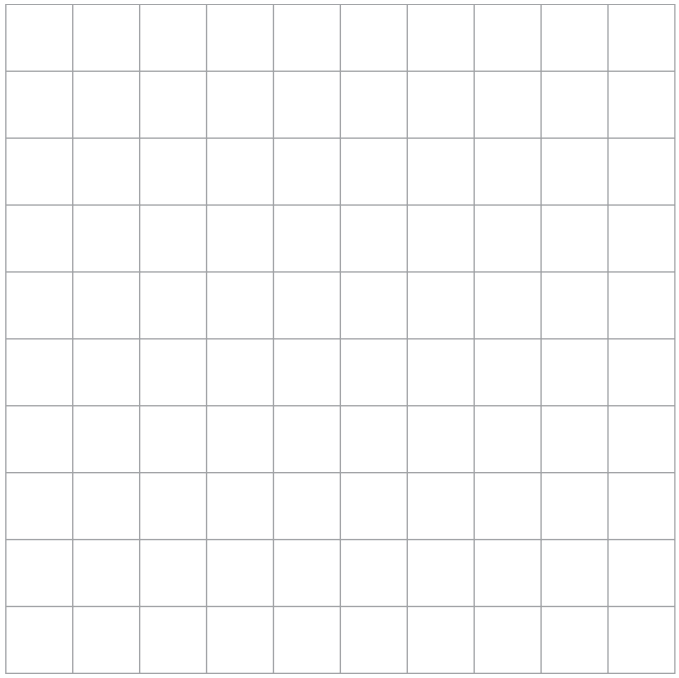
b) Écris une équation linéaire sous forme pente-ordonnée à l'origine pour chaque graphique. Montre tes calculs. *(6 points)*

2. Écris l'équation sous forme pente-ordonnée à l'origine d'une droite ayant une pente de $\frac{-1}{41}$ et une ordonnée à l'origine de 336. *(2 points)*

3. Explique comment tu saurais où tracer la droite $y = \frac{5}{3}x - 9$ sans créer de tableau de valeurs. *(2 points)*

4. À la cafétéria de l'école, tu dois attendre 5 minutes pour commander ton dîner s'il y a 3 personnes devant toi dans la file, et 8 minutes s'il y a 5 personnes avant toi.

   a) Trace ces données sur un graphique étiqueté, et relie les points par une ligne droite. *(5 points)*



   b) Utilise ta droite pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine, puis écris une équation pour décrire cette situation. *(5 points)*

   c) Explique ce que signifient la pente et l'ordonnée à l'origine en termes de temps (minutes) et de nombre de personnes dans ce scénario. *(4 points)*

5. L’activité d’apprentissage 1.1 de la leçon 1 te demandait de créer une toile de mots à partir de tes connaissances et expériences antérieures concernant les graphiques. Maintenant que tu as terminé ce module, il est temps de voir ce que tu as appris de nouveau! Retourne à ta toile de mots et révise-la. À partir de ce que tu as appris dans ce module, modifie ta toile de mots en utilisant un crayon d’une autre couleur pour indiquer tes nouveaux apprentissages, ou crée une autre toile de mots reflétant tes nouvelles connaissances. Indique aussi dans un paragraphe en quoi ces deux toiles de mots sont différentes et comment le fait de créer ces toiles peut t’avoir aidé à structurer tes idées, ou résume tes nouvelles connaissances. Tu peux aussi expliquer le processus par lequel tu es passé pour créer les toiles. Tes commentaires devraient permettre à ton tuteur de voir comment tu perçois ton apprentissage dans ce module. Tu dois remettre les deux toiles de mots (ou ta toile originale modifiée) avec tes réflexions par écrit quand tu enverras tes devoirs à la Section de l’enseignement à distance. *(10 points)*

Sommaire du module 1

Félicitations, tu as terminé le premier module de ce cours!

Dans ce module, tu as découvert et utilisé des concepts qui sont le fondement des mathématiques pré-calcul et appliquées. Tu as utilisé des graphiques, des coordonées de points, des tableaux de valeurs, des équations et des mots pour décrire les relations entre des variables, la pente, l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine, ainsi que le domaine et l'image de relations, plus précisément des relations linéaires. Ces connaissances et concepts te serviront tout au long de ce cours pour développer ton raisonnement mathématique et tes habiletés en résolution de problèmes et en communication, tout en faisant des liens avec des situations de la vie courante et d'autres sujets liés aux mathématiques.

Dans le prochain module, tu exploreras les nombres, y compris les facteurs, les racines, les nombres irrationnels et les puissances.

Remise des devoirs

C'est maintenant le temps d'envoyer les devoirs du module 1 à la Section de l'enseignement à distance pour des commentaires sur tes progrès. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d'obtenir ton crédit.

Assure-toi de placer tes documents dans l'ordre suivant :

Feuille de présentation du module 1 (fournie à la fin de l'introduction)

Devoir 1.1	Représentation graphique des variables indépendantes et dépendantes
Devoir 1.2	Domaine et image
Devoir 1.3	Coordonnées à l'origine, pentes, domaine et image
Devoir 1.4	Ce qu'on peut déduire d'après la pente
Devoir 1.5	Équation définie par la pente et l'ordonnée à l'origine

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Notes

SOMMAIRE DU MODULE 1

Félicitations, tu as terminé le premier module de ce cours!

Dans ce module, tu as découvert et utilisé des concepts qui sont le fondement des mathématiques pré-calcul et appliquées. Tu as utilisé des graphiques, des coordonées de points, des tableaux de valeurs, des équations et des mots pour décrire les relations entre des variables, la pente, l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine, ainsi que le domaine et l'image de relations, plus précisément des relations linéaires. Ces connaissances et concepts te serviront tout au long de ce cours pour développer ton raisonnement mathématique et tes habiletés en résolution de problèmes et en communication, tout en faisant des liens avec des situations de la vie courante et d'autres sujets liés aux mathématiques.

Dans le prochain module, tu exploreras les nombres, y compris les facteurs, les racines, les nombres irrationnels et les puissances.

Remise des devoirs

C'est maintenant le temps d'envoyer les devoirs du module 1 à la Section de l'enseignement à distance pour des commentaires sur tes progrès. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d'obtenir ton crédit.

Assure-toi de placer tes documents dans l'ordre suivant :

Feuille de présentation du module 1 (fournie à la fin de l'introduction)

Devoir 1.1	Représentation graphique des variables indépendantes et dépendantes
Devoir 1.2	Domaine et image
Devoir 1.3	Coordonnées à l'origine, pentes, domaine et image
Devoir 1.4	Ce qu'on peut déduire d'après la pente
Devoir 1.5	Équation définie par la pente et l'ordonnée à l'origine

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 1
Les graphiques et les relations

Corrigé des activités d'apprentissage

Module 1
Les graphiques et les relations

Activité d'apprentissage 1.1

Il n'y a pas de réponse pour cette activité d'apprentissage.

Activité d'apprentissage 1.2

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice. Si c'est la première fois que tu réponds à ce type de questions, tu peux demander à ton partenaire d'études de t'aider à trouver des stratégies qui te permettront de résoudre mentalement ces questions.

1. Il y a 22 intervalles de 5 verges chacun sur un terrain de football canadien. Quelle est la longueur d'un terrain de football canadien?
2. Si Yvan mange $\frac{3}{5}$ d'une pizza et Nicolas mange $\frac{4}{5}$ d'une pizza, combien de pizzas doivent-ils commander afin qu'ils puissent tous les deux en manger à leur faim?
3. Simplifie la fraction $\frac{18}{27}$.
4. Tu travailles comme caissier ou caissière au stade de ta ville où la caisse électronique est en panne. Un client achète un sac de popcorn de 3,80 $ avec un billet de 5 $. Combien d'argent dois-tu lui remettre?
5. Classe les nombres suivants par ordre décroissant : 0,5 ; 0,05; 0,3; 0,09 et 0,25.
6. Résous 2 – m = 14.
7. La distance de ta maison au centre d'achat est 8 km. Ton ami habite à mi-chemin du centre d'achat et de ta maison. Quelle est la distance de la maison de ton ami au centre d'achat?
8. Écris 62 % en nombre décimal.

Solutions :

1. 110 verges (22 × 5)
2. 2 pizzas $\left(\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}=1\frac{2}{5}\right.$, alors ils ont besoin de $1\frac{2}{5}$ pizzas. Mais tu ne peux pas commander des morceaux de pizzas, alors le prochain nombre entier est 2)
3. $\frac{2}{3}$
4. 1,20 $
5. 0,5; 0,3; 0,25; 0,09; 0,05
6. m = -12 (-m = 14 – 2; -m = 12)
7. 4 km
8. 0,62

Partie B – Toile de mots

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

Crée une toile de mots montrant ce que tu sais au sujet des graphiques. Utilise des bulles pour indiquer de nouvelles idées ou caractéristiques, et des droites pour montrer comment ces idées sont reliées.

Solution :

Chaque toile de mots est unique, mais voici quelques termes que tu as peut-être inclus dans ta toile de mots sur les graphiques : titre, parties, définition et types de graphiques, comment ils sont construits, où ils sont utilisés, les types de données présentées, etc. Tu pourras revenir à cette toile de mots à la fin du module.

Activité d'apprentissage 1.3

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Quelle est l'étendue des nombres suivants : 2, 6, 4, 8, 7, 13, 11?
2. Tu vas au magasin pour t'acheter une boisson avec 2,05 $ dans ta poche. Pourras-tu t'acheter une boisson si elle coûte 1,75 $?
3. Simplifie la fraction $\frac{18}{27}$.
4. Écris le rapport 5 : 2 sous forme de fraction.
5. Résous 9 + a = 13.
6. Écris les deux prochains nombres de la régularité suivante : 1, 2, 4, 8, __, __.
7. Tu apportes des « freezies » au dernier match de soccer de la saison. Tu veux t'assurer que chaque joueur en reçoive deux. S'il y a 18 joueurs dans l'équipe, combien de « freezies » dois-tu apporter?
8. Tu aides ton père à construire une terrasse de 2 m de long sur 3 m de large. Quelle sera l'aire de la terrasse?

Solutions :

1. 11 (13 – 2)
2. Oui (On te remettra 0,30 $ parce que 2,05$ - 1,75$ = 0,30$)
3. $\frac{18}{27} = \frac{3}{1} = 3$
4. $\frac{5}{2}$
5. $a = 4$
6. 16 et 32
7. 36 (2 × 18)
8. 6 m^2 (2 m × 3 m)

Partie B – Les variables indépendantes par rapport aux variables dépendantes et données continues

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Dans chacun des contextes suivants, indique quelle est la variable indépendante et laquelle est la variable dépendante.
   a. Les heures travaillées dans une semaine, avec un salaire de 20 $ l'heure.
   b. La note de l'examen final et les notes moyennes des tests périodiques pour une classe de mathématiques de 10e année
   c. La température du café et le temps écoulé depuis que le café a été versé
   d. La température mensuelle moyenne au Manitoba durant les mois de janvier à décembre

   Solutions :

	Variable indépendante	Variable dépendante
a)	heures	paie
b)	note des tests	note d'examen
c)	temps	température
d)	mois	température

2. Dans les situations de la question 1, les données sont-elles continues? Explique pourquoi.

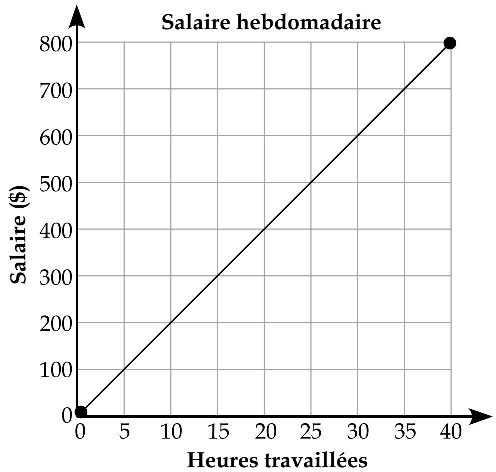
   Solutions :

   a) Données continues – tu peux être payé en fractions de dollars pour des heures partielles
   b) Non – notes individuelles de tests et de l'examen
   c) Données continues – le temps et la température peuvent être mesurés en incréments infinis
   d) Non – il ne peut y avoir que 12 températures mensuelles moyennes dans un an.

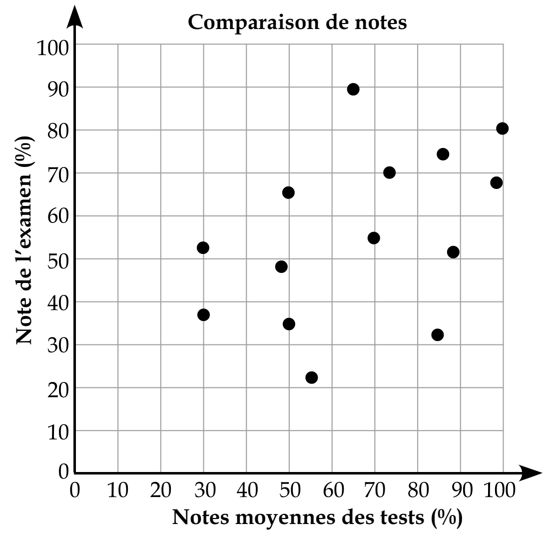
3. Dessine un graphique qui pourrait correspondre aux contextes fournis à la question 1.

Solutions :

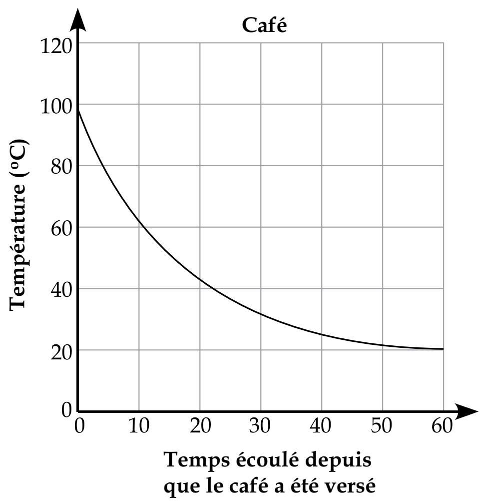
a)



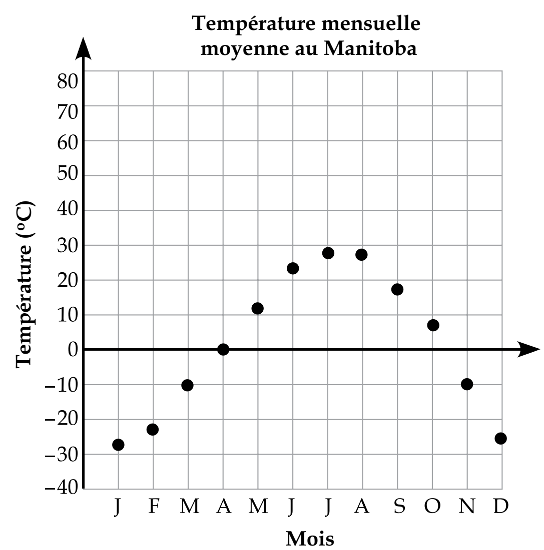
b)



c)



d)

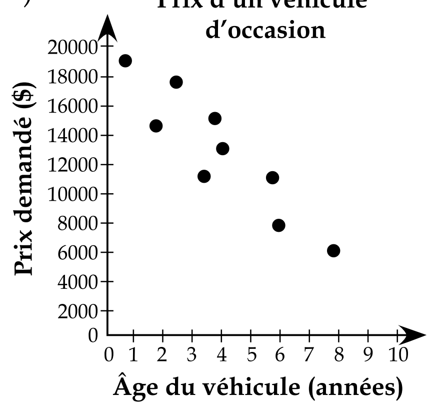


4. Crée un contexte possible qui pourrait être à l'origine des graphiques suivants. Étiquette chaque graphique en indiquant les variables indépendantes et dépendantes, les unités, l'échelle appropriée (les valeurs le long des axes) et un titre.

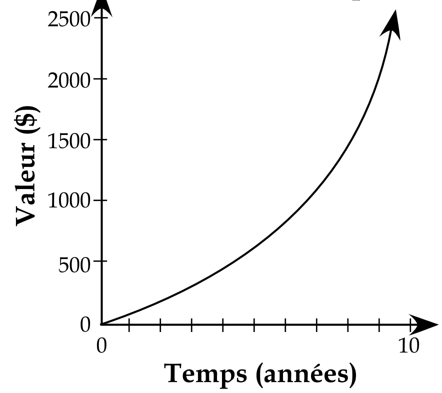
   Solutions :

   Les réponses peuvent varier. Les solutions possibles peuvent inclure les suivantes :

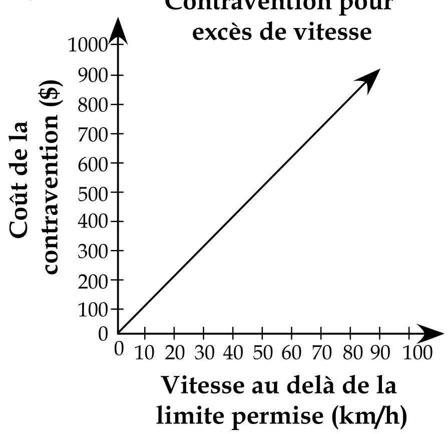
a)



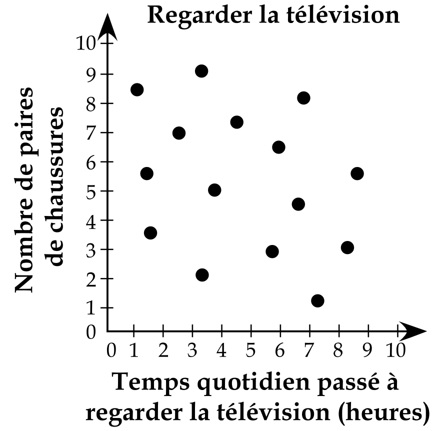
b)



c)



d)



a) Le prix de véhicules d'occasion dans des annonces classées dépend de l'âge du véhicule.

b) La valeur d'un investissement avec un intérêt composé dépend du temps pendant lequel l'argent a été investi.

c) Le coût d'une contravention pour excès de vitesse dépend de combien de kilomètres le conducteur dépassait la vitesse limite affichée.

d) Il ne semble pas y avoir de relation entre ces deux variables.

5. Construis un graphique avec les données suivantes. Tu peux le faire à la main sur du papier graphique, ou à l'aide d'outils technologiques.

Un échantillon de 11 personnes a été formé à partir d'une population dont l'âge varie entre 30 et 40 ans et dont les personnes étaient employées à plein temps à Brandon. Le tableau suivant indique le nombre d'années d'éducation de ces 11 personnes et leur revenu en milliers de dollars.

Années d'éducation	10	7	12	11	16	12	18	8	12	14	16
Revenu (milliers $)	32	20	45	43	65	42	75	28	40	60	65

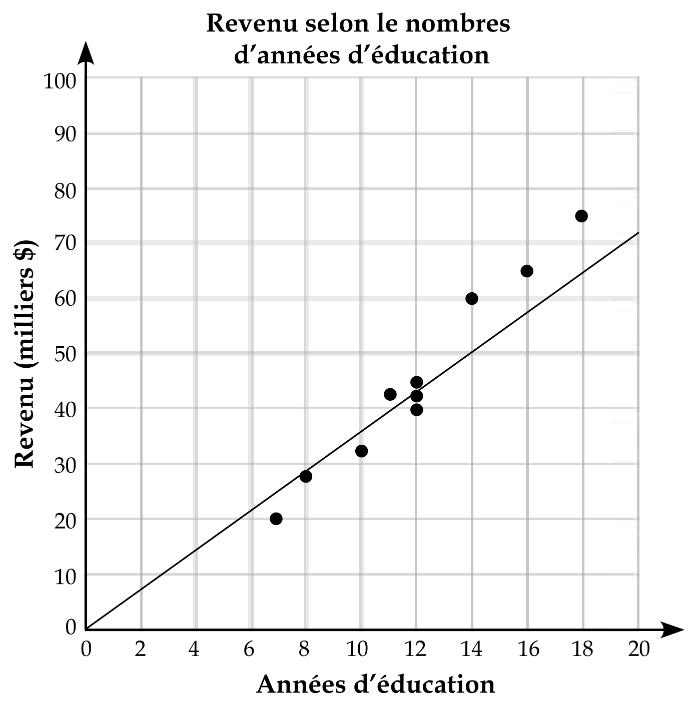
a) Quelle variable, années d'éducation ou revenu, est la variable indépendante? Laquelle est la variable dépendante?

Solution :

Le nombre d'années d'éducation correspond à la variable indépendante et le revenu, à la variable dépendante.

b) Dessine un graphique qui représente les données en utilisant une échelle appropriée puis trace la droite la mieux ajustée.

Solution :



Remarque : Ta droite la mieux ajustée pourrait être légèrement différente.

Vérifie : Y a-t-il approximativement le même nombre de points au dessus et en dessous de la droite?

c) Les données sont-elles continues?

Solution :

Les données ne sont pas continues parce que généralement, les années d'école se comptent en années complètes, et non en parties d'année.

Activité d'apprentissage 1.4

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Ta mère invite toute la famille pour souper. Comme d'habitude tu te plains puisque seulement $\frac{1}{6}$ d'entre eux ont environ ton âge. S'il y a 24 personnes (sans toi) dans ta famille, combien d'entre eux ont presque ton âge?
2. Il y a 12 œufs dans une douzaine. Si tu achètes 4 douzaines d'œufs, combien d'œufs as-tu acheté?
3. Écris 0,058 en fraction.
4. Tu désires manger des bonbons qui coûtent 5 ¢. Tu as 1,43$ dans ta poche. Combien de bonbons peux-tu acheter?
5. Nomme tous les facteurs de 12.
6. Complète la régularité : 0, 3, ___, 9, 12, ___.
7. Identifie la variable indépendante : le temps qu'il faut à un avion pour atterir en fonction de son altitude.
8. Dans un restaurant, il reste 3 tartes partiellement finies à la fin de la journée. S'il reste $\frac{2}{7}$ de chacune des tartes, quelle portion de tarte reste-il en tout?

Solutions :

1. 4 personnes ont environ ton âge. $\left(24 \times \frac{1}{6}\right)$
2. 48 œufs (12 × 4)
3. $\frac{58}{1000} = \frac{29}{500}$
4. 28 (20 bonbons pour 1 $ (5 ¢ × 20) et 8 bonbons pour 40 ¢ (5 ¢ × 8). Donc, 20 + 8 = 28).
5. 1, 2, 3, 4, 6, 12
6. 6 et 15
7. L'altitude de l'avion est la variable indépendante.
8. $\frac{6}{7}\left(3 \times \frac{2}{7}\right)$

Partie B - Coordonnées, tableaux de données et relations

N’oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n’as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Utilise les données fournies dans le tableau de valeurs de l’exemple 1 pour compléter les énoncés ci-dessous.

   a) Écris les données sous forme de coordonnées.

   Solution :

   (0, 65), (30, 45), (60, 25), (90, 5)

   b) Écris une phrase décrivant la relation entre les deux variables (p. ex., à mesure que le temps fait « ceci », le carburant restant fait « cela »).

   Solution :

   À mesure que le temps passe, la quantité de carburant qui reste diminue suivant une relation linéaire.

2. Retourne aux graphiques fournis ou à ceux que tu as créés à la leçon 2. Quels graphiques correspondent à des relations linéaires?

   Solution :

   Les graphiques suivants tirés de la leçon 1 indiquent des relations linéaires :

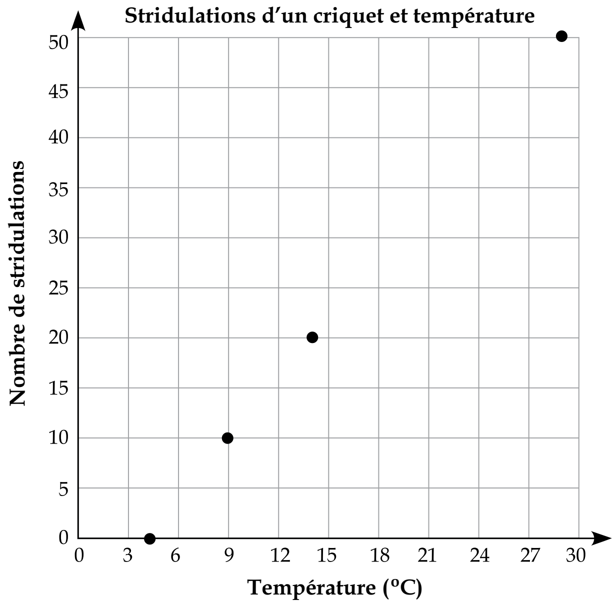
   exemple 1, exemple 2 et la capacité de stockage et le coût des appareils portables.

   Activité d’apprentissage 1.1, n^{o} 4, graphiques a) et c), et activité d’apprentissage 1.1, n^{o} 5.

   Devoir 1.1, no 1, graphiques a) et c), et devoir 1.1, n^{o} 2, rebonds de la balle

   Note : On peut observer des relations linéaires avec des données continues mais aussi avec des données non continues.

3. Un biologiste a représenté les données reliant la température au nombre de stridulations (bruits) d'un criquet dans le diagramme de dispersion suivant.



a) Écris chacune des coordonnées placées dans le graphique.

Solution :

(4, 0), (9, 10), (14, 20), (29, 50)

b) Crée un tableau de valeurs à partir des données représentées dans ce diagramme.

Solution :

Température (°C)	Stridulations de criquets (nombre)
4	0
9	10
14	20
29	50

c) Écris une phrase décrivant la relation entre ces deux variables.

Solution :

À mesure que la température augmente, le nombre de stridulations d'un criquet augmente aussi.

d) Est-ce que le graphique correspond à une relation linéaire? Pourquoi.

Solution :

Oui, la relation entre la température et le nombre de stridulations semble être une relation linéaire parce qu'on peut tracer une ligne droite sur le graphique, qui passerait par tous les points de données ou près de ces points.

Activité d'apprentissage 1.5

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Simplifie $\frac{21}{35}$.
2. Simplifie $\frac{12}{20}$.
3. Si 50 % de 680 est égal à 340, que vaut 25 % de 680?
4. Après la fête de l'Halloween, il y a un rabais de 50 % sur tous les bonbons du magasin. Si tu as acheté pour 30 $ de bonbons avant l'Halloween, combien aurais-tu payé ces mêmes bonbons après l'Halloween?
5. Résous $5 + r = -4$.
6. Tu achètes au magasin un beigne pour chaque membre de ta famille. S'il y a 6 personnes dans ta famille, toi y compris, et que chaque beigne coûte 60 ¢, combien te faut-il d'argent?
7. Au rugby, une pénalité transformée vaut 3 points. Si une équipe a fini un match avec 39 points, combien de pénalités a-t-elle transformées?
8. S'il est tombé 10 mm de pluie, combien cela fait-il en centimètres?

Solutions :

1. $\frac{3}{5}$ (divise le numérateur et le dénominateur par 7)
2. $\frac{3}{5}$ (divise le numérateur et le dénominateur par 4)
3. 170 (25 % est la moitié de 50 %, alors 170 est la moitié de 340)
4. 15 $ (50 % de 30 $ équivaut à prendre la moitié de 30 $)
5. $r = -9$ ($r = -4 - 5$)
6. 360 ¢ ou 3,60 $ (6 × 60 ¢; les cents ou les dollars sont acceptables)
7. 13 (39 ÷ 3)
8. 1cm (10 mm = 1 cm)

Partie B – Le domaine et l'image

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Tu veux louer une salle de banquet dans un restaurant et souper avec des amis pour célébrer ton anniversaire. Le repas coûte 6 $ par personne.

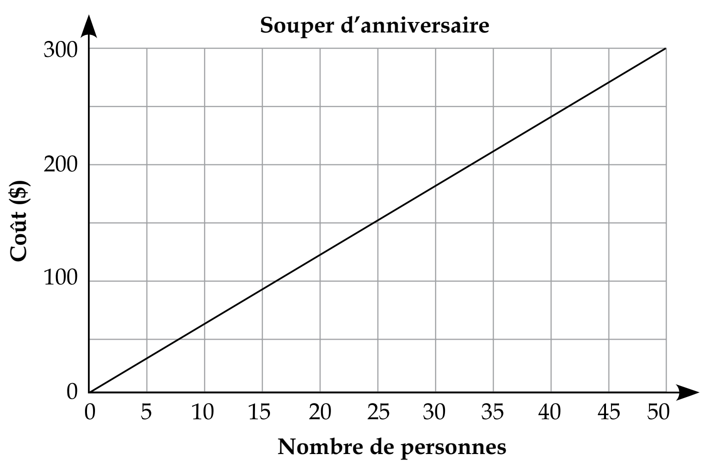
   a) Si tu veux tracer le graphique de la relation entre le coût et le nombre de personnes invitées, quel serait un domaine et une image raisonnables? Explique les restrictions dont tu dois tenir compte.

   Solution :

   Le coût dépend du nombre de personnes présentes, donc la variable indépendante est le nombre d'invités. Le domaine représente les valeurs valides de la variable indépendante. Le nombre de personnes présentes est limité par les dimensions de la salle de banquet, et s'il y a un nombre minimum de personnes attendues pour pouvoir louer la salle. Le domaine pourrait donc se situer entre 5 et 50 personnes. D'après les restrictions sur le domaine, l'image (ou le coût possible) pourrait être compris entre 30 $ et 300 $, puisque le repas coûte 6 $ par personne.

   b) Construis un graphique possible. Tu peux le dessiner à la main ou utiliser un outil technologique et l'imprimer.

   Solution :



c) Ce contexte est-il un exemple de relation linéaire?

Solution :

Oui, c'est une relation linéaire.

d) Écris une phrase décrivant la relation entre ces variables.

Solution :

À mesure que le nombre de personnes augmente, le coût augmente aussi.

Note : Ta réponse de la partie a) et ton graphique peuvent être légèrement différents. Cela ne fait pas de différence à la condition que le domaine et l'image que tu as indiqués soient raisonnables et que les valeurs soient valides pour les restrictions que tu as décrites. Ta phrase descriptive de la partie d) doit indiquer de quelle façon la variable dépendante change par rapport aux variations de la variable indépendante.

Activité d'apprentissage 1.6

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Écris 3,5 % en nombre décimal.
2. Lequel est plus grand : 0,76 ou 0,07?
3. Quelle est l'étendue des nombres suivants : 0,2; 0,6; 0,08; 0,5; 0,03.
4. Si 3 % de 500 est 15, que vaut 12 % de 500?
5. Le matelas utilisé pour faire de la gymnastique a une forme de carré. La longueur d'un côté du matelas est de 39 pieds. Estime l'aire du matelas.
6. Complète la régularité suivante : 9, -7, 5, __, __.
7. Résous $9v = 45$.
8. Tu veux commander de la pizza mais tu n'as que 15 $ en poche. Si la pizza coûte normalement 16 $, taxes incluses, mais qu'il y un rabais de 10 %, peux-tu te permettre d'en acheter une?

Solutions :

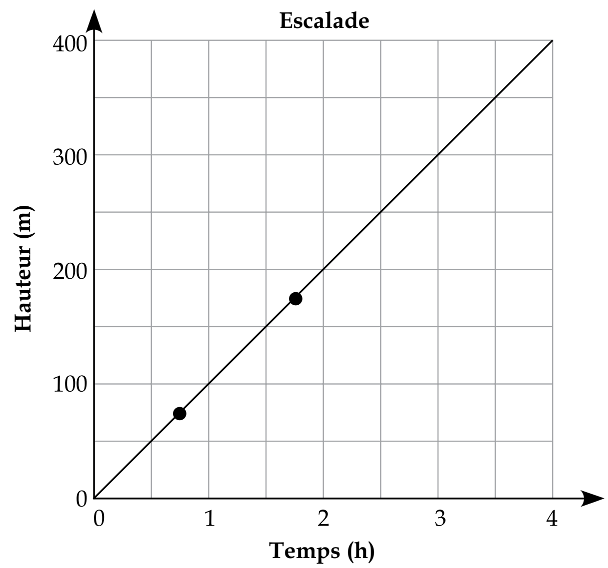
1. 0,035
2. 0,76
3. 0,57 (0,6 – 0,03)
4. 60 (Si 3 % × 4 = 12 %, alors 15 × 4 = 60)
5. 1 600 pieds^2 est une bonne estimation (tu arrondis 39 à 40; tu multiples 4 × 4 = 16 et tu ajoutes 2 zéros car il y a 2 zéros dans le produit 40 × 40)
6. -3 et 1 (diminue de 2 pour chaque nombre (nombre impair) tout en alternant le signe négatif et le signe positif)
7. $v = 5$ (45 ÷ 9 = 5)
8. Oui (Déplace la virgule décimale de 16 d'une position vers la gauche ou 16 × 10 % = 1,6. Soustrais 1,60 $ de 16,00 $, ce qui te donne 16,00 – 1,60 = 14,40 $ et qui est moins que 15 $)

Partie B – Le taux de variation et la pente

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Kent escalade une falaise de 400 m de haut. 45 minutes après le début de son ascension, il a grimpé de 75 m. Après une autre heure, il a atteint 175 m.
   a) Combien d'heures d'escalade sans arrêter doit-il faire pour atteindre le sommet? Dessine un graphique pour t'aider à répondre à cette question.

   Solution :



   Il faut à Kent 4 heures d'escalade sans s'arrêter pour atteindre le sommet de la falaise.

   b) À quelle vitesse grimpe-t-il en m/h?

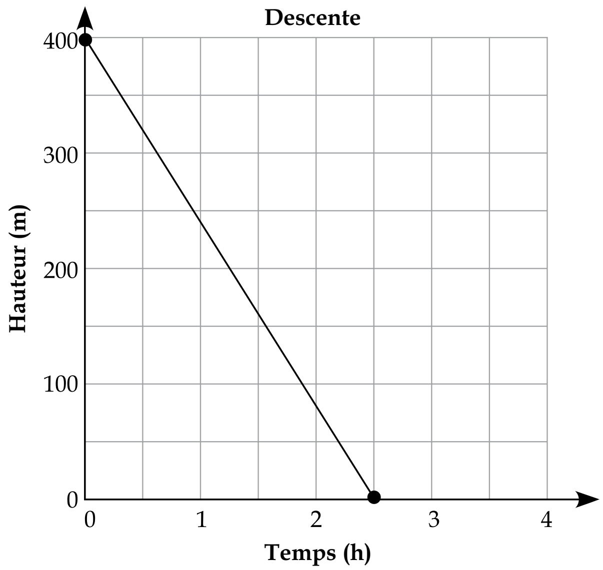
   Solution :

   S'il lui faut 4 heures pour grimper 400 m, il peut grimper à une vitesse de 100 m à l'heure. Sa vitesse, et la pente de cette droite, est de 100 m/h.

2. Pour descendre la falaise, il faut seulement deux heures et demie à Kent.

   a) Crée un graphique avec une échelle similaire à celle de la question précédente et trace la représentation graphique de cette situation. Indique les points qui représentent le temps et la hauteur au sommet de la falaise, et le moment où il atteint le bas.

   Solution :



   b) Compare les pentes de ces deux graphiques.

   Solution :

   La pente dans le graphique n° 1 est positive et moins abrupte (inclinée) que celle du graphique n° 2. La deuxième pente est négative.

   c) Quelle est la vitesse de Kent en descente?

   Solution :

   Kent descend 400 m en $2\frac{1}{2}$ heures, donc il peut descendre 160 m en 1 heure (400 ÷ 2,5). Sa vitesse en descente est de –160 m/h. La pente est négative.

Activité d'apprentissage 1.7

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Un graphique indique le niveau de bruit dans une salle en fonction du nombre de personnes. Ce graphique est-il continu ou discontinu?
2. Si une variable indépendante a des valeurs allant de 0 à 20, ces valeurs appartiennent-elles au domaine ou à l'image?
3. Écris $2\frac{3}{7}$ en fraction.
4. Tu conduis jusqu'à ton chalet qui est situé à 104 km de chez toi. $\frac{1}{8}$ de ton trajet se trouve en ville. Combien de kilomètres conduis-tu en ville?
5. Tu veux acheter un biscuit au beurre d'arachide lors d'une vente de pâtisseries. Si un plateau de 16 biscuits coûte 3,20$, combien te coûtera un biscuit?
6. Écris 0,84 en pourcentage.
7. Il y a 26,4 milles dans un marathon. Combien de milles y a-t-il dans un semi-marathon?
8. Résous $3d = 9$.

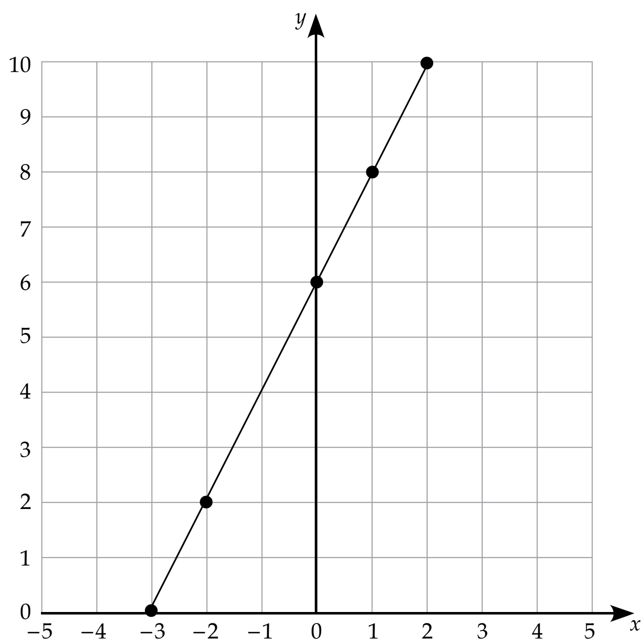
Solutions :

1. Discontinu (chaque personne correspond à un nombre entier)
2. Le domaine
3. $\frac{17}{7}$
4. 13 km $\left(104 \times \frac{1}{8}\right)$
5. 0,20 $ (Puisque $32 \div 16 = 2$ alors $3{,}2 \div 16 = 0{,}2$)
6. 84 %
7. 13,2 milles ($26{,}4 \div 2$)
8. $d = 3$ ($9 \div 3$)

Partie B – Les relations linéaires

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. D'après le graphique théorique ci-dessous, indique :
   a) si la pente est positive ou négative;
   b) quel est le taux de variation, ou la pente;
   c) la valeur de l'abscisse à l'origine;
   d) les coordonnées de l'ordonnée à l'origine;
   e) le domaine;
   f) l'image.



Solutions :

a) La droite a une pente positive.

b) Si tu examines le graphique, tu peux voir que les coordonnées en y de la droite augmentent de 2 pour chaque augmentation de 1 des coordonnées en x. $\frac{2}{1} = 2$, donc le taux de variation égale 2. D'après les points (–2, 2) et (1, 8), le taux de changement des valeurs en y est de 6, et celui des valeurs en x égale 3; $\frac{6}{3} = 2$.

c) La valeur de l'abscisse à l'origine est de -3.

d) Les coordonnées de l'ordonnée à l'origine sont (0, 6).

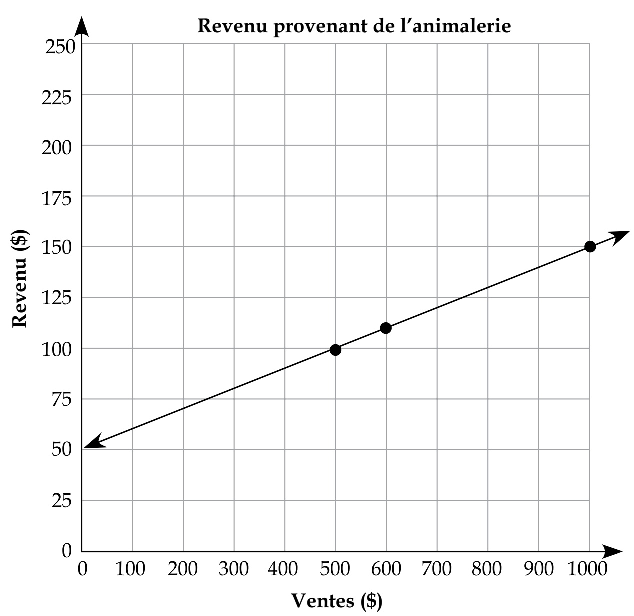
e) Le domaine de ce graphique s'étend de -3 à 2.

f) L'image est de 0 à 10.

2. Revenons à la première partie de cette leçon; quand tu as compris combien ton amie gagnait de plus que toi à son travail à temps partiel, tu as trouvé un nouvel emploi à une animalerie. Ici, ton revenu est basé en partie sur des commissions. Tu gagnes un pourcentage de la valeur des produits que tu vends. D'après tes trois premières semaines de paye, sachant que ton revenu dépend de tes ventes, tu détermines les coordonnées (ventes, revenus) suivantes : (500, 100), (600, 110) et (1000, 150).

   a) Trace le graphique de ces points et détermine si la relation est linéaire.

   Solution :



   La droite a une pente positive.

b) Quel est le taux de variation ou la pente de la droite?

Solution :

La pente est positive. En utilisant les points (500, 100), (600, 110), tu peux voir que ton revenu augmente de 10 $ pour toute vente additionnelle de 100 $.

Donc $\frac{10}{100}$ = 0,10 ou 10 %. Ce taux représente une commission de 10 %.

Écrite sous forme décimale, la pente égale 0,10.

c) Dessine une droite pour déterminer les coordonnées à l'origine. Qu'est-ce que les coordonnées à l'origine représentent?

Solution :

Il n'y a pas d'abscisse à l'origine dans ce graphique. L'ordonnée à l'origine est au point y = 50 ou (0, 50). Ce point représente des ventes de 0 $ et un revenu de 50 $. Ton revenu est basé sur une commission de 10 % et sur un salaire de base hebdomadaire de 50 $.

d) Quel est le domaine et l'image dans cette situation?

Solution :

Les valeurs valides dans le domaine de cette relation vont de 0 à 1 000. Ces valeurs ne seront jamais négatives, et si tu avais vendu vraiment beaucoup durant ta semaine, ton revenu pourrait être plus élevé, mais il semble raisonnable pour ce genre d'emploi à temps partiel. L'écart des valeurs valides pour l'image irait de 50 à 150. Tu gagnerais 50 $ même si tu ne fais aucune vente, et d'après les ventes qu'il serait raisonnable d'espérer, ton revenu hebdomadaire pourrait atteindre 150 $.

Activité d'apprentissage 1.8

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Tu te rends à Calgary en conduisant ta voiture sur la Transcanadienne. Si tu as conduit durant 3,3 heures à une vitesse constante de 100 km/h, quelle distance as-tu voyagé?
2. Écris le rapport 16 : 12 sous forme de fraction simplifiée.
3. Combien vaut 10 % de 500?
4. Combien vaut 5 % de 500?
5. Combien vaut 15 % de 500?
6. Dans ton école, un professeur enseigne le cours de sciences de 10e année à trois classes différentes. S'il y a 22 élèves dans chaque classe et que chaque élève doive écrire un examen, combien d'examens l'enseignant devra t'il corrigé?
7. Un élève reçoit $\frac{18}{20}$ sur un test. Estime cette valeur en pourcentage.
8. Jamie est deux fois plus vieux que Daniel. Daniel est trois fois plus vieux que Kim. Si Kim a 4 ans, quel âge a Jamie?

Solutions :

1. 330 km (3 h × 100 km/h = 300 km; 0,3 h × 100 km/h = 30 km. Donc 300 km + 30 km = 330 km)
2. $\frac{4}{3}\left(\frac{16}{12} \div \frac{4}{4}\right)$
3. 50 (Déplace la virgule décimale d'une position vers la gauche)
4. 25 (5 % est la moitié de 10 %, alors la moitié de 50 est 25)
5. 75 (10 % + 5 % = 15 %, alors 50 + 25 = 75)
6. 66 (22 × 3)
7. Environ 90 % (Méthode 1 : Comme tu dois multiplier le dénominateur par 5 pour obtenir 100, tu dois multiplier le numérateur également par 5 et donc, 18 × 5 = 90 %. Méthode 2 : 20 – 18 = 2; 2 × 5 = 10 alors 100 – 10 = 90 %)
8. 24 ans (L'âge de Daniel = 3 fois l'âge de Kim = 3 × 4 = 12 ans. L'âge de Jamie = 2 fois l'âge de Daniel = 2 × 12 = 24 ans)

Partie B – Ce qu'on peut déduire d'après la pente

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. La pente de la droite reliant les points K et M est $\frac{-3}{7}$ $\left(m_{KM} = \frac{-3}{7}\right)$. Le point L est sur la même droite que les points K et M. Quelle est la pente de la droite reliant les points M et L? Explique comment tu l'as trouvée.

   Solution :

   Si $m_{KM} = \frac{-3}{7}$ alors $m_{ML} = \frac{-3}{7}$. La pente d'une relation linéaire est constante. Si les points K, L et M sont sur la même droite, la pente sera la même entre tous ces points.

2. (–456, 187) est un point sur une droite dont la pente égale $\frac{17}{25}$. Trouve un autre point sur cette droite.

   Solution :

   (–456 + 25, 187 + 17) ou (–431, 204) est un autre point possible sur cette droite. Il y a un nombre infini de points possibles.

3. (5, 12) et (72, y_2) sont des points situés sur une droite ayant une pente de 4. Utilise la formule de la pente pour trouver la valeur de y_2. Montre tes calculs.

   Solution :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$4 = \frac{y_2 - 12}{72 - 5}$$

$$4 = \frac{y_2 - 12}{67}$$

$$4(67) = \frac{y_2 - 12(\cancel{67})}{(\cancel{67})}$$

$$268 = y_2 - 12$$

$$268 + 12 = y_2 - 12 + 12$$

$$280 = y_2$$

   Une droite avec une pente de 4 passe par les points (5, 12) et (72, 280).

4. Explique dans tes propres mots pourquoi la pente d'une droite horizontale est égale à zéro.

   Solution :

   Les coordonnées des points situés le long d'une droite horizontale auront tous la même valeur de y. Cela signifie que la différence entre les valeurs de y, ou changement vertical, sera toujours égale à zéro. Le changement horizontal sur une droite horizontale peut être de n'importe quelle valeur, mais zéro divisé par n'importe quel nombre donne toujours zéro.

5. Explique dans tes propres mots comment tu peux utiliser la formule de la pente pour déterminer si deux droites sont parallèles.

   Solution :

   Deux droites sont parallèles si elles ont la même pente. Pour chaque droite, choisis deux points, n'importe lesquels, sur cette droite et utilise la formule de la pente pour calculer la pente. Si les pentes sont les mêmes, les deux droites sont parallèles.

Activité d'apprentissage 1.9

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Les valeurs d'une variable dépendante appartiennent-elles au domaine ou à l'image?
2. Si la pente d'une droite est $\frac{6}{11}$, quel est le déplacement vertical (l'élévation) et le déplacement horizontal (la course)?
3. Quels sont les facteurs de 8?
4. Quels sont les trois premiers multiples de 7?
5. Écris 4^3 dans sa forme développée.
6. Évalue $\sqrt{25}$.
7. Évalue 3^2.
8. La distance du centre MTS au centre d'achat Polo Park est de 5,1 km. Si tu t'arrêtes à mi-chemin pour acheter une boisson, quelle distance te reste-t-il pour aller jusqu'au centre d'achat?

Solutions :

1. L'image
2. Le déplacement vertical (l'élévation) vaut 6 et le déplacement horizontal (la course) vaut 11
3. 1, 2, 4, 8
4. 7, 14, 21
5. $4 \times 4 \times 4$
6. 5 (Quel nombre multiplié par lui-même donne 25?)
7. 9 (3×3)
8. 2,55 ($5 \div 2 = 2{,}5$ et $0{,}1 \div 2 = 0{,}05$, alors $2{,}5 + 0{,}05 = 2{,}55$)

Partie B – La représentation graphique de points de données d'une équation

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

Cette activité d'apprentissage est pour toi l'occasion d'évaluer tes propres apprentissages. Les questions 1 à 3 sont similaires, donc nous te recommandons de faire d'abord les questions 1 et 2, et si tu veux plus de pratique, fais la question 3. Si tu penses que tu en as fait suffisamment, tu peux passer à la question 4.

1. a) Soit l'équation $y = -2x + 8$. Crée un tableau de valeurs avec 5 points. Choisis n'importe quelle 6 valeurs de x logiques et possibles (en commençant par des valeurs entre 0 et 10), substitue-les dans l'équation et trouve la valeur de y. Inscris les valeurs dans le tableau.

   Solution :

   $y = -2x + 8$

   Ton tableau de valeurs peut avoir des coordonnées différentes.

x	y
0	8
2	4
4	0
9	–10
10	–12

Exemple : Trouve la valeur de y pour $x = 0$

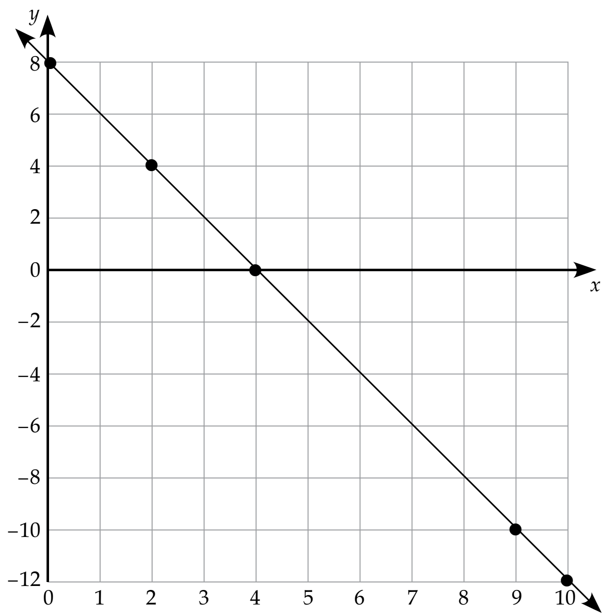
$$y = -2x + 8$$
$$y = -2(0) + 8$$
$$y = 0 + 8$$
$$y = 8$$

Évalue pour $x = 2$

$$y = -2x + 8$$
$$y = -2(2) + 8$$
$$y = -4 + 8$$
$$y = 4$$

b) Trace le graphique de la droite sur papier quadrillé. Rappelle-toi de choisir une échelle appropriée pour l'axe des y, qui englobe toutes les valeurs de y calculées. Pour déterminer quel incrément utiliser sur l'axe des y, calcule l'écart de valeurs (soustrais la plus petite valeur de y de la plus grande valeur de y), divise par le nombre d'incréments le long de l'axe des y et arrondis ce chiffre.

Solution :



Pour déterminer l'échelle de l'axe des y :

8 – (–12) = 20

20 ÷ 10 incréments = 2

Commence à –12 et monte jusqu'à 8 par intervalles de 2

c) Calcule la pente de la droite.

Solution :

Choisis deux points quelconques.
(0, 8) et (10, –12)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-12 - 8}{10 - 0}$$

$$m = \frac{-20}{10} = -2$$

d) Détermine l'ordonnée à l'origine de la droite.

Solution :

Quand $x = 0$, $y = 8$. L'ordonnée à l'origine est 8.

e) Vérifie tes réponses pour c) et d) à l'aide de l'équation fournie en a).

Solution :

La pente a été calculée à -2 et l'ordonnée à l'origine était à $y = 8$. À partir de l'équation donnée, , le coefficient de x est la pente, –2, et la constante est l'ordonnée à l'origine soit 8. Mes réponses sont correctes.

2. a) Soit l'équation $y = \frac{2}{3}x + 3$. Crée un tableau de valeurs avec 5 points.

Si tu as un coefficient sous forme de fraction, choisis des valeurs de x qui sont des multiples du dénominateur pour pouvoir simplifier la fraction et éliminer le dénominateur (commence par des valeurs comme 3, 6…); substitue-les dans l'équation et trouve la valeur de y. Inscris les valeurs dans le tableau.

Solution :

$$y = \frac{2}{3}x + 3$$

Valeurs possibles pour le tableau :

x	y
0	3
3	5
6	7
9	9
–3	1

Exemple : Évalue pour $x = 0$

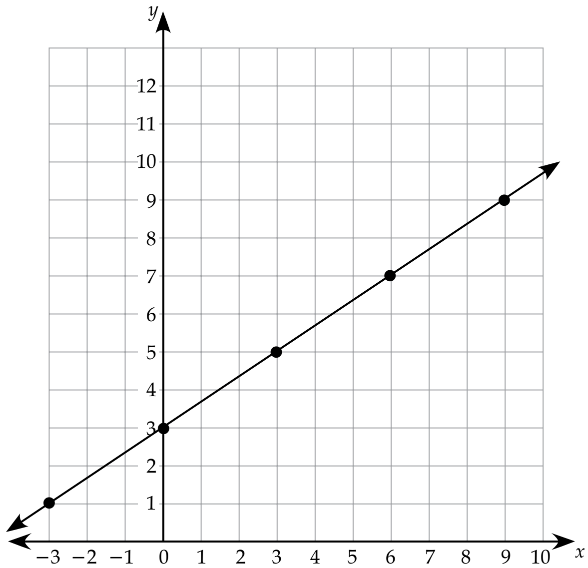
$$y = \frac{2}{3}(0) + 3$$
$$y = 0 + 3$$
$$y = 3$$

Évalue pour $x = 6$

$$y = \frac{2}{3}(6) + 3$$
$$y = 2(2) + 3$$
$$y = 4 + 3$$
$$y = 7$$

b) Trace le graphique de la droite sur papier quadrillé.

Solution :



c) Calcule la pente de la droite.

Solution :

(0, 3) et (6, 7)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{7-3}{6-0}$$

$$m = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

d) Détermine l'ordonnée à l'origine de la droite.

Solution :

Les coordonnées de l'ordonnée à l'origine sont (0, 3).

e) Vérifie tes réponses en c) et d) à l'aide de l'équation fournie en a).

Solution :

La pente a été calculée à –2 et l'ordonnée à l'origine était à y = 3. À partir de l'équation donnée, $y = \frac{2}{3}x + 3$, le coefficient de x est la pente, $\frac{2}{3}$, et la constante est l'ordonnée à l'origine soit 3. Mes réponses sont correctes.

3. a) Soit l'équation $y = -5x + 48$; crée un tableau de valeurs avec 5 points.

Solution :

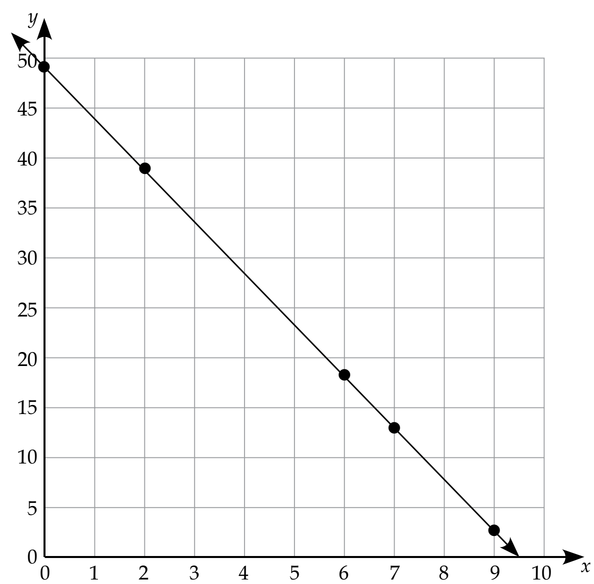
$y = -5x + 48$

Les points peuvent varier. Montre tes calculs.

x	y
0	48
2	38
6	18
7	13
9	3

b) Trace le graphique de la droite sur papier quadrillé.

Solution :



c) Calcule la pente de la droite.

Solution :

(0, 48) et (2, 38)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{38 - 48}{2 - 0}$$

$$m = \frac{-10}{2} = -5$$

d) Détermine l'ordonnée à l'origine de la droite.

Solution :

L'ordonnée à l'origine est 48.

e) Vérifie tes réponses pour c) et d) à l'aide de l'équation fournie en a).

Solution :

L'équation vérifie que la pente égale –5, et que l'ordonnée à l'origine est 48.

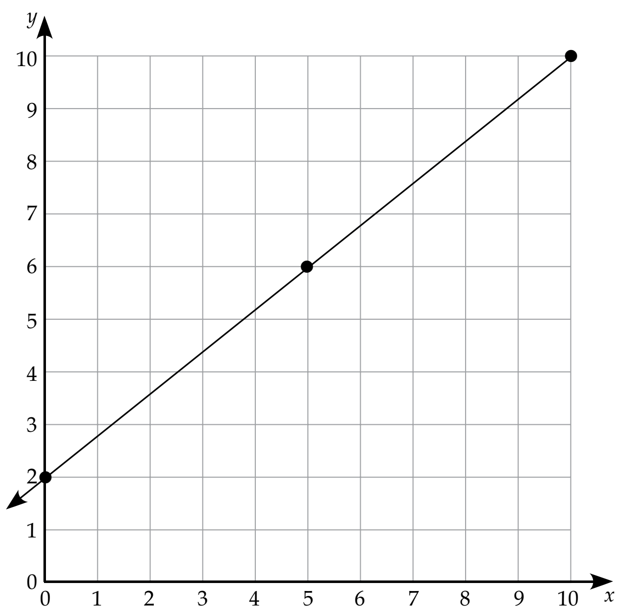
4. a) Écris l'équation d'une droite ayant une ordonnée à l'origine de 2 et une pente de $\frac{4}{5}$.

Solution :

$y = \frac{4}{5}x + 2$

b) Trace le graphique. ***NE crée PAS*** de tableau de valeurs contenant des coordonnées de points, sauf pour vérifier tes réponses.

Solution :



Place l'ordonnée à l'origine sur le graphique à (0, 2). À partir de ce point, utilise une pente de $\frac{4}{5}$ (changement vertical sur changement horizontal) et déplace de 4 unités vers le haut et de 5 unités vers la droite jusqu'au point (0 + 5, 2 + 4) ou (5, 6). Répète l'opération pour trouver le point suivant, à (10, 10).

Vérifie en substituant $x = 5$ et $x = 10$ dans l'équation $y = \frac{4}{5}x + 2$ et trouve la valeur de y.

5. a) Soit l'équation $y = -\frac{4}{5}x + 9$. Indique la pente et l'ordonnée à l'origine sans tracer de droite et sans créer un tableau de valeurs.

   Solution :

   $y = -\frac{4}{5}x + 9$

   La pente de cette droite est $\frac{-4}{5}$ et l'ordonnée à l'origine est à 9.

   b) Explique comment tu sais où tracer la droite.

   Solution :

   Je tracerais cette droite en plaçant l'ordonnée à l'origine à (0, 9), puis j'utiliserais la pente pour trouver un autre point. Je déplacerais le point de 4 unités vers le bas, et de 5 unités vers la droite pour trouver un autre point, à (5, 5). Je répéterais l'opération pour trouver un autre point à (10, 1) et je relierais les points par une ligne droite.

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 2
Le sens du nombre

Module 2
Le sens du nombre

Introduction

Avoir le sens du nombre, le thème de ce module, signifie pouvoir comprendre les concepts qui sont représentés par les nombres et les mots plutôt que de simplement comprendre les nombres et les mots. Par exemple, quand tu as le sentiment d'être positif ou négatif, c'est souvent le reflet de ton attitude. Mais les nombres positifs ne sont pas nécessairement joyeux, pas plus que les nombres négatifs semblent « grognons »; c'est seulement l'indication de l'endroit où les nombres sont situés sur une droite numérique par rapport à la position du zéro. Les carrés parfaits sont appelés ainsi non pas parce qu'ils ont une belle apparence ou qu'ils sont super-intelligents; c'est simplement qu'ils sont le produit de deux facteurs identiques.

Le module 2 explore les facteurs, les multiples, les carrés parfaits et les cubes parfaits ainsi que leurs racines. Tu verras la structure de l'ensemble des nombres réels et tu détermineras les liens entre les radicaux et les puissances. Tu appliqueras ce que tu as appris en 9^{e} année sur les lois des exposants à des puissances ayant des bases variables et des exposants rationnels et négatifs.

À mesure que tu avanceras dans ce module, assure-toi de bien comprendre les concepts représentés par les termes employés, et essaie de trouver les régularités. Ainsi, tu deviendras plus habile à trouver la signification des nombres et leurs propriétés.

Devoirs du module 2

Tu dois envoyer les devoirs ci-dessous à la Section de l'enseignement à distance quand tu auras terminé le module.

Leçon	Numéro du devoir	Titre du devoir
1	Devoir 2.1	Facteurs et multiples
2	Devoir 2.2	Carrés parfaits et cubes parfaits
3	Devoir 2.3	Nombres rationnels, irrationnels et radicaux
4	Devoir 2.4	Révision des lois des exposants
5	Devoir 2.5	Lois des exposants avec des exposants rationnels et négatifs

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Fiche-ressource

Lorsque tu te présenteras à l'examen de mi-session, tu auras le droit d'apporter avec toi une fiche-ressource d'examen. Cette fiche doit être sur une seule feuille de papier format lettre, soit 8½ po sur 11 po, écrite des deux côtés de ta main ou dactylographiée. Tu dois remettre cette feuille avec ton examen à la Section de l'enseignement à distance. Il n'y aura pas de points attribués à ta fiche-ressource d'examen de mi-session.

Pour beaucoup d'élèves, préparer une fiche-ressource d'examen est un excellent moyen de réviser la matière. Elle fournit un résumé des points importants de chaque module, que tu peux consulter en tout temps. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource pour chaque module afin de l'aider à étudier et à réviser. Des résumés de leçons te sont fournis à chaque fin de leçon, et des sommaires de modules à la fin de chaque module pour servir de référence.

Pour te préparer à faire cette fiche-ressource, utilise la liste de consignes à la page suivante, que tu appliqueras au fur et à mesure en faisant le module. Tu pourrais utiliser la fiche-ressource du module 2 pour noter les termes et formules de mathématiques, des exemples de questions ou une liste des endroits où tes erreurs sont plus fréquentes. Tu peux y écrire les notions dont tu as besoin, ou indiquer les numéros de page des leçons que tu devrais réviser plus attentivement quand tu étudieras pour les examens.

Lorsque tu auras terminé les fiches-ressources des modules 1 à 4, tu pourras essayer de les résumer pour en faire ta fiche-ressource de l'examen de mi-session. Rappelle-toi que cet examen ne porte que sur les quatre premiers modules du cours.

Fiche-ressource pour le module 2

1. Inscris les termes mathématiques qui sont mentionnés dans chaque leçon.
2. Inscris toutes les formules mentionnées dans chaque leçon.
3. Quelles stratégies de calcul ont été discutées dans chaque leçon?
4. Quelles sont les questions qui doivent être copiées dans ta fiche-ressource parce qu'elles sont représentatives des questions de chaque leçon?
5. Quelles étaient les questions les plus difficiles? Inscris les numéros de pages sur ta fiche-ressource de module pour pouvoir refaire ces questions avant l'examen. Si tu trouves l'un de ces problèmes particulièrement difficile, tu peux l'écrire ainsi que sa solution sur ta fiche-ressource d'examen de mi-session pour l'avoir à portée de la main à l'examen.
6. Quels sont les autres trucs aide-mémoire que tu as trouvés pour te préparer à l'examen?

Notes

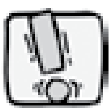
Leçon 1 – Les facteurs et les multiples

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ déterminer les facteurs premiers d'un nombre entier
- ❑ expliquer pourquoi 0 et 1 ne sont ni des nombres premiers, ni des nombres composés
- ❑ déterminer le plus grand facteur (diviseur) commun et le plus petit commun multiple de nombres en utilisant diverses méthodes, et expliquer le processus
- ❑ résoudre des problèmes à l'aide des facteurs et des multiples

Introduction



Dans cette leçon, tu exploreras différentes façons de déterminer le plus grand facteur (diviseur) commun et le plus petit commun multiple de deux ou plusieurs nombres. La leçon met l'accent plus particulièrement sur la compréhension des facteurs premiers et du statut unique des nombres 0 et 1.

Notions de base sur les nombres

Les nombres premiers et les nombres composés

Dans l'équation 2 × 3 = 6, 2 et 3 sont les facteurs que tu multiplies pour obtenir le produit de 6; 6 est un multiple de 2 et 3.

Un **facteur** est un nombre ou une expression qui est multiplié par un autre nombre ou expression pour donner un produit.

Un **produit** est le nombre qui résulte de la multiplication de deux ou plusieurs facteurs.

Un **multiple** est le produit d'un nombre donné et de tout autre entier relatif (un entier relatif peut être un nombre positif, négatif ou zéro).

Tu peux arriver au produit de 16 en multipliant les paires de nombres ou facteurs suivants :

$16 = 1 \times 16$

$16 = 2 \times 8$

$16 = 4 \times 4 = 4^2$

En écrivant ces nombres dans l'ordre, on voit que les facteurs de 16 sont 1, 2, 4, 8 et 16; 16 est divisible par tous ces facteurs.

Parmi ces nombres, 2 est considéré comme un nombre **premier**, et 4, 8 et 16 sont appelés **nombres composés**.

Un **nombre premier** est un nombre naturel supérieur à 1 et qui a exactement deux diviseurs (facteurs) entiers distincts, 1 et lui-même.

Un **nombre composé** est un nombre naturel supérieur à 1 et qui a plus de deux diviseurs (facteurs) entiers distincts.

Encercle tous les nombres premiers et place un X traversant tous les nombres composés dans ce tableau.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

Tu devrais avoir encerclé les nombres premiers suivants :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, and 47

Les seuls facteurs de chacun de ces nombres sont 1 et le nombre lui-même. Ces nombres ne peuvent être divisés également que par 1 et eux-mêmes.

Les nombres composés sont des entiers relatifs plus grands que 1 qui ne sont pas des nombres premiers. Tu devrais avoir marqué d'un X les nombres suivants :

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, et 49.

Tous ces nombres ont plus de 2 facteurs. Par exemple, les facteurs de 9 sont 1, 3 et 9. 24 peut être divisé également par 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24.

As-tu remarqué que les nombres 0 et 1 ne sont pas inclus dans ces deux listes? Ces deux nombres sont uniques car ils ne sont ni des nombres premiers, ni des nombres composés : 1 est considéré comme une « unité » (une unité est une quantité utilisée pour mesurer, par exemple, une livre ou un mètre) et il n'a qu'un seul facteur ou diviseur. Pour être un nombre premier, un nombre doit avoir 2 facteurs différents, et pour être un nombre composé, le nombre doit avoir plus de 2 facteurs. Le zéro, de son côté, a un nombre infini de diviseurs, puisque zéro peut être divisé également par n'importe quelle valeur (il serait encore égal à zéro), donc ce n'est pas un nombre premier. Essaie-le sur ta calculatrice. Cependant, tu ne peux pas multiplier deux valeurs différentes et avoir un produit de zéro, donc zéro ne peut pas être un nombre composé.

La factorisation en nombres premiers

Quand tu écris un nombre comme étant le produit de ses facteurs premiers, cette opération s'appelle « factorisation en nombres premiers ».

$24 = 4 \times 6$	4 et 6 sont des facteurs de 24, mais ce sont des nombres composés, qui peuvent être davantage décomposés en facteurs.
$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$	Ces facteurs sont tous des nombres premiers. C'est un exemple de factorisation en nombres premiers de 24.

Exemple 1

Détermine la factorisation en nombres premiers de 180.

Solution :

Une méthode consiste à commencer par diviser par le nombre premier le plus petit possible, et à répéter à chaque nouvelle valeur jusqu'à ce que le résultat lui-même soit un nombre premier. 180 est un nombre pair, donc on le divise par 2.

$180 \div 2 = 90$	90 est aussi divisible par 2, donc divise-le encore
$90 \div 2 = 45$	45 est divisible par 3
$45 \div 3 = 15$	15 est aussi divisible par 3
$15 \div 3 = 5$	5 est un nombre premier et n'a pas de facteurs autres que 1 et lui-même.

Dresse la liste des diviseurs et indique le résultat final. Ce sont les facteurs premiers de 180.

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

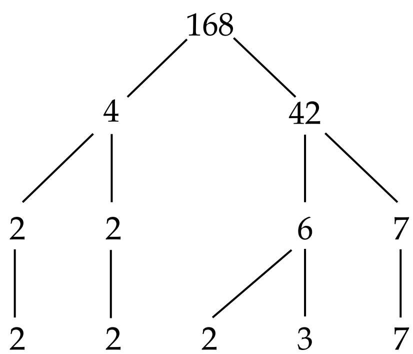
Vérifie ta réponse en multipliant ces facteurs.

Exemple 2

Détermine les facteurs premiers de 168.

Solution :

Une autre méthode consiste à utiliser un diagramme de type « arbre des facteurs ». Utilise la division pour trouver deux facteurs, n'importe lesquels, de la valeur donnée. Écris-les pour en faire des branches de l'arbre des facteurs. $168 \div 4 = 42$



Ces deux valeurs sont des nombres composés. Divise chaque nombre par un facteur

2 et 7 sont des nombres premiers, mais 6 est un nombre composé

Ce sont les facteurs premiers de 168.

Ce n'est qu'un exemple de factorisation correcte en nombres premiers d'une valeur donnée, mais les facteurs peuvent être présentés dans n'importe quel ordre. Remarque que 1 n'apparaît pas dans la factorisation en nombres premiers.

Le plus grand facteur (diviseur) commun

Si deux ou plusieurs nombres ont un même facteur, on appelle ce dernier un facteur commun.

Les facteurs premiers de

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$18 = 2 \times 3 \times 3$

Note les facteurs communs 2 et 3. Le produit de ces facteurs premiers communs est appelé le plus grand facteur (diviseur) commun.

$2 \times 3 = 6$

Le plus grand facteur (diviseur) commun (qu'on appellera désormais PGFC) est le plus grand nombre qui divise deux ou plusieurs nombres. Le PGFC de 30 et 18 est 6 parce qu'aucun nombre plus grand ne peut diviser 30 et 18. Si deux nombres n'ont aucun nombre premier comme facteur commun, le PGFC est 1.

Exemple 3

Trouve le plus grand facteur commun de 60 et 28.

Solution :

Détermine d'abord les facteurs premiers de chaque nombre. Utilise la méthode que tu préfères.

a) Méthode de division :

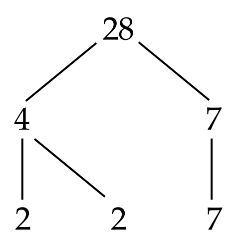
$60 \div 2 = 30$

$30 \div 2 = 15$

$15 \div 3 = 5$

Les facteurs premiers de 60 sont 2, 2, 3 et 5.

b) Méthode de l'arbre des facteurs :



La factorisation en nombres premiers de $28 = 2 \times 2 \times 7$

Compare les facteurs premiers et détermine s'il y a des facteurs premiers qui sont communs.

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$28 = 2 \times 2 \times 7$

Chaque valeur a deux 2 comme facteurs communs. Le produit des facteurs premiers est le PGFC. $2 \times 2 = 4$

Le plus grand facteur commun de 60 et de 28 est 4.

Exemple 4

Trouve le plus grand facteur commun de 12, 30 et 42.

Solution :

En faisant la factorisation en nombres premiers de chaque nombre, calcule le produit de tous les facteurs communs.

$$12 = (2) \times 2 \times (3)$$

$$30 = (2) \times (3) \times 5$$

$$42 = (2) \times (3) \times 7$$

Les facteurs communs sont ceux identifiés entre parenthèses, soit 2 et 3.

$2 \times 3 = 6$

Le PGFC de 12, 30 et 42 est 6.

Une autre façon de voir les choses, c'est que 12, 30 et 42 sont tous des multiples de 6.

$6 \times 2 = 12$

$6 \times 5 = 30$

$6 \times 7 = 42$

Le plus petit commun multiple

Si tu énumères les multiples de 6 et les multiples de 8, tu obtiendrais la liste suivante :

0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72…

0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96…

Note les valeurs qui sont communes aux deux listes : 0, 24, 48

Le plus petit commun multiple (qu'on désignera désormais PPCM) est défini comme la plus petite valeur multiple positive commune à un ensemble de nombres. 0 n'est pas considéré comme une valeur positive (ou négative), donc il n'a pas les critères nécessaires pour être un PPCM un ensemble de nombres. Dans le cas de 6 et 8, le PPCM serait 24, car 24 est le plus petit nombre qui peut être divisé sans reste par 6 et par 8.

Tu peux utiliser la factorisation en nombres premiers pour t'aider à trouver le PPCM.

Exemple 5

Trouve le plus petit commun multiple de 24 et 90.

Solution :

Détermine les facteurs premiers de 24 et 90.

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

Écris les multiplications répétées en utilisant des exposants, comme tu l'as appris en 9e année.

Puisque $2 \times 2 \times 2$ signifie multiplier 2 par lui-même trois fois, on peut l'écrire ainsi : 2^3.

3 * 3 signifie 3 multiplié deux fois par lui-même et peut être écrit 3^2.

5 multiplié par lui-même une fois peut être écrit 5^1.

Donc la factorisation en nombres premiers de ces nombres peut s'écrire ainsi :

$24 = 2^3 \times 3^1$

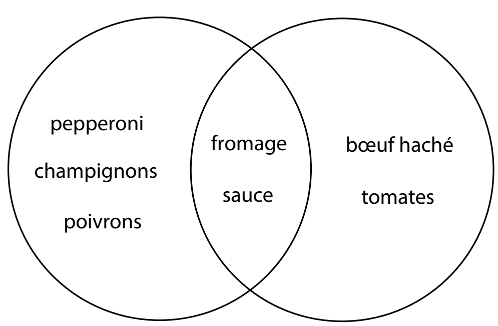
$90 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1$

Pour trouver le PPCM, choisis chaque facteur premier avec l'exposant le plus grand puis multiplie ces facteurs ensemble. L'exposant le plus grand de 2 est 3, l'exposant le plus grand de 3 est 2 et l'exposant le plus grand de 5 est 1.

$2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 360$

Le plus petit commun multiple de 24 et 90 est donc 360.

Un diagramme de Venn peut être utilisé pour présenter les facteurs premiers de deux nombres et calculer le PPCM et le PGFC. Le diagramme de Venn utilise des cercles pour représenter des ensembles. Là où les cercles se chevauchent (ou se recoupent), les ensembles partagent des éléments communs. Supposons que tu commandes deux pizzas – une avec pepperoni, champignons, poivrons, fromage et sauce, et l'autre avec bœuf haché, tomates, fromage et sauce. Un diagramme de Venn montrant les garnitures ressemblerait à ceci :



D'après le diagramme, tu peux dire quelles garnitures les pizzas ont en commun (dans la zone de chevauchement) et lesquelles sont uniques à chaque pizza.

Note : Il n'est pas nécessaire d'écrire 1 lorsqu'il est en exposant. Ainsi $2^3 \times 5^1$ peut s'écrire $2^3 \times 5$.

Exemple 6

Crée un diagramme de Venn pour illustrer les facteurs premiers de 28 et 36. Trouve le PPCM et le PGFC de 28 et 36.

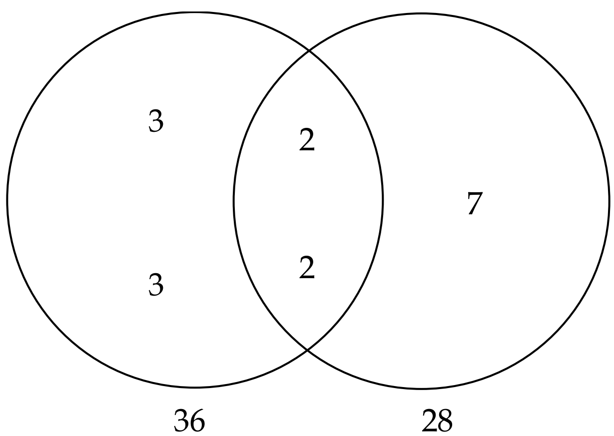
Solution :

Détermine les facteurs premiers de chaque valeur et place-les dans le diagramme de Venn avec les facteurs communs inscrits dans la zone de chevauchement.

$28 = 2 \times 2 \times 7$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

Les facteurs communs sont les deux 2.



À partir du diagramme de Venn, tu peux trouver le PPCM et PGFC.

Si tu multiplies tous les facteurs du diagramme, tu auras le PPCM.

$3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 7 = 252$

252 est le plus petit nombre qui est divisible par 36 et 28.

Si tu trouves le produit des facteurs dans la zone de chevauchement, tu auras le PGFC.

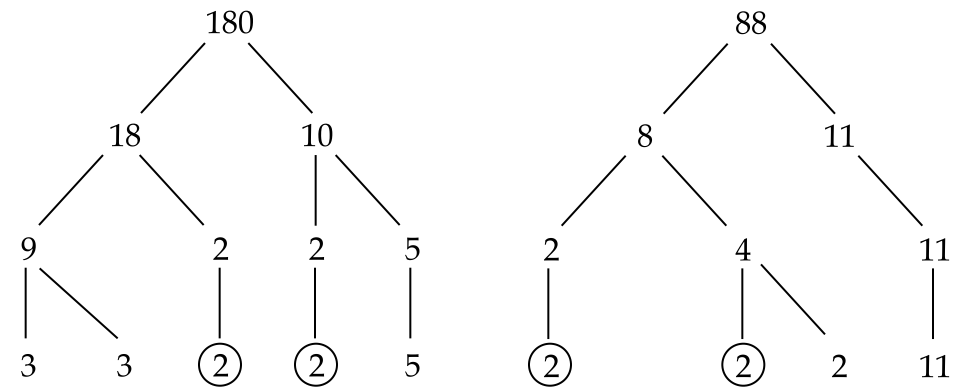
$2 \times 2 = 4$

4 est le plus grand nombre qui peut diviser 36 et 28 également.

Si tu connais le PGFC de deux nombres, tu peux l’utiliser pour trouver le PPCM de ces deux nombres.

Exemple 7

Le plus grand facteur commun de 180 et 88 est 4. Les arbres des facteurs ci-dessous le démontrent clairement.



Multiplie les deux nombres originaux et divise le résultat par le PGFC; tu auras le PPCM.

$180 \times 88 = 15\,840$

$15\,840 \div 4 = 3\,960$

Le plus petit commun multiple de 180 et 88 est 3 960. Note que cette méthode ne fonctionne que pour trouver le PPCM de deux nombres.

Activité d'apprentissage 2.1

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Tu veux acheter un cadeau de 30 $ pour ta mère. Le gaufrier qui t'intéresse coûte 40 $. Pourras-tu l'acheter si le magasin l'offre avec un rabais de 20 %?
2. Il y a 3 paires de chaussettes dans un paquet. Si le paquet coûte 6 $, combien vaut chaque paire de chaussettes?
3. Dans un match de football, le pointage final est 12 à 28. Puisqu'un touché non transformé vaut 6 points et un botté de placement, 3 points, est-il possible qu'une équipe n'ait réussi aucun botté de placement?
4. Il a plu pendant trois heures à Winnipeg. Durant la première heure, il est tombé 5 mm de pluie. Lors de la deuxième heure, il en est tombé 2 mm. Finalement, au cours de la troisième heure il est encore tombé 5 mm de pluie. Quelle quantité moyenne de pluie par heure est-il tombé sur Winnipeg?
5. Complète la régularité : 1, 4, ___, 16, 25, ___.
6. Évalue 9^2.
7. Simplifie $\frac{33}{21}$.
8. La remise dans ta cour arrière mesure 6 m de longueur, 3 m de largeur et 2 m de hauteur. Quel est le volume de ta remise?

suite

Activité d'apprentissage 2.1 (suite)

Partie B – Les facteurs et les multiples

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Combien de facteurs les nombres premiers ont-ils? Quels sont-ils?

2. Complète le tableau suivant en :
   a) énumérant tous les facteurs des nombres composés donnés;
   b) déterminant le nombre de facteurs de chaque nombre composé;
   c) indiquant si le nombre de facteurs est un nombre impair ou pair;
   d) énumérant les nombres premiers de chaque nombre après factorisation.

Nombre donné	(a) Tous les facteurs du nombre composé	(b) Nombre de facteurs	(c) Impair ou pair?	(d) Facteurs premiers
4	1, 2, 4	3	Impair	$2 \times 2 = 2^2$
6				
8				
9				
12				
16				
21				
24				
25				
27				
36				

   e) Encercle les nombres composés donnés qui ont un nombre impair de facteurs. Quelles régularités peux-tu remarquer dans ces nombres? Explique ta réponse.

3. Détermine les facteurs premiers de 210 à l'aide d'un diagramme de type arbre des facteurs. Inclus ton diagramme.

suite...

4. Détermine les facteurs premiers de 84 à l'aide de la méthode de la division. Montre tes calculs.
5. Énumère les facteurs premiers de 147. Explique comment tu as trouvé ta réponse et montre tes calculs.
6. À partir des réponses aux questions 3, 4 et 5, indique le PGFC de 210, 84 et 147. Montre tes calculs et explique comment tu as trouvé ta réponse.
7. Indique le PPCM de 210, 84 et 147. Montre tes calculs et explique comment tu as trouvé ta réponse.
8. Définis dans tes propres mots ce qu'est le PPCM d'un ensemble de nombres.
9. Trace un diagramme de Venn pour illustrer les facteurs premiers de 45 et 75. Explique comment tu peux utiliser le diagramme pour calculer le PGFC et le PPCM de 45 et 75. Indique le PGFC et le PPCM de ces deux nombres.

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as appris à déterminer tous les facteurs et les facteurs premiers de nombres, et à calculer le plus grand facteur (diviseur) commun et le plus petit commun multiple d'un ensemble de nombres. En définissant les termes, en cherchant les régularités et en les décrivant, et à l'aide de diverses méthodes pour représenter des concepts, tu développes ton sens du nombre tout en apprenant des notions mathématiques importantes. Dans la prochaine leçon, tu exploreras les carrés parfaits, les cubes parfaits et les racines de ces nombres.

Devoir 2.1

Facteurs et multiples

Total : 28 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Pourquoi la plupart des nombres premiers sont-ils impairs? *(2 points)*

2. a) Énumère les facteurs de 66. *(2 points)*

   b) Énumère les facteurs premiers de 66. *(2 points)*

   c) Quel est le PGFC de 66 et 70? *(2 points)*

3. a) Détermine la factorisation en nombres premiers de 60 à l'aide de la méthode de la division. Montre tes calculs. *(3 points)*

b) Détermine les facteurs premiers de 20 en traçant un arbre des facteurs. *(3 points)*

c) Quel est le PGFC de 20 et 60? *(2 points)*

d) Réécris les facteurs premiers de 20 et 60 à l'aide d'exposants pour indiquer les multiplications répétées. *(2 points)*

e) Quel est le PPCM de 20 et 60? Montre tes calculs à l'aide des exposants de la partie d). *(2 points)*

4. Définis dans tes propres mots ce qu'est le PGFC d'un ensemble de nombres. *(3 points)*

5. a) Utilise un diagramme de Venn pour illustrer les facteurs premiers de 102 et 18. *(3 points)*

   b) Utilise le diagramme pour déterminer le PGFC et le PPCM de 102 et 18. *(2 points)*

Notes

Leçon 2 – Les carrés, les cubes et les racines

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ déterminer si des nombres sont des carrés parfaits, des cubes parfaits, ou ni un ni l'autre
- ❑ déterminer les racines de carrés parfaits et de cubes parfaits
- ❑ résoudre des problèmes comportant des racines carrées et des racines cubiques

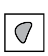
Introduction

Que veut dire le mot *parfait* pour toi? Dans cette leçon, tu verras ce qui fait qu'un carré est parfait et qu'un cube est parfait, et comment déterminer les racines de ces nombres.

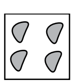
Les puissances

Les carrés parfaits

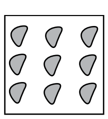
Au VI^e siècle avant Jésus-Christ, les mathématiciens grecs ont cherché les propriétés particulières des nombres. Ils ont découvert que certains nombres pouvaient être représentés au moyen de cailloux disposés en carrés.



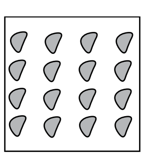
= 1 Ce carré a des dimensions de 1 sur 1
Son aire serait calculée comme suit : $1 \times 1 = 1^2 = 1$
(aire d'un carré = longueur * largeur)



= 4 Ce carré a des dimensions de 2 sur 2
Son aire serait calculée comme suit : $2 \times 2 = 2^2 = 4$



= 9 Ce carré a des dimensions de 3 sur 3
Son aire serait calculée comme suit : $3 \times 3 = 3^2 = 9$.



= 16 Ce carré a des dimensions de 4 sur 4
Son aire serait calculée comme suit : $4 \times 4 = 4^2 = 16$.

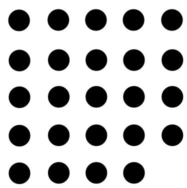
Comment peux-tu dire si un nombre donné est un carré parfait?

Exemple 1

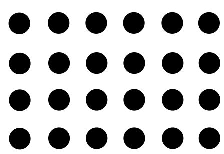
Est-ce que 24 est un carré parfait?

Solution :

Trouve quelques petits objets, comme des jetons de bingo, des sous noirs, des céréales en O ou des boutons. Compte 24 objets et regarde si tu peux les disposer en un carré. Tous ces objets doivent être placés en ligne droite et en colonnes contenant le même nombre d'objets (comme dans le diagramme ci-dessous). Si les 24 objets forment un carré sans qu'il reste de pièces, et sans espaces vides, alors 24 est un carré parfait.



Il manque une pièce à ce motif de carré, donc 24 n'est pas un carré parfait.



Tu pourrais placer les 24 objets de cette façon sans avoir de vides, mais les dimensions de cet arrangement sont 4 par 6. C'est un rectangle et non un carré. 24 n'est pas un **carré parfait**.

Un **carré parfait** est le produit d'un nombre entier multiplié par lui-même.

Rappelle-toi qu'un nombre entier (ou entier relatif) ne peut être qu'un nombre entier (positif ou négatif) ou zéro.

Exemple 2

Est-ce que 25 est un carré parfait?

Solution :

Écris les facteurs premiers de 25 : 5 × 5. C'est un facteur multiplié par lui-même, donc 25 est un carré parfait.

Une autre façon de déterminer si 25 est un carré parfait est d'écrire ses facteurs. Rappelle-toi dans la leçon 1, on disait que 25 avait un nombre impair de facteurs. Ce sont 1, 5 et 25. 25 peut s'écrire comme le produit de 5 × 5. Si un nombre a un nombre impair de facteurs et peut être écrit comme le produit d'un facteur par lui-même, c'est un carré parfait.

On trouve le carré des nombres en multipliant un nombre entier par lui-même. Complète le tableau suivant en indiquant les carrés des 15 premiers nombres.

Nombres entiers positifs	**Carré parfait**
$1^2 = 1 \times 1$	1
$2^2 = 2 \times 2$	4
$3^2 =$	
$4^2 =$	
$5^2 =$	
$6^2 =$	
$7^2 =$	
$8^2 =$	
$9^2 =$	
$10^2 =$	
$11^2 =$	
$12^2 =$	
$13^2 =$	
$14^2 =$	
$15^2 =$	

Il y a plusieurs régularités et caractéristiques intéressantes dans les carrés parfaits. Quels types de régularités peux-tu voir?

As-tu remarqué que les carrés parfaits ne se terminent jamais par 2, 3, 7 ou 8?

Les carrés parfaits sont aussi la somme de nombres impairs consécutifs. Complète le tableau ci-dessous et montre la somme des nombres impairs pour les nombres donnés, à commencer par 1.

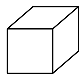
Nombre de nombres impairs consécutifs	Somme de nombre impairs	Carré parfait
1	1 = 1	1
2	1 + 3 = 4	4
3	1 + 3 + 5 =	9
4	1 + 3 + 5 + 7 =	16
5		25
6		36
7		49
8		64
9		81
10		100

Les cubes parfaits

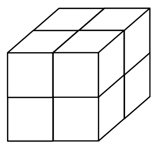
Si les carrés parfaits peuvent être disposés en une figure carrée à 2 dimensions et sont le produit d'un nombre entier multiplié par lui-même, peux-tu deviner ce que sont les cubes parfaits?

Les **cubes parfaits** sont des nombres résultant de la multiplication d'un nombre entier trois fois par lui-même.

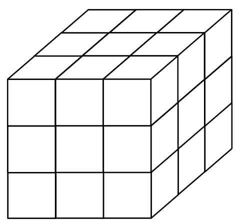
Les cubes parfaits peuvent être visualisés en ajoutant la 3^{e} dimension, la profondeur, à un carré, ou en calculant le volume d'un objet.



Ce cube a des dimensions de 1 sur 1 sur 1
Son volume serait calculé comme suit : $1 \times 1 \times 1 = 1^3 = 1$
(le volume d'un cube = hauteur × largeur × profondeur)



Ce cube a des dimensions de 2 sur 2 sur 2
Son volume serait calculé comme suit : $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$.



Ce cube a des dimensions de 3 sur 3 sur 3
Son volume serait calculé comme suit : $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$.

Comment peux-tu dire si un nombre est un cube parfait?

Exemple 3

Est-ce que 40 est un cube parfait?

Solution :

Trouve 40 petits cubes ou blocs et regarde si tu peux les disposer en un cube parfait.

Dans un cube de $3 \times 3 \times 3$, il y a seulement 27 blocs, donc il faut faire un cube plus grand.

Tu as besoin de $4 \times 4 \times 4 = 64$ blocs pour faire le prochain cube parfait, et c'est plus que 40. Alors 40 n'est pas un cube parfait.

Ce raisonnement fonctionne parce que les entiers relatifs sont des nombres entiers seulement.

Cette méthode est très efficace quand tu peux estimer quelle peut être la racine du nombre; pourtant il est difficile de l'appliquer pour de grands nombres, comme dans les deux prochains exemples.

Exemple 4

Est-ce que 125 est un cube parfait?

Solution :

Écris les facteurs premiers de 125 en utilisant la méthode de la division.

$125 \div 5 = 25$

$25 \div 5 = 5$ 5 est un nombre premier et ne peut pas être décomposé en d'autres facteurs.

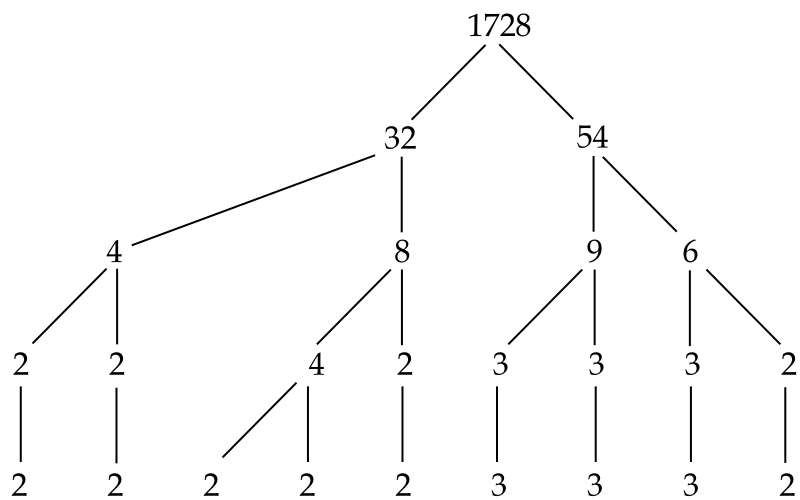
Les facteurs premiers de $125 = 5 \times 5 \times 5$, soit un nombre entier multiplié 3 fois par lui-même, donc 125 est un cube parfait.

Exemple 5

Est-ce que 1 728 est un cube parfait?

Solution :

Décompose 1 728 en nombres premiers à l'aide d'un arbre des facteurs.



Après factorisation des nombres premiers, on obtient six 2 et trois 3. Ces nombres peuvent être redisposés et regroupés en trois ensembles égaux : $(2 \times 2 \times 3)\ (2 \times 2 \times 3)\ (2 \times 2 \times 3)$, ou $12 \times 12 \times 12 = 12^3$

12 multiplié par lui-même trois fois égale 1 728, donc 1 728 est un cube parfait.

Les racines

> Le nombre qui est multiplié par lui-même deux fois pour produire un carré parfait est appelé la **racine carrée** de ce nombre.

Si 7 × 7 = 49, alors 49 est un carré parfait et la racine carrée de 49 est 7.

> Le nombre qui est multiplié par lui-même trois fois pour produire un cube parfait est appelé la **racine cubique** de ce nombre.

La racine carrée et la racine cubique sont des termes utilisés couramment dans cette leçon et dans les prochaines leçons, donc tu devrais inclure leurs définitions ou des exemples sur ta fiche-ressource.

Si 6 × 6 × 6 = 216, alors 216 est un cube parfait et la racine cubique de 216 est 6.

Le symbole mathématique utilisé pour représenter une racine est $\sqrt{}$.

En général, ce symbole veut dire extraire la racine carrée d'un nombre; donc, quand on parle de racine cubique, un indice est utilisé pour le distinguer du symbole de la racine carrée. Le symbole de la racine cubique est $\sqrt[3]{}$.

$$\sqrt[3]{216} = 6$$

Jusqu'à maintenant, tu as exploré les carrés parfaits et les cubes parfaits dont les racines sont des nombres entiers positifs. Les racines peuvent aussi être des nombres entiers négatifs. Regarde bien :

$$(7)(7) = 49 \text{ et } (-7)(-7) = 49$$

La racine carrée de 49 peut être +7 ou -7.

Est-ce qu'un carré parfait peut être négatif?

N'importe quelle valeur, qu'elle soit positive ou négative, lorsqu'elle est multipliée par elle même, donnera un produit positif.

$$(13)(13) = (13)^2 = 169$$
$$(-13)(-13) = (-13)^2 = 169$$

Remarque que le signe négatif est à l'intérieur des parenthèses $(-13)^2 = 169$, au lieu d'être à l'extérieur : $-(13)^2 = -169$.

Note : $(13)(-13) = -169$, mais dans ce cas, les deux facteurs multipliés n'étaient pas les mêmes. Cela ne pourrait pas s'écrire à l'aide d'un exposant 2, donc les nombres négatifs ne sont pas des carrés parfaits.

Comme les carrés parfaits sont toujours des nombres positifs, tu ne peux pas extraire la racine carrée d'un nombre négatif.

$\sqrt{-169}$ n'admet pas de solution comprise dans les nombres réels. (Dans des cours plus avancés de mathématiques, tu pourras voir les racines carrées de nombres négatifs.)

Qu'arrive-t-il quand tu fais le cube d'un nombre négatif?

$$(-3)(-3)(-3) = -27$$

Le produit de trois nombres négatifs est aussi un nombre négatif. C'est pourquoi il est possible de trouver la racine cubique d'un nombre négatif comme de nombres positifs.

$$\sqrt[3]{-27} = -3$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

À partir de ce point, quand on te demandera de trouver la racine carrée d'un nombre, tu pourras donner seulement la racine positive $\left(\sqrt{25} = 5\right)$. Autrement, on indiquera dans la question de trouver toutes les racines possibles.

Tu peux déterminer la racine carrée ou la racine cubique d'un nombre à l'aide de stratégies semblables à celles que tu as utilisées pour déterminer si un nombre est un carré parfait ou un cube parfait.

Exemple 6

Quelle est la racine carrée de 256?

Solution :

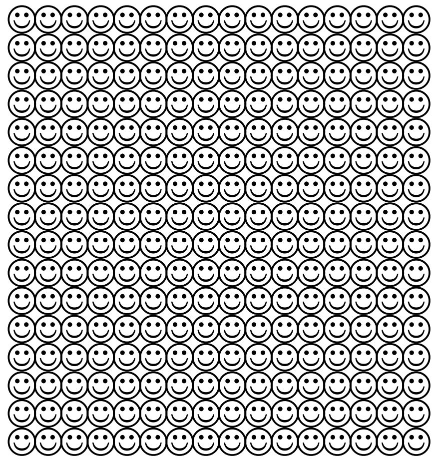
Si tu as 256 petits objets, tu peux essayer de les disposer en carré. Si tu obtiens un carré parfait, les dimensions de ton carré (la longueur et la largeur) égalent la racine carrée de 256. Il n'est pas toujours pratique de travailler avec beaucoup de petits objets; il est alors plus facile de tracer un diagramme que de construire un carré.

Tu peux aussi trouver la racine en déterminant les paires de facteurs de 256.

Les paires de facteurs de 256 sont :

1, 256
2, 128
4, 64
8, 32
16, 16

Tu peux noter que la dernière paire de facteurs est formée d'un nombre multiplié par lui-même. C'est la racine carrée de 256. Si tu as tracé l'arrangement de 256 petits objets en une forme carrée, les dimensions de cette forme seraient de 16 sur 16.



Exemple 7

Quel est la racine carrée de 1024?

Solution :

Les calculatrices scientifiques peuvent être utilisées pour déterminer la racine carrée de grands nombres quand les autres stratégies sont moins facilement applicables. Chaque calculatrice a des touches qui lui sont propres, donc tu devrais lire le manuel d'instructions qui vient avec ta calculatrice pour savoir comment elle fonctionne. Souvent, le symbole $\sqrt{\ }$ est sur la même touche que la fonction « au carré » $\boxed{x^2}$ et tu devras peut-être utiliser une seconde fonction, ou la clé « shift », pour pouvoir extraire la racine carrée. Voici quelques touches typiques des calculatrices.

$\boxed{1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{=}$

ou

$\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\text{ENTER}}$

Essaie différentes combinaisons de touches jusqu'à ce que tu obtiennes la bonne réponse. La racine carrée de 1024 est 32. Indique ci-dessous les touches que tu dois utiliser sur ta calculatrice pour extraire la racine carrée.

$\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$

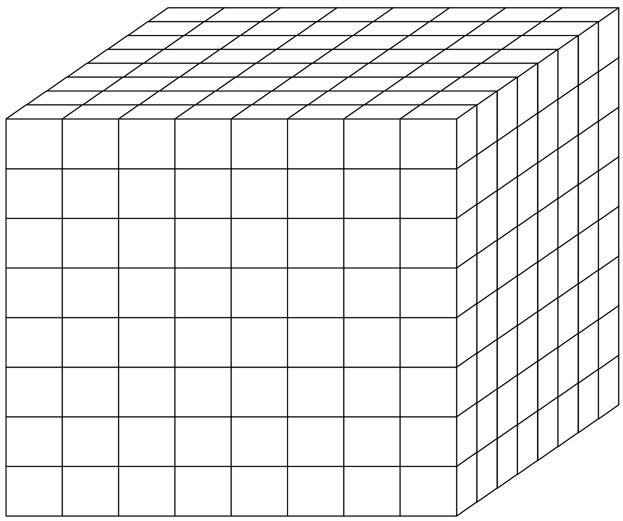
Exemple 8

Quelle est la racine cubique de 512?

Solution :

Il serait difficile d'utiliser 512 blocs séparés pour former un cube, mais tu pourrais représenter cette situation par un dessin.

$8 \times 8 \times 8 = 8^3 = 512$



Tu peux aussi utiliser une calculatrice pour déterminer la racine cubique d'un nombre. Certaines calculatrices ont une touche pour la fonction de racine cubique $\boxed{\sqrt[3]{x}}$. D'autres peuvent avoir une touche générale pour l'extraction des racines, qui peut ressembler à ceci $\boxed{\sqrt[x]{y}}$. Dans ce cas, tu dois entrer l'indice sur la calculatrice. Dans certaines calculatrices graphiques, la fonction de racine cubique peut être dans un menu mathématique distinct. Là encore, tu devras faire des essais avec ta calculatrice ou lire attentivement le manuel qui vient avec l'appareil pour connaître les touches précises que tu dois utiliser sur ta calculatrice. Voici certaines séquences typiques à suivre :

$\boxed{5}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{\text{2nd}}\ \boxed{\sqrt[3]{}}\ \boxed{=}$

ou

$\boxed{\text{2nd}}\ \boxed{\sqrt[3]{}}\ \boxed{5}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{)}\ \boxed{\text{ENTER}}$

ou

$\boxed{3}\ \boxed{\sqrt[x]{y}}\ \boxed{5}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{=}$

ou

$\boxed{\text{MATH}}\ \boxed{\blacktriangledown}\ \boxed{\blacktriangledown}\ \boxed{\blacktriangledown}\ \boxed{\text{ENTER}}\ \boxed{5}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{)}\ \boxed{\text{ENTER}}$

(calculatrice graphique)

Fais des essais avec ta calculatrice jusqu'à ce que tu sois certain des touches que tu dois utiliser pour trouver la réponse correcte, soit $\sqrt[3]{512} = 8$.

Indique ci-dessous la séquence de touches que tu dois utiliser pour calculer la racine cubique de 512 sur ta calculatrice.

Activité d'apprentissage 2.2

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Quel est le PGFC (plus grand facteur commun) de 12 et 18?
2. Quel est le PPCM (plus petit commun multiple) de 8 et 12?
3. Quels deux nombres ont une somme de 5 et un produit de 6?
4. Identifie la variable indépendante pour la situation suivante : plus j'étudie longtemps, meilleurs sont mes résultats de tests.
5. Un pupitre mesure 90 cm de haut. Quelle est sa hauteur en mètres?
6. Tu paies ton dîner avec un billet de 10 $. Le coût du dîner est de 7,60 $. Combien d'argent recevras-tu comme monnaie?
7. Lequel est plus petit : $\frac{4}{5}$ ou $\frac{7}{10}$?
8. Une simple calculatrice contient des touches ordonnées en 6 rangées et 5 colonnes. En tout, combien de touches contient la calculatrice?

suite...

Activité d'apprentissage 2.2 (suite)

Partie B – Les carrés parfaits et les cubes parfaits

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Indique si les nombres suivants sont des cubes parfaits, des carrés parfaits ou ni l'un ni l'autre. Ajoute un diagramme et/ou une explication pour justifier le processus que tu as suivi.

   a) 169 b) 324 c) –512 d) 111 e) 8 f) 64

2. Indique toutes les racines carrées possibles pour les nombres suivants. Explique ta réponse.

   a) 144 b) –36

3. Indique toutes les racines cubiques possibles pour les nombres suivants. Explique ta réponse.

   a) –216 b) 8

4. L'année 2011 marque le 144^{e} anniversaire du Canada. Au jardin du parc de la Confédération, Erika veut planter 144 fleurs pour commémorer l'anniversaire du 1er juillet 1867. Comment doit-elle disposer ces fleurs pour faire un beau carré?

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as appris ce que sont des carrés parfaits et des cubes parfaits, ainsi que les racines carrées et les racines cubiques. Tu as utilisé une variété de stratégies pour déterminer si des nombres sont des carrés parfaits ou des cubes parfaits et tu as suivi différentes méthodes pour calculer les racines, y compris en cherchant les régularités, les facteurs et les facteurs premiers, en dessinant des diagrammes ou à l'aide d'objets et d'outils technologiques. Dans la prochaine leçon, tu examineras différents ensembles de nombres, notamment les nombres rationnels et irrationnels, ainsi que les radicaux.

Devoir 2.2

Carrés parfaits et cubes parfaits

Total : 23 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Complète le tableau ci-dessous énumérant les 10 premiers cubes parfaits. *(4 points)*

1^3	2^3	3^3	4^3	5^3	6^3	7^3	8^3	9^3	10^3
1	8								

2. Indique si les nombres suivants sont des cubes parfaits, des carrés parfaits ou ni l'un ni l'autre. Ajoute un diagramme et/ou une explication pour justifier le processus que tu as suivi.

   a) 1000 *(2 points)*

   ____

   b) 200 *(2 points)*

   ____

   ____

   ____

c) 1 *(2 points)*

d) 196 *(2 points)*

2. Indique **toutes** les racines carrées **possibles** des nombres suivants. Explique ta réponse.

a) 289 *(2 points)*

b) –9 *(2 points)*

3. Indique **toutes** les racines cubiques **possibles** pour les nombres suivants. Explique ta réponse.

   a) 216 *(2 points)*

   ____

   ____

   ____

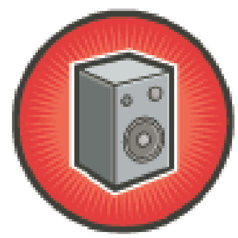
   b) –343 *(2 points)*

   ____

   ____

   ____

4. Ryan installe la chaîne audio pour un concert extérieur, qui se tiendra au stade de football. Il y a 8 haut-parleurs en forme de cubes qui doivent être disposés en une forme la plus compacte possible, mais de façon que les gens des 4 côtés du stade puissent entendre la musique. Trouve pour Ryan une façon de disposer les 8 cubes pour permettre la meilleure sonorisation. On suppose que la musique ne provient que d'un côté de chaque haut-parleur. Explique ta disposition et ajoute un diagramme. *(3 points)*



Notes

Leçon 3 – Les nombres rationnels, irrationnels et radicaux

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ représenter des sous-ensembles de nombres dans l'ensemble de nombres réels
- ❑ trier et ordonner des nombres irrationnels, et trouver leur approximation décimale
- ❑ exprimer des valeurs en tant que nombre mixtes et nombres radicaux entiers

Introduction

Les nombres peuvent appartenir aux ensembles de nombres réels ou imaginaires. Dans ce cours, tu ne verras que les nombres réels, et l'étude des nombres imaginaires sera pour un futur cours de mathématiques. La leçon 3 sera axée sur deux sous-ensembles de l'ensemble des nombres réels : les nombres rationnels et les nombres irrationnels. Tu devras trier, placer en ordre et trouver l'approximation décimale de nombres irrationnels et apprendre ce que sont les nombres radicaux.

Les types de nombres

L'ensemble des nombres réels

La signification du mot « nombre » a changé au fil de l'histoire des mathématiques.

Les nombres naturels strictements positifs (N*)

Au départ, le mot « nombre » signifiait quelque chose que l'on compte, comme 15 cailloux ou 3 sous. Cet ensemble de nombres à compter correspond au sous-ensemble de nombres le plus simple et le moins grand. Il commence à 1 et se prolonge à l'infini, symbolisé par ∞, et peut être représenté par $N^* = \{1, 2, 3,\ldots\}$

Note : Les trois petits points … signifient que l'énumération continue toujours.

Les nombres naturels (N)

Comme il est possible de n'avoir aucun caillou et aucun sou, le zéro a été inventé pour représenter ce nombre. Depuis, l'ensemble des nombres entiers naturels inclut le zéro et tous les entiers naturels.

N = {0, 1, 2, 3,…}.

Les nombres entiers (Z)

Ce qui est pire que de ne pas avoir d'argent, c'est de se trouver en situation de devoir de l'argent à quelqu'un (3 sous par exemple). Cette situation pourrait être exprimée en assignant une valeur négative à un nombre à compter, comme -3. 3 et -3 sont des nombres opposés. Le zéro est son propre opposé, et donc il n'est pas considéré comme positif ou négatif. Le sous ensemble des nombres entiers (entiers relatifs) inclut tous les entiers naturels positifs et négatifs et zéro.

Z = {…–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, …}.

Les nombres rationnels (Q)

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous forme de rapport ou de fraction comme $\frac{a}{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, et $b \neq 0$ (parce qu'il est impossible de diviser un nombre par zéro).

Les fractions propres, comme $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{3}$, sont inférieures à 1. Les fractions impropres sont des nombres supérieurs à 1. Par exemple, $\frac{5}{2}$ est une fraction impropre, qui peut aussi être écrite sous forme de nombre fractionnaire, $2\frac{1}{2}$.

Tous les nombres entiers (y compris les nombres naturels et les nombres naturels strictements positifs) peuvent être considérés comme des nombres rationnels avec un dénominateur de 1.

L'ensemble des nombres rationnels est désigné par **Q** parce que la barre dans une fraction signifie qu'il y a division, le résultat de la division étant appelé **q**uotient.

Les nombres rationnels peuvent aussi s'écrire sous forme de décimales. Pour cela, on doit diviser le numérateur (nombre du haut dans la fraction) par le dénominateur (nombre du bas de la fraction). Tu remarqueras que tous les équivalents décimaux de nombres rationnels ont soit des décimales terminales (développement limité), soit des décimales répétitives (développement illimité).

Les décimales terminales

Les nombres rationnels tels que $\frac{3}{4}$ ou $\frac{1}{10}$, quand ils sont écrits en décimales, ont un nombre fini de décimales.

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$$

$$\frac{1}{10} = 1 \div 10 = 0,1$$

$$\frac{-9}{8} = -9 \div 8 = -1,125$$

Le développement décimal de ces quotients est limité, c'est-à-dire qu'il se termine après ces chiffres. Il n'y a pas d'autres valeurs de place nécessaires pour exprimer entièrement la valeur exacte de ces fractions.

Les décimales répétitives

Quand on convertit des nombres rationnels tels que $\frac{1}{3}$ ou $\frac{4}{33}$ en équivalents décimaux, le développement décimal répète continuellement le même chiffre ou la même séquence de chiffres.

$$\frac{1}{3} = 0,333\ 333\ 33...$$

$$\frac{4}{33} = 0,121\ 212\ 12...$$

Dans 0,33333333… , la partie décimale qui se répète est 3. Alors, on va écrire $\frac{1}{3} = 0,333\ 333\ 33\ldots = 0,\overline{3}$. De la même façon, $\frac{4}{33} = 0,121\ 212\ 12\ldots = 0,\overline{12}$ parce que 12 est la partie décimale qui se répète.

Exprime $\frac{11}{13}$ sous forme décimale et note la séquence des chiffres.

Selon la largeur de l'écran de ta calculatrice, il n'est peut-être pas évident que les 6 premiers chiffres du développement décimal forment une séquence qui se répète! Ta calculatrice va arrondir le nombre pour garder seulement le nombre de chiffres qu'elle peut afficher, mais en réalité, le nombre ne finit pas là!

$$\frac{11}{13} = 0,846\ 153\ 846\ 153... = 0,\overline{846\ 153}$$

La barre au-dessus des 6 derniers chiffres indique que cette séquence se répète continuellement; c'est la période.

Chaque fois que tu divises deux entiers relatifs, la décimale se terminera ou se répétera, mais ta calculatrice ne peut pas afficher assez de chiffres pour indiquer la période. Sous sa forme décimale, $\frac{53}{83}$ a une séquence qui se répète après 41 chiffres!

Les nombres irrationnels (Q′)

Il semble rationnel ou logique de penser que tous les nombres peuvent être écrits sous forme de fraction, mais ce n'est pas le cas. Il y a des nombres qui ne peuvent pas être écrit sous forme de fractions, et donc qui ne sont pas des nombres rationnels. On les appelle les « nombres irrationnels ». Le symbole Q′ se lit « Q prime » et signifie « qui n'est pas Q » ou, dans ce cas, qui est non rationnel.

Un nombre irrationnel ne peut pas être exprimé comme un rapport entre deux entiers relatifs, et s'il est écrit en décimales, les chiffres ne se terminent pas et ne se répètent pas selon une séquence prévisible, quel que soit le nombre de valeurs de place qu'on détermine. $\sqrt{2}$ et p font partie du sous-ensemble Q′.

p, appelé *pi*, est le rapport du diamètre d'un cercle avec sa circonférence. Tu as peut être utilisé la valeur 3,14 pour p, mais c'est une simple approximation décimale de ce calcul théorique. Tu ne seras jamais capable d'écrire la valeur exacte d'un nombre irrationnel à l'aide de décimales, mais seulement sa valeur approximative. C'est pourquoi on utilise des symboles pour exprimer la valeur d'un nombre irrationnel.

$\sqrt{2}$, la racine carrée de 2, est aussi un nombre irrationnel. Son approximation décimale peut s'écrire en partie comme suit :

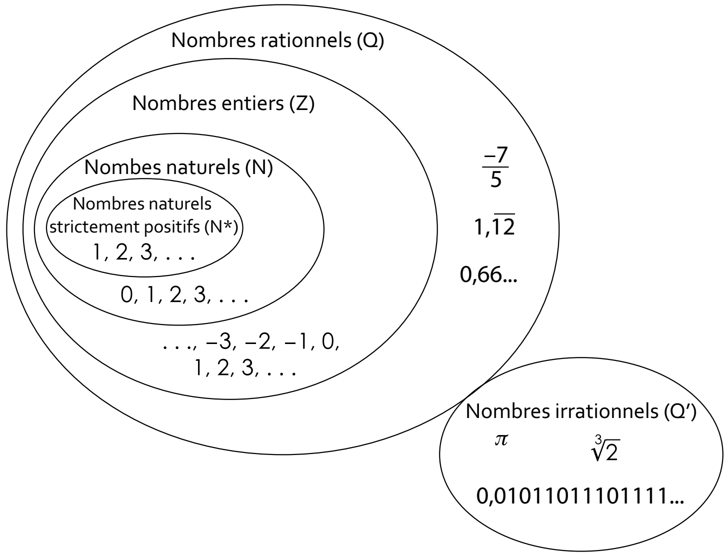
$\sqrt{2}$ » 1.4142135623 7309504880 1688724209 6980785696 7187537694 8073176679 7379907324 78462…

Le signe égal ondulé (≈) signifie « égale approximativement à » et les trois petits points à la fin (...) indiquent qu'il n'est pas possible d'exprimer cette valeur sous forme décimale exacte puisque les chiffres continuent sans période précise.

Est-ce que toutes les racines carrées sont des nombres irrationnels? Comme tu l'as appris à la leçon précédente, la racine carrée d'un carré parfait est un nombre rationnel. $\sqrt{4} = 2$ et donc $\sqrt{4}$ est un nombre rationnel. Alors, certaines racines carrées sont des nombres rationnels.

L'ensemble des nombres réels inclut tous les nombres rationnels et les nombres irrationnels. Les nombres rationnels peuvent être classés en trois sous-ensembles : celui des entiers naturels, celui des nombres entiers et celui des entiers relatifs. Le diagramme ci-dessous illustre la relation entre ces ensembles de nombres. À mesure que tu t'éloignes de l'ensemble du centre, l'ensemble N, les anneaux extérieurs englobent tous les sous-ensembles qui sont à l'intérieur. N inclut N*; Q inclut N*, N et Z.

L'ensemble des nombres réels (R)



Tous les nombres réels peuvent être placés le long d'une droite numérique. Les nombres irrationnels, comme ils n'ont pas une valeur décimale exacte, peuvent seulement être placés sur une droite numérique de façon approximative.

Tu devrais peut-être ajouter les symboles des différents types de nombres sur ta fiche ressource pour t'en souvenir.

Les radicaux

Dans la dernière leçon, tu as élevé des nombres au carré et au cube pour obtenir des carrés parfaits et des cubes parfaits. Tu as trouvé la racine carrée et la racine cubique de certaines valeurs. Tu as utilisé le symbole $\sqrt{}$ pour représenter les racines carrées, et le symbole $\sqrt[3]{}$ pour les racines cubiques. Dans cette leçon, tu as appris que les racines de certains nombres sont des nombres irrationnels, comme $\sqrt{2}$ ou $\sqrt[3]{15}$, alors que d'autres racines sont des nombres rationnels, comme $\sqrt{4}$ ou $\sqrt[3]{-27}$. Extraire la racine d'un nombre est l'opération inverse à celle d'appliquer un exposant comme 2^2 ou $(-3)^3$. Un autre nom pour « racine » est « radical », et le symbole $\sqrt{}$ s'appelle aussi le radical.

Quand on fait des opérations avec des radicaux, il est plus précis et plus pratique d'utiliser l'expression radicale, par exemple $\sqrt{2}$, plutôt que l'approximation décimale 1,414 213 562…. Les valeurs décimales de nombres irrationnels sont arrondies et ne sont donc pas exactes. Voilà pourquoi il est important que tu apprennes comment simplifier des expressions radicales.

Cette section de la leçon peut être particulièrement ardue car elle combine des idées apprises dans les deux leçons précédentes. Demande de l'aide à ton tuteur/correcteur ou à ton partenaire d'études si tu ne comprends pas certaines notions.

La simplification de radicaux

Simplifier une expression radicale telle que $\sqrt{12}$ ***ne veut pas*** dire que tu dois trouver l'approximation décimale. Cela signifie que tu dois écrire une autre expression avec la même valeur exacte, mais de façon qu'aucun facteur de carré parfait ne soit laissé sous le signe radical.

Étape 1 : 12 peut s'écrire comme le produit de 3 et 4.

Pour simplifier, $\sqrt{12}$ s'écrit aussi $\sqrt{4 \times 3}$ ou $\sqrt{4} \times \sqrt{3}$.

Étape 2 : Dans cette expression, le facteur 4 est le carré parfait de 2.

Remplace $\sqrt{4}$ par 2. Le produit final est une expression simplifiée équivalente pour $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

Étape 3 : Tu peux vérifier ton expression en comparant les approximations décimales.

$\sqrt{12}$ » 3,464 101 615...

$2\sqrt{3}$ » 3,464 101 615...

Les expressions sont équivalentes.

Exemple 1

Simplifie $\sqrt{50}$.

Solution :

Détermine si le radicande (le nombre sous le signe radical) a des facteurs qui sont des carrés parfaits et remplace-le par le produit de ces facteurs. Puis simplifie tout carré parfait.

$$50 = 25 \times 2$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25} \times \sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = 5 \times \sqrt{2} \qquad \text{Simplifie}$$

$$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$5\sqrt{2}$ est appelé un radical composé sous la forme la plus simple, et $\sqrt{50}$ est appelé un radical entier.

Exemple 2

Simplifie $\sqrt{1800}$.

Solution :

Si le radicande est un grand nombre, simplifie-le en plusieurs étapes.

$$1800 = 100 \times 18$$

$$\sqrt{1800} = \sqrt{100} \times \sqrt{18}$$

$$= 10 \times \sqrt{18} \qquad \text{puisque } 18 = 9 \times 2$$

$$= 10 \times \sqrt{9} \times \sqrt{2}$$

$$= 10 \times 3 \times \sqrt{2} \, \text{Simplifie}$$

$$= 30\sqrt{2}$$

Si le radicande (nombre sous le signe radical) ne peut pas être divisé par un carré parfait, c'est sa forme la plus simple.

Exemple 3

Simplifie $\sqrt[3]{54}$.

Solution :

Détermine si 54 a des facteurs qui sont des cubes parfaits, et écris les facteurs sous forme de produit sous le signe radical. 54 = 27 × 2 et 27 est un cube parfait.

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{54} &= \sqrt[3]{27 \times 2}\\ &= \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{2}\\ &= 3 \times \sqrt[3]{2} && \text{Simplifie}\\ &= 3\sqrt[3]{2}\end{aligned}$$

Exemple 4

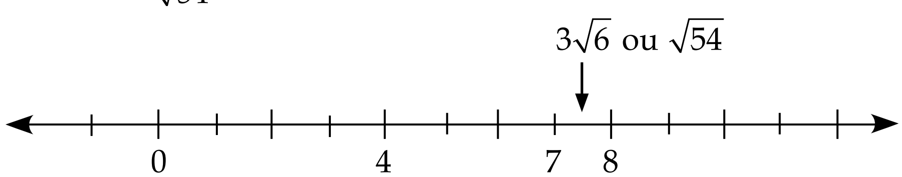
Écris $3\sqrt{6}$ sous forme de radical entier puis place-le sur une droite numérique horizontale.

Solution :

Étape 1 : Écris l'expression équivalente pour 3 à l'aide d'un radical. $3 = \sqrt{9}$.

Étape 2 : Substitue-le dans le radical donné et simplifie l'expression.

$$\begin{aligned}3\sqrt{6} &= \sqrt{9}\sqrt{6}\\ &= \sqrt{9 \times 6}\\ &= \sqrt{54}\end{aligned}$$



Activité d'apprentissage 2.3

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Combien un crayon de 2 cm mesure-t-il de plus qu'un crayon de 1 cm?
2. Combien l'aire d'un carré qui mesure 2 sur 2 vaut-elle de plus que l'aire d'un carré qui mesure 1 sur 1?
3. Combien le volume d'une boîte qui mesure 2 m sur 2 m sur 2m vaut-il de plus que le volume d'une boîte qui mesure 1 m sur 1 m sur 1 m?
4. Quel est le PGFC de 24 et 28?
5. Simplifie la fraction $\frac{24}{28}$.
6. Tu as invité 3 garçons et 2 filles à ton anniversaire. Si chaque garçon mange 2 morceaux de gâteau et chaque fille mange 1 morceau, combien de morceaux de gâteau auront été mangés en tout (sans compter le tien)?
7. Selon la question précédente, si chaque morceau de gâteau représente $\frac{1}{9}$ du gâteau, restera-t-il un morceau pour toi?
8. Évalue l'expression $2 - 3 + 6 \times 2 - 5 \times 4$.

suite

Activité d'apprentissage 2.3 (suite)

Partie B – Nombres rationnels, irrationnels et radicaux

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Indique si les nombres suivants sont rationnels ou irrationnels, et explique ton raisonnement.

   a) $\sqrt{5}$

   b) $\sqrt[3]{-3}$

   c) $\sqrt{9}$

   d) $0{,}258\ 787\ 87...$

   e) $\dfrac{1}{9}$

   f) $\dfrac{1}{4}$

   g) 0

   h) $\dfrac{-2}{1}$

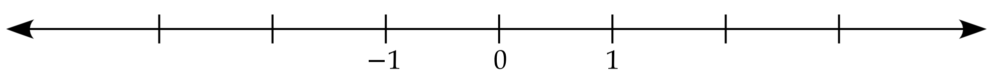
   i) $-1{,}121\ 314\ 15...$

   j) $-\dfrac{12}{4}$

2. Détermine la valeur exacte ou approximative des nombres de la question 1. Inclus autant de décimales que ta calculatrice peut afficher.

3. Indique à quel plus petit sous-ensemble de l'ensemble des nombres réels correspond chacun des nombres rationnels de la question 1.

4. Place chaque nombre de la question 1 au point approprié sur la droite numérique.

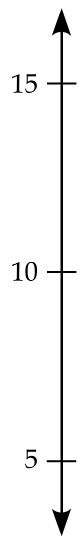


suite

Activité d'apprentissage 2.3 (suite)

5. Écris les radicaux composés suivants sous forme de radicaux entiers et place-les dans l'ordre le long de la droite numérique :

   $6\sqrt{5}$, $2\sqrt{15}$, $7\sqrt{3}$, $4\sqrt{11}$



Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as appris que les nombres peuvent être rationnels, irrationnels ou radicaux, et à quels sous-ensembles de l'ensemble des nombres réels ces nombres correspondent le mieux. L'ensemble des nombres réels était représenté par un diagramme montrant les relations entre les sous-ensembles. Tu as trouvé l'approximation décimale des valeurs de nombres irrationnels, et tu les as placés en ordre sur une droite numérique. Tu as simplifié les nombres radicaux et tu les as écrits sous forme de radicaux composés et de radicaux entiers. La prochaine leçon portera notamment sur l'opération inverse des radicaux, les exposants, et tu réviseras et approfondiras les lois des exposants que tu as apprises en 9^e^ année.

Notes

Devoir 2.3

Nombres rationnels, irrationnels et radicaux

Total : 29 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Indique si les valeurs suivantes sont des nombres rationnels (Q) ou irrationnels (Q'). S'ils sont des nombres rationnels, indique aussi à quel plus petit sous-ensemble de l'ensemble des nombres réels ils correspondent. *(10 points)*

   a) Le nombre d'équipes de la LNH basées en Saskatchewan

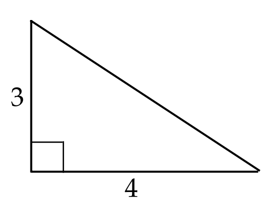
   b) La température maximum d'une journée typique du mois de janvier au Manitoba

   c) $\frac{-37}{39}$

   d) $\sqrt{225}$

   e) L'abscisse du point (-2, 7)

   f) Le périmètre de ce triangle rectangle



g) 0,234 444 444…

h) $\sqrt{56,4}$

i) Le montant des profits si un article coûte 7,60 $ à fabriquer et se vend 10,99 $ (le profit dans ce cas désigne la différence entre le coût de production et le prix de vente).

j) L'aire d'un cercle avec un rayon de 4,2 cm. La formule pour l'aire du cercle est $A = \pi r^2$.

2. Les nombres sont utilisés quotidiennement dans les articles de journaux ou de magazines ou les reportages à la télé.

   a) Indique un exemple plausible d'un nombre de chacun des 4 sous-ensembles des nombres rationnels (N*, N, Z, Q) que tu peux lire ou entendre dire dans un reportage de journaliste. *(4 points)*

   b) Pourquoi les nombres irrationnels sont-ils peu utilisés ou difficiles à trouver dans les reportages? *(1 point)*

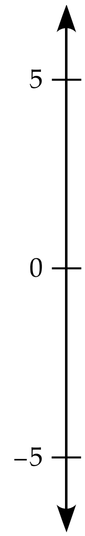
3. Indique la valeur approximative de chacun des nombres irrationnels suivants et place-les en ordre sur la droite numérique. *(8 points)*

   a) π ______________

   b) $\sqrt[3]{14}$ ______________

   c) $\sqrt{16,25}$ ______________

   d) $-2\sqrt{2}$ ______________



4. Que veut dire l'indice 3 dans ce radical : $\sqrt[3]{64}$? *(1 point)*

   ____

   ____

   ____

   ____

5. Simplifie les radicaux suivants en les écrivant sous forme de radicaux composés. *(5 points)*

   a) $\sqrt{80}$ ______________

   b) $\sqrt{288}$ ______________

   c) $\sqrt{1224}$ ______________

   d) $\sqrt{300}$ ______________

   e) $\sqrt[3]{-54}$ ______________

Notes

Leçon 4 – Révisions des lois des exposants

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ démontrer ta compréhension des puissances avec des bases formées de nombres rationnels ou de variables, et des exposants qui sont des nombres positifs.
- ❑ appliquer les lois des exposants suivantes : loi du produit, loi du quotient, loi de la puissance de puissances, loi de la puissance d’un produit et loi de la puissance d’un quotient.

Introduction

Dans cette leçon, tu appliqueras ce que tu as appris en 9e année sur les lois des exposants afin d’inclure les puissances avec des variables et des nombres rationnels comme bases.

La combinaison de termes ayant des exposants

Les puissances

Tu as utilisé les exposants comme méthode rapide pour exprimer des multiplications répétées.

7^3 signifie 7 multiplié trois fois par lui-même.

$7^3 = 7 \times 7 \times 7$

7^3 peut aussi être appelé une puissance. La base de la puissance est la partie qui doit être multipliée par elle-même (dans ce cas, le 7). C’est le nombre auquel est appliqué l’exposant. L’exposant nous dit combien de fois la base doit être multipliée par elle même (dans ce cas, 3 fois).

7^3 peut se lire comme suit « sept à la puissance 3 » ou « sept élevé à la puissance 3 » ou encore « sept à la troisième puissance ». Les puissances comportant des exposants de 2 ou de 3 ont aussi des noms spéciaux. Une base élevée à la puissance deux est appelée « au carré » et la puissance de trois est appelée « au cube »

La définition d'une puissance x^n, où n est un entier positif, est :

$$x^n = \underbrace{(x)(x)(x)\ldots(x)(x)}_{n \text{ facteurs}}$$

N'oublie pas que l'exposant est appliqué seulement à la base (quel que soit le nombre ou l'expression placé juste à gauche de l'exposant).

Exemple 1

$$(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = 81$$

La base est (-3) parce que l'exposant est juste à la droite de la parenthèse.

$$-3^4 = -(3)(3)(3)(3) = -81$$

La base est seulement le 3.

$$\left(\frac{2}{3}y\right)^5 = \left(\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{2}{3}y\right) = \left(\frac{32}{243}y^5\right)$$

Lorsqu'on fait des opérations sur des puissances avec une base numérique, par exemple 3^4, il est plus facile de simplifier et d'utiliser sa valeur (ici, 81) dans les calculs. Cependant, si tu utilises des puissances avec une base variable, comme x^5, il est plus pratique d'utiliser x^5 plutôt que $xxxxx$.

Dans les cours précédents, tu as fait des opérations sur des puissances avec une base numérique. Cette leçon comporte des puissances avec des variables et des nombres rationnels comme bases. Les règles des exposants s'appliquent de la même façon.

Les lois des exposants

Tu as appris ces lois en 9e année. Maintenant, nous allons les appliquer à des bases autres que des nombres réels, donc ce serait une bonne idée de les réviser. Tu devrais peut être aussi inclure ces lois sur ta fiche-ressource.

La loi du produit de puissances

Pour multiplier des puissances de même base, il faut additionner les exposants.

$$\left(4^2\right)\left(4^3\right) = (4)(4)4(4)(4) = \left(4^5\right) \qquad (2 + 3 = 5)$$

$$\left(w^5\right)\left(w^9\right) = w^{14}$$

$$\boxed{\left(x^m\right)\left(x^n\right) = x^{m+n}}$$

La loi du quotient de puissances

Pour diviser des puissances ayant la même base, on doit soustraire les exposants.

$$5^8 \div 5^2 = \frac{(5)(5)(5)(5)(5)(5)\cancel{(5)}\cancel{(5)}}{\cancel{(5)}\cancel{(5)}} = 5^6 \qquad (8-2=6)$$

$$\frac{f^{14}}{f^9} = f^{14-9} = f^5 \text{ où } f \neq 0$$

$$\boxed{x^m \div x^n = x^{m-n} \text{ où } x \neq 0}$$

La loi de la puissance d'une puissance

Quand une puissance est élevée à une puissance, on doit multiplier les exposants.

$$\left(4^3\right)^2 = \left(4^3\right)\left(4^3\right) = 4^6$$

$$\left(4^3\right)^2 = \left(4^{3\times2}\right) = 4^6$$

$$\left(y^5\right)^7 = y^{35}$$

$$\boxed{\left(x^m\right)^n = x^{mn}}$$

Quand des variables (comme *m* et *n*) sont écrites à côté l'une de l'autre, on suppose qu'elles sont multipliées l'une par l'autre.

La loi de la puissance d'un produit

Quand la base est un produit, on applique l'exposant à chaque facteur dans la base.

$$(3 \times 2)^3$$

$$= 3^3 \times 2^3$$

$$= 27 \times 8$$

$$= 216$$

Vérifie :

$$(3 \times 2)^3 = 6^3 = 216$$

$$\left(8x^3y\right)^2$$

$$= 8^2(x^3)^2y^2$$

$$= 64x^6y^2$$

Vérifie :

$$\left(8x^3y\right)^2 = \left(8x^3y\right)\left(8x^3y\right) = 64x^6y^2$$

$$\boxed{\left(xy\right)^m = x^m y^m}$$

La loi de la puissance d'un quotient

Quand la base est un quotient, applique l'exposant au numérateur et au dénominateur.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{2^3}{5^3}$$

$$\left(\frac{4g}{h^2}\right)^5 = \left(\frac{\left(4g\right)^5}{\left(h^2\right)^5}\right) = \frac{1024g^5}{h^{10}} \text{ où } h \neq 0$$

$$\boxed{\left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m} \text{ où } y \neq 0}$$

Activité d'apprentissage 2.4

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Résous $4i + 3 = 23$.
2. Tu as dans ton dîner la moitié d'une orange. Tu veux la partager avec deux de tes amis. Si tu la partages également, quelle fraction d'orange entière auras-tu?
3. Continu ou discontinu : la distance parcourue en fonction du temps
4. Évalue $\sqrt{-64}$.
5. Évalue $\sqrt[3]{-8}$.
6. Lequel est le plus grand : 0,54 ou 39 %?
7. L'équipe des Blackhawks a gagné deux fois plus de matchs que l'équipe des Maple Leafs. L'équipe des Maple Leafs a remporté 5 victoires de moins que l'équipe des Oilers. Si les Oilers ont gagné 13 matchs, combien de victoires ont remporté les Blackhawks?
8. La boutique qui vend des vêtements annonce un rabais de 30 % sur toute sa marchandise. Combien épargneras-tu si tu achète un gilet valant 40 $?

suite

Activité d'apprentissage 2.4 (suite)

Partie B – Révision des lois des puissances

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Identifie la base, l'exposant, le coefficient de la variable (aux endroits appropriés) et la puissance pour chacun des nombres suivants. Écris la puissance sous forme de multiplication répétée et détermine sa valeur, si possible :

Puissance	Base	Exposant	Coefficient	Expr. développée	Valeur
x^2					
$\left(\frac{1}{4}\right)^6$					
$3x^8$					
$-7m^2$					
$(-15p)^3$					

2. Simplifie chacune des expressions suivantes en respectant les lois des exposants. Indique quelle(s) loi(s) des exposants utiliser. Évalue chaque expression, si possible. (Simplifier signifie écrire l'équation ou le terme donné en sa forme la plus petite, la plus simple, par exemple, $4^5 \times 4^2 = 4^7$. Évaluer veut dire trouver la valeur de l'équation ou du terme donné, par exemple, $4^5 \times 4^2 = 4^7 = 16\ 384$.)

   a) $\left(7^4\right)\left(7^1\right)$

   b) $\left(3x^2\right)\left(-2x^3\right)$

   c) $\dfrac{-8x^4y^5}{2xy^2}$

   d) $-32m^{12} \div 8m^4$

   e) $-\left(\dfrac{5}{3}\right)^2$

   f) $\left(\dfrac{3x^2y}{x^5}\right)^2$

3. Simplifie l'expression suivante à l'aide des lois des exposants. Montre chaque étape pour trouver la solution. Trouve la valeur de l'expression.

$$\left[\left(3^3\right)^2\left(5^3\right)\left(3^2\right)\right]^2$$

suite

Activité d'apprentissage 2.4 (suite)

4. Crée deux expressions qui, lorsqu'elles sont simplifiées d'après les lois des exposants, sont équivalentes à $\dfrac{9x^3}{y^2}$. Indique quelles lois doivent être appliquées pour simplifier les expressions.

Résumé de la leçon

Les lois des exposants peuvent être utilisées comme raccourcis quand on simplifie et on évalue des expressions qui comportent des puissances. Dans cette leçon, tu as appliqué les lois des exposants à des bases variables et rationnelles. Dans la prochaine leçon, tu exploreras des régularités dans les puissances afin de déterminer les lois qui décrivent comment traiter avec des exposants rationnels ou négatifs.

Notes

Devoir 2.4

Révision des lois des exposants

Total : 25 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Simplifie à l'aide des lois des exposants. Montre les étapes pour arriver à ta solution. Trouve la valeur des puissances.

   a) $\left(2^3\right)\left(3^2\right)\left(2^5\right)$ *(2 points)*

   b) $\dfrac{\left(2^5\right)\left(3^4\right)}{3^2}$ *(2 points)*

   c) $4^3\left(\dfrac{3}{4}\right)^2$ *(2 points)*

2. Simplifie les expressions suivantes. Écris chacune sous forme d'une seule puissance. Tu n'as pas à trouver la valeur des expressions.

   a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{9}\left(\frac{3}{5}\right)^{15}$ *(1 point)*

   b) $(-Q)^{2}(-Q)^{5}(-Q)$ *(1 point)*

   c) $\frac{(-2)^{7}}{(-2)^{3}}$ *(1 point)*

3. Simplifie à l'aide des lois des exposants, et trouve la valeur des expressions, si possible.

   a) $\left(m^{5}\right)^{4}$ *(1 point)*

   b) $\left(5r^{4}\right)^{3}$ *(1 point)*

   c) $(-2xy)^{2}\left(3y^{3}\right)$ *(1 point)*

d) $\dfrac{\left(-4n^3\right)^2}{(3n)^5}$ *(1 point)*

e) $\dfrac{-\left(3b^3\right)^2\left(-8b^6\right)}{-24b}$ *(2 points)*

f) $\left(\dfrac{9x^2}{y}\right)^2\left(\dfrac{y}{3x}\right)^3$ *(2 points)*

4. Crée quatre expressions qui, lorsque simplifiées à l'aide des lois des exposants, sont égales à $4x^6$. Chaque expression devrait appliquer au moins une loi des exposants différente. Indique quelle(s) loi(s) doivent être utilisées pour simplifier chaque expression. *(8 points)*

Notes

Leçon 5 – Les lois des exposants avec des exposants rationnels et négatifs

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ expliquer à l'aide de la notion de régularité ou des lois des exposants pourquoi $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, où $x \neq 0$
- ❑ expliquer à l'aide de la notion de régularité pourquoi $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$, où $n \neq 0$
- ❑ exprimer les puissances avec des exposants rationnels sous forme de radicaux, et les radicaux sous forme d'exposants rationnels.
- ❑ appliquer les lois des exposants aux puissances avec des exposants négatifs et rationnels.
- ❑ résoudre des problèmes qui obéissent aux lois des exposants ou qui comportent des radicaux
- ❑ identifier des erreurs dans la simplification d'une expression qui comporte des puissances

Introduction

Dans cette leçon, tu exploreras les régularités comme méthode pour comprendre et décrire les exposants négatifs et rationnels. Tu appliqueras aussi les lois des exposants en incluant des puissances avec des exposants rationnels et négatifs.

Les exposants qui ne sont pas des entiers naturels

D'après ce que tu as appris à la leçon 4, peux-tu développer les puissances $9^{\frac{1}{2}}$ et 2^{-2}?

Comment peux-tu multiplier quelque chose par lui-même un nombre négatif ou fractionnel de fois?

Ces deux types d'exposants présentent des occasions uniques d'explorer les régularités et les notions qui sous-tendent le concept de puissances. Examine les régularités suivantes sous forme d'exposants négatifs et rationnels.

Exposants négatifs

Puissance	Expression développée	Valeur
2^4	(2)(2)(2)(2)	16
2^3	(2)(2)(2)	8
2^2	(2)(2)	4
2^1	(2)	2
2^0		??

Quelles régularités peux-tu remarquer dans le tableau ci-dessus?

- Chaque fois, l'exposant égale un de moins que la ligne précédente.
- L'exposant indique le nombre de fois que tu multiplies la base par elle-même.
- Chaque valeur est la moitié de la valeur précédente.

Qu'arriverait-il si tu continuais ces régularités?

Puissance	Expression développée	Valeur	
2^4	(2)(2)(2)(2)	16	$16 \times 2 = 8$
2^3	(2)(2)(2)	8	$8 \times 2 = 4$
2^2	(2)(2)	4	$4 \times 2 = 2$
2^1	(2)	2	$2 \times 2 = 1$
2^0		1	$1 \div 2 = \frac{1}{2}$
2^{-1}	$\left(\frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^2}$
2^{-2}	$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^2} \div 2 = \frac{1}{2^2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^3}$
2^{-3}	$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^3} \div 2 = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^4}$
2^{-4}	$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2^4}$	Divise la valeur précédente par 2 ou multiplie par $\frac{1}{2}$

Note : Diviser une fraction par deux est la même que d'en prendre la moitié.

Si un exposant positif signifie multiplier la base par elle-même ce nombre de fois, un exposant négatif veut dire multiplier l'inverse de la base par elle-même l'opposé de ce nombre de fois. Souviens-toi que le mot inverse veut dire « 1 divisé par le terme original » (si le terme est 5, l'inverse est 1/5).

2^{-5} signifierait multiplier l'inverse de la base le nombre de fois opposé à -5, ou $2^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1^5}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.

L'inverse multiplicatif est un nombre d'une paire de nombres qui, quand ils sont multipliés, donnent un produit de 1. Par exemple,

$5 \times \frac{1}{5} = 1,\ \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1.$

5 et $\frac{1}{5}$ sont des inverses, $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{3}$ sont aussi des inverses. La méthode la plus simple pour trouver l'inverse d'un nombre est de l'écrire sous forme de fraction et d'inverser le dénominateur avec le numérateur.

Une autre façon d'interpréter les exposants négatifs est de penser que le signe négatif veut dire que la base est du mauvais côté de la barre de fraction et que tu dois inverser le numérateur et le dénominateur, puis l'écrire avec l'exposant positif.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

Cette façon de penser est particulièrement efficace quand la base est une fraction.

Exemple 1

Écris les puissances suivantes avec des exposants positifs.

p^{-3}, $\dfrac{x^4}{y^{-2}}$, $2z^{-1}$, $(3m)^{-2}$

Solution :

$$p^{-3} = \frac{1}{p^3}$$

$$\frac{x^4}{y^{-2}} = x^4y^2$$

$$2z^{-1} = \frac{2}{z}$$

$$(3m)^{-2} = \frac{1}{(3m)^2} = \frac{1}{9m^2}$$

Rappelle-toi que les exposants négatifs ne s'appliquent qu'à leur base.

> En termes généraux, la loi des exposants négatifs peut s'écrire ainsi :
>
> $$x^{-m} = \left(\frac{1}{x}\right)^m = \frac{1}{x^m}$$

L'utilisation de la loi du quotient pour expliquer la loi des exposants négatifs

Tu peux utiliser les autres lois des exposants pour prouver ou expliquer comment fonctionne la loi des exposants négatifs, et pourquoi.

Pense que : $x^5 \div x^3 = x^{5-3} = x^2$.

Écrit d'une autre façon : $\dfrac{x^5}{x^3} = \dfrac{x^2}{1}$

Les quotients (réponses) de ces deux expressions sont égaux. $x^2 = \dfrac{x^2}{1}$

Maintenant, inverse l'ordre du dividende (la valeur du haut) et du diviseur (la valeur du bas) :

$$x^3 \div x^5 = x^{3-5} = x^{-2}$$

$$\frac{x^3}{x^5} = \frac{1}{x^2}$$

Ainsi,

$$x^{-2} = \frac{1}{x^2}$$

Note : Le signe négatif de l'exposant ne fait pas du résultat un nombre négatif. Il signifie seulement que tu dois trouver l'inverse de la base et l'écrire avec un exposant positif.

Tu peux aussi utiliser la loi du quotient pour prouver la loi de l'exposant zéro, que tu as apprise au cours de mathématiques de 9e année. Rappelle-toi que $x^0 = 1$.

$$2^3 \div 2^3 = 2^{3-3} = 2^0$$

$$\frac{2^3}{2^3} = \frac{8}{8} = 1$$

Par conséquent,

$$2^0 = 1$$

Ce raisonnement fonctionnerait également avec des bases variables.

$$x^5 \div x^5 = x^{5-5} = x^0$$

$$\frac{x^5}{x^5} = \frac{xxxxx}{xxxxx} = 1$$

Ainsi,

$$x^0 = 1$$

Les exposants rationnels

Dans la leçon 3, tu as exploré la relation entre les radicaux et les exposants. Un radical inverse ou annule un exposant.

$$4^2 = 16$$

$$\sqrt{16} = 4$$

ou

$$\sqrt{4^2} = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

ou

$$\sqrt[3]{2^3} = 2$$

Cette notion s'applique aussi quand une base variable est utilisée.

$$(h)^2 = (h)(h) = h^2$$

$$\sqrt{h^2} = h$$

Selon la loi du produit, quand tu multiplies des facteurs ayant des bases semblables, tu dois additionner les exposants. Et quand tu multiplies un facteur par lui-même, tu élèves ce facteur au carré. Ainsi, la racine carrée du produit est l'un des facteurs de ce produit. Regarde le tableau suivant.

Facteurs au carré	Racine carrée
$\left(x^4\right)\left(x^4\right) = x^8$	$\sqrt[2]{x^8} = x^4$
$\left(x^3\right)\left(x^3\right) = x^6$	$\sqrt[2]{x^6} = x^3$
$\left(x^2\right)\left(x^2\right) = x^4$	$\sqrt[2]{x^4} = x^2$
$\left(x^1\right)\left(x^1\right) = x^2$	$\sqrt[2]{x^2} = x^1$
$\left(x^?\right)\left(x^?\right) = x^1$	$\sqrt[2]{x^1} = x^?$

Quelles régularités peux-tu noter?

- Chaque facteur est multiplié par lui-même deux fois et l'indice est 2.
- La somme des exposants est exactement deux fois l'exposant d'un des facteurs.
- L'exposant sur la racine carrée est exactement la moitié de la valeur de l'exposant sur le radicande. Comme l'indice est 2, l'exposant sur la racine est égal à l'exposant du radicande divisé par l'indice.

Pour continuer la régularité, quel exposant pourrait être utilisé sur les facteurs de la dernière rangée pour donner une somme de 1? La moitié de 1 égale $\frac{1}{2}$.

$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}}\right)=x^1$	$\sqrt[2]{x^1}=x^{\frac{1}{2}}$

Y a-t-il d'autres méthodes pour former un produit égal à x^1?

Quand on peut utiliser des exposants fractionnaires, les possibilités sont infinies!

Tu peux élever $x^{\frac{1}{3}}$ au cube et trouver la racine cubique du produit.

$$\left(x^{\frac{1}{3}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}}\right)=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}=x^{\frac{3}{3}}=x^1\text{, donc, }\sqrt[3]{x^1}=x^{\frac{1}{3}}$$

Cette règle fonctionne aussi avec des entiers relatifs comme bases.

$$\left(7^{\frac{1}{4}}\right)\left(7^{\frac{1}{4}}\right)\left(7^{\frac{1}{4}}\right)\left(7^{\frac{1}{4}}\right)=7^{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}=7^{\frac{4}{4}}=7^1\text{, donc, }\sqrt[4]{7^1}=7^{\frac{1}{4}}$$

Tu peux maintenant exprimer les puissances avec des exposants rationnels sous forme de radicaux, et les radicaux sous forme de puissances avec des exposants rationnels. Le dénominateur de l'exposant fractionnaire est égal à l'indice, ou la racine du radical.

$$x^{\frac{1}{10}} \Leftrightarrow \sqrt[10]{x}$$

x à la puissance de $\frac{1}{10}$ égale la racine 10 de x.

Les exposants rationnels peuvent être exprimés sous forme de radicaux, et inversement : $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$, $n \neq 0$.

Les lois des exposants s'appliquent aux expressions avec des exposants rationnels et négatifs de la même façon qu'elles s'appliquent aux puissances avec des entiers relatifs en exposant. Ces règles peuvent être combinées quand on simplifie des expressions.

Exemple 2

Trouve la valeur de l'expression suivante :

$8^{\frac{-2}{3}}$

Solution :

$8^{\frac{-2}{3}}$ Étape 1 : Réécris l'exposant sous forme de puissance d'une puissance.

$= \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^{-2}$

$= \left(\sqrt[3]{8}\right)^{-2}$ Étape 2 : Écris l'exposant rationnel sous forme de radical et trouve sa valeur.

$= 2^{-2}$ Étape 3 : Trouve l'inverse de la base qui a un exposant négatif et écris-la sous forme d'exposant positif.

$= \dfrac{1}{2^2}$

$= \dfrac{1}{4}$ Étape 4 : Trouve sa valeur.

Si tu as un exposant fractionnaire qui n'a pas été réduit à sa plus simple expression, la toute première étape consiste à simplifier la fraction.

Exemple 3

Trouve la valeur de l'expression suivante :

$$2^{\frac{6}{2}}$$

Solution :

$$2^{\frac{6}{2}}$$

$$= 2^{\frac{3}{1}}$$

$$= 2^3$$

$$= 8$$

Activité d'apprentissage 2.5

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Quelle est la hauteur d'une porte en centimètres si elle mesure 2,2 m de hauteur?
2. Est-ce que π est un nombre rationnel ou irrationnel?
3. Évalue 4^3.
4. Laquelle des situations offre un meilleur prix par bouteille : 3,99 $ pour 3 bouteilles ou 1,50 $ par bouteille?
5. Quelle valeur est la plus grande : $\sqrt{121}$ ou 4^2?
6. Simplifie $(2x^2)(4y^5)$.
7. La longueur du corps d'une araignée est 0,7 cm. Quelle est sa longueur en mm?

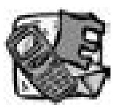
suite

Activité d'apprentissage 2.5 (suite)

8. Pendant un match de lacrosse, chaque équipe a 10 joueurs sur le terrain. S'il y a 16 joueurs et 1 entraineur pour une équipe, combien de personnes sont assises sur le banc pendant un match?

Partie B – Les lois des exposants avec des exposants rationnels et négatifs

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.



Ces notions peuvent être difficiles à comprendre. N'oublie pas que tu peux demander de l'aide à ton tuteur ou correcteur si tu bloques ou si tu ne comprends pas comment arriver à une réponse.

1. Exprime chaque radical sous forme d'exposant. Simplifie à l'aide des lois des exposants, si possible.

   a) $\sqrt{x}$

   b) $\sqrt{dt}$

   c) $\sqrt[7]{g^5}$

   d) $\sqrt[3]{-27x^3y^6}$

2. Exprime chaque puissance sous forme de radical et trouve sa valeur, si possible.

   a) $125^{\frac{1}{3}}$

   b) $(-243)^{\frac{1}{5}}$

   c) $16^{0,25}$ (Change la décimale en fraction)

   d) $4^{\frac{-1}{2}}$

suite

3. Simplifie à l'aide des lois des exposants. Trouve la valeur si possible. Laisse les réponses avec des exposants fractionnaires sous leur forme la plus simple (fraction impropre) (p. ex., $\frac{4}{3}$)

   a) $9^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{6}}$

   b) $\dfrac{27^{\frac{1}{2}}}{27^{\frac{1}{6}}}$

   c) $\left(x^4\right)^{\frac{1}{2}}$

   d) $\left(10^2\right)^{\frac{-3}{2}}$

   e) $\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{x}}$ (Change le radical en sa forme fractionnaire)

   f) $\left(-8x^4y^6\right)^{\frac{1}{3}}$

   g) $\left(\dfrac{9x^3y^6}{4x^1y^0}\right)^{\frac{1}{2}}$

   h) $\left(343m^0n^6\right)^{\frac{1}{3}}$

4. Identifie les erreurs commises par un élève dans les problèmes suivants et corrige-les. Explique tes réponses. (Conseil : Si tu ne peux pas trouver l'erreur rapidement, essaie de simplifier le terme à la gauche du signe d'égalité (=). Qu'est-ce qui est différent entre la réponse donnée et la réponse que tu as trouvée?)

   a) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-3} = -\left(\dfrac{2^3}{5^3}\right)$

   b) $3m^{-2} = \dfrac{1}{9m^2}$

Résumé de la leçon

Cette leçon se fonde sur les régularités et les lois des exposants pour expliquer et explorer les exposants négatifs et rationnels. Tu as appris comment prendre l'inverse d'une base quand l'exposant est négatif, et à l'écrire avec un exposant positif. Tu as exprimé des radicaux sous forme de puissances avec des exposants rationnels et inversement, et tu as appliqué les lois des exposants à des puissances ayant des exposants rationnels et négatifs.

Notes

Devoir 2.5

Lois des exposants avec des exposants rationnels et négatifs

Total : 21 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Exprime chaque radical sous forme de puissance. Simplifie l'expression à l'aide des lois des exposants si possible.

   a) $\sqrt{k^{\frac{2}{3}}}$ *(1 point)*

   b) $\sqrt{ab^2}$ *(1 point)*

   c) $\sqrt[4]{81x^8y^{12}}$ *(1 point)*

   d) $\sqrt[3]{x}\sqrt{x}$ *(1 point)*

2. Exprime chaque puissance sous forme de radical.

a) $9^{\frac{1}{2}}$ *(1 point)*

b) $m^{\frac{-1}{2}}$ *(1 point)*

c) $3k^{\frac{2}{5}}$ *(1 point)*

d) $\left[\left(pq^{3}\right)^{4}\right]^{\frac{1}{5}}$ *(1 point)*

e) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}$ *(2 points)*

3. Simplifie à l'aide des lois des exposants. Écris ta réponse finale en utilisant seulement des exposants positifs. Trouve la valeur si possible.

   a) $2x^{-1}$ *(1 point)*

   b) $\left(5p^{3}\right)^{-2}$ *(1 point)*

   c) $\left(-32x^{-10}y^{15}\right)^{\frac{1}{5}}$ *(1 point)*

   d) $\left(\dfrac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{5}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ *(2 points)*

4. Trouve la valeur des expressions suivantes. Montre les étapes nécessaires utilisant les lois des exposants.

 a) $(-125)^{\frac{-2}{3}}$ *(1 point)*

 b) $\left(2n^{\frac{1}{3}}r^{-2}\right)^{0}$ *(1 point)*

5. Identifie les erreurs commises par un élève dans les problèmes suivants et corrige-les. Explique tes réponses.

 a) $(7x)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{7x^{3}}$ *(2 points)*

 b) $2^{2} \div 2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ *(2 points)*

Sommaire du module 2

Félicitations! Tu as terminé le deuxième module de ce cours.

Le module 2 a été conçu de façon à te donner des occasions d'explorer comment fonctionnent les nombres et ce qu'ils signifient dans différentes situations. Tu as exploré des facteurs, des multiples et des nombres élevés au carré et au cube ainsi que leurs racines. Tu as organisé l'ensemble des nombres réels et étiqueté des nombres comme faisant partie des nombres naturels strictement positifs, des nombres naturels, des nombres entiers (entiers relatifs), des nombres rationnels ou des nombres irrationnels. Les lois des exposants ont été appliquées à des puissances ayant des bases variables, des exposants rationnels et des exposants négatifs. Tu as aussi simplifié, évalué, créé des expressions équivalentes et placé des nombres en ordre le long d'une droite numérique.

Ta compréhension de la nature des nombres continuera de se développer à mesure que tu appliqueras ces notions dans le prochain module, intitulé *Les mesures*, dans les autres parties de ce cours et dans la vie courante, à partir de maintenant.

Remise des devoirs

C'est maintenant le temps d'envoyer les devoirs du module 2 à la Section de l'enseignement à distance pour des commentaires sur tes progrès. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d'obtenir ton crédit.

Assure-toi de placer tes documents dans l'ordre suivant :

Feuille de présentation du module 2 (fournie à la fin de l'introduction)

Devoir 2.1	Facteurs et multiples
Devoir 2.2	Carrés parfaits et cubes parfaits
Devoir 2.3	Nombres rationnels, irrationnels et radicaux
Devoir 2.4	Révision des lois des exposants
Devoir 2.5	Lois des exposants avec des exposants rationnels et négatifs

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Notes

Sommaire du module 2

Félicitations! Tu as terminé le deuxième module de ce cours.

Le module 2 a été conçu de façon à te donner des occasions d'explorer comment fonctionnent les nombres et ce qu'ils signifient dans différentes situations. Tu as exploré des facteurs, des multiples et des nombres élevés au carré et au cube ainsi que leurs racines. Tu as organisé l'ensemble des nombres réels et étiqueté des nombres comme faisant partie des nombres naturels strictement positifs, des nombres naturels, des nombres entiers (entiers relatifs), des nombres rationnels ou des nombres irrationnels. Les lois des exposants ont été appliquées à des puissances ayant des bases variables, des exposants rationnels et des exposants négatifs. Tu as aussi simplifié, évalué, créé des expressions équivalentes et placé des nombres en ordre le long d'une droite numérique.

Ta compréhension de la nature des nombres continuera de se développer à mesure que tu appliqueras ces notions dans le prochain module, intitulé *Les mesures*, dans les autres parties de ce cours et dans la vie courante, à partir de maintenant.

Remise des devoirs

C'est maintenant le temps d'envoyer les devoirs du module 2 à la Section de l'enseignement à distance pour des commentaires sur tes progrès. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d'obtenir ton crédit.

Assure-toi de placer tes documents dans l'ordre suivant :

Feuille de présentation du module 2 (fournie à la fin de l'introduction)

Devoir 2.1 Facteurs et multiples

Devoir 2.2 Carrés parfaits et cubes parfaits

Devoir 2.3 Nombres rationnels, irrationnels et radicaux

Devoir 2.4 Révision des lois des exposants

Devoir 2.5 Lois des exposants avec des exposants rationnels et négatifs

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 2
Le sens du nombre

Corrigé des activités d'apprentissage

Module 2
Le sens du nombre

Activité d'apprentissage 2.1

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Tu veux acheter un cadeau de 30 $ pour ta mère. Le gaufrier qui t'intéresse coûte 40 $. Pourras-tu l'acheter si le magasin l'offre avec un rabais de 20 %?
2. Il y a 3 paires de chaussettes dans un paquet. Si le paquet coûte 6 $, combien vaut chaque paire de chaussettes?
3. Dans un match de football, le pointage final est 12 à 28. Puisqu'un touché non transformé vaut 6 points et un botté de placement, 3 points, est-il possible qu'une équipe n'ait réussi aucun botté de placement?
4. Il a plu pendant trois heures à Winnipeg. Durant la première heure, il est tombé 5 mm de pluie. Lors de la deuxième heure, il en est tombé 25 mm. Finalement, au cours de la troisième heure il est encore tombé 5 mm de pluie. Quelle quantité moyenne de pluie par heure est-il tombé sur Winnipeg?
5. Complète la régularité : 1, 4, ___, 16, 25, ___.
6. Évalue 9^2.
7. Simplifie $\frac{33}{21}$.
8. La remise dans ta cour arrière mesure 6 m de longueur, 3 m de largeur et 2 m de hauteur. Quel est le volume de ta remise?

Solutions :

1. Non (20 % de 40 = 2 × (10 % de 40) = 2 × 4 = 8 $. Le coût du gaufrier est 40 – 8 = 32$, ce qui est plus que 30$)
2. 2 $ (6 ÷ 3)
3. Oui, c'est possible. (Comme 2 × 6 points = 12 points, alors l'équipe perdante aurait pu obtenir 2 touchés non transformés et aucun botté)

4. 4 mm/h

$$\text{Taux} = \frac{\text{précipitations totales}}{\text{nombre d'heures}}$$

$$= \frac{5+2+5}{3}$$

$$= \frac{12}{3}$$

5. 9 et 36 (La régularité représente la suite des carrés parfaits. $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^3 = 9$, $4^2 = 16$, $5^2 = 25$, $6^2 = 36$.)

6. 81 (9 × 9)

7. $\frac{33}{21} \div \frac{3}{3} = \frac{11}{7}$

8. 36 m^3 ($V = L \times l \times h = 6 \times 3 \times 2$)

Partie B – Les facteurs et les multiples

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Combien de facteurs les nombres premiers ont-ils? Quels sont-ils?

   Solution :

   Les nombres premiers ont exactement deux facteurs, 1 et le nombre lui-même.

2. Complète le tableau suivant en
   a) énumérant tous les facteurs des nombres composés donnés;
   b) déterminant le nombre de facteurs de chaque nombre composé;
   c) indiquant si le nombre de facteurs est un nombre impair ou pair;
   d) énumérant les nombres premiers de chaque nombre après factorisation.

Réponse :

Nombre donné	**(a) Tous les facteurs du nombre composé**	**(b) Nombre de facteurs**	**(c) Impair ou pair?**	**(d) Facteurs premiers**
4	1, 2, 4	3	Impair	$2 \times 2 = 2^2$
6	1, 2, 3, 6	4	Pair	2×3
8	1, 2, 4, 8	4	Pair	$2 \times 2 \times 2 = 2^3$
9	1, 3, 9	3	Impair	$3 \times 3 = 3^2$
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6	Pair	$2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$
16	1, 2, 4, 8, 16	5	Impair	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$
21	1, 3, 7, 21	4	Pair	3×7
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8	Pair	$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$
25	1, 5, 25	3	Impair	$5 \times 5 = 5^2$
27	1, 3, 9, 27	4	Pair	$3 \times 3 \times 3 = 3^3$
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	9	Impair	$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

e) Encercle les nombres composés donnés qui ont un nombre impair de facteurs. Quelle régularité remarques-tu dans ces nombres? Explique ta réponse.

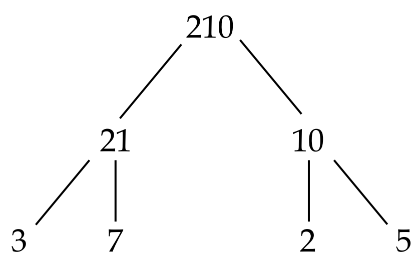
Solution :

Tous les carrés parfaits sont encerclés. Ils ont un nombre impair de facteurs parce que quand un nombre est élevé au carré, son facteur est multiplié par lui-même, donc il n'a qu'un seul facteur, et pas une paire de facteurs comme tous les autres.

3. Détermine les facteurs premiers de 210 à l'aide d'un arbre des facteurs. Inclus ton diagramme.

Solution :

Les facteurs premiers de 210 sont $3 \times 7 \times 2 \times 5$.



4. Détermine les facteurs premiers de 84 à l'aide de la méthode de la division. Montre tes calculs.

   Solution :

   $84 \div 2 = 42$

   $42 \div 2 = 21$

   $21 \div 3 = 7$ 7 est un nombre premier.

   Les facteurs premiers de 84 sont 2, 2, 3 et 7.

5. Énumère les facteurs premiers de 147. Explique comment tu as trouvé ta réponse et montre tes calculs.

   Solution :

   Les facteurs premiers de 147 sont 3, 7, et 7. Tu peux avoir trouvé ces nombres en traçant un arbre des facteurs, par la méthode de la division ou par une autre méthode.

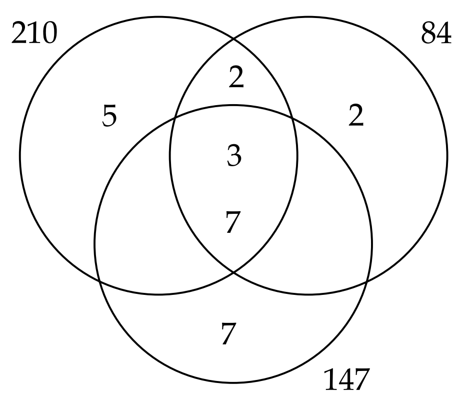
6. À partir de tes réponses aux questions 3, 4 et 5, indique le PGFC de 210, 84 et 147. Montre tes calculs et explique comment tu as trouvé ta réponse.

   Solution :

   Les facteurs premiers que 210, 84 et 147 ont en commun sont 3 et 7.

   $3 * 7 = 21$. Le PGFC de 210, 84 et 147 est 21.

   Tu peux aussi avoir construit un diagramme de Venn à trois cercles, et multiplié les facteurs trouvés dans la zone de chevauchement des trois cercles.



7. Indique le PPCM de 210, 84 et 147. Montre tes calculs et explique comment tu as trouvé ta réponse.

   Solution :

   Réécris la factorisation en nombres premiers à l'aide d'exposants pour représenter les multiplications répétées et trouve le produit de chacun des facteurs avec l'exposant le plus grand.

   $210 = 2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$

   $84 = 2^2 \times 3^1 \times 7^1$

   $147 = 3^1 \times 7^2$

   $\text{GCF} = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^2$

   $\text{GCF} = 2\,940$

   Ou bien tu peux avoir multiplié toutes les valeurs dans le diagramme de Venn :

   $\text{GCF} = 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2 \times 7$

   $\text{GCF} = 2\,940$

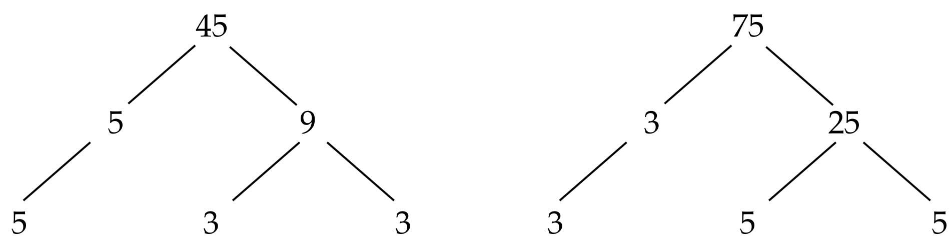
8. Définis en tes propres mots ce qu'est le PPCM d'un ensemble de nombres.

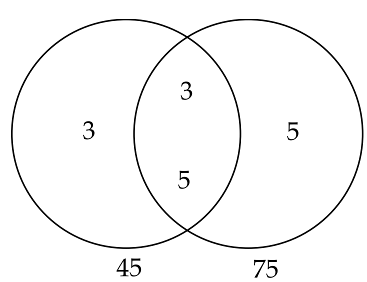
   Solution :

   Ta réponse devrait inclure l'idée que le plus petit commun multiple d'un ensemble de nombres est le plus petit nombre entier relatif qui peut être divisé également par tous les nombres de l'ensemble. Tu peux aussi dire quelque chose comme : le PPCM est le plus petit produit commun quand chacun des nombres de l'ensemble est multiplié par les entiers positifs.

9. Trace un diagramme de Venn pour illustrer les facteurs premiers de 45 et 75. Explique comment tu peux utiliser le diagramme pour calculer le PGFC et le PPCM de 45 et 75. Indique le PGFC et le PPCM de ces deux nombres.

   Solution :





Le PGFC de 45 et 75 est $3 \times 5 = 15$.
Le PPCM de 45 et 75 est $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 225$.

Activité d’apprentissage 2.2

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. Quel est le PGFC (plus grand facteur commun) de 12 et 18?
2. Quel est le PPCM (plus petit commun multiple) de 8 et 12?
3. Quels deux nombres ont une somme de 5 et un produit de 6?
4. Identifie la variable indépendante pour la situation suivante : plus j’étudie longtemps, meilleurs sont mes résultats de tests.
5. Un pupitre mesure 90 cm de haut. Quelle est sa hauteur en mètres?
6. Tu paies ton dîner avec un billet de 10 $. Le coût du dîner est de 7,60 $. Combien d’argent recevras-tu comme monnaie?
7. Lequel est plus petit : $\frac{4}{5}$ ou $\frac{7}{10}$?
8. Une simple calculatrice contient des touches ordonnées en 6 rangées et 5 colonnes. En tout, combien de touches contient la calculatrice?

Solutions :

1. 6 (Les facteurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12. Les facteurs de 18 sont 1, 2, 3, 6, 9 et 18)
2. 24 (Les multiples de 8 sont 8, 16, 24, 32, 40, etc. Les multiples de 12 sont 12, 24, 36, etc.)
3. 2 et 3 (2 + 3 = 5 et 2 × 3 = 6)
4. Le temps d’étude est la variable indépendante (Les résultats des tests dépendent du temps passé à étudier)
5. 0,90 m (100 cm = 1 m. 90 ÷ 100 ou déplace la virgule décimale de deux positions vers la gauche)
6. 2,40$ (7,60$ + 0,40$ = 8$, 8 $ + 2 $ = 10 $ donc 2 + 0,40 = 2,40 $)
7. $\frac{7}{10}$ $\left(\frac{4}{5} = \frac{8}{10}\right.$, avec un dénominateur commun de 10, le numérateur 7 est plus petit que le numérateur 8)
8. 30 touches (6 × 5)

Partie B – Carrés parfaits et cubes parfaits

N’oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n’as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Indique si les nombres suivants sont des cubes parfaits, des carrés parfaits ou ni l’un ni l’autre. Ajoute un diagramme et/ou une explication pour justifier le processus que tu as suivi.

   a) 169 b) 324 c) –512 d) 111 e) 8 f) 64

   Solutions :

   a) 169 est un carré parfait parce que 169 articles peuvent être disposés en un carré avec des dimensions de 13 sur 13.

   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
   ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

   b) 324 est un carré parfait. Ses paires de facteurs sont :

   1, 324

   2, 162

   3, 108

   4, 81

   6, 54

   9, 36

   12, 27

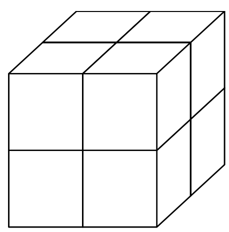
   18, 18

   Comme 18 multiplié par lui-même égale 324, ou $18^2 = 324$, 324 est un carré parfait.

c) -512 est un cube parfait avec un nombre entier comme racine. À l'aide d'une calculatrice, on peut déterminer que $\sqrt[3]{-512} = -8$. Indique les touches que tu dois utiliser sur ta calculatrice quand tu fais cette opération.

d) 111 n'est ni un carré parfait ni un cube parfait. Il n'y a pas de façons de disposer 111 objets dans un carré ou un cube sans qu'il y ait des objets laissés de côté ou qu'il en manque dans la forme. Aucun nombre multiplié par lui-même deux ou trois fois ne peut donner un produit de 111.

e) 8 est un cube parfait. 8 blocs peuvent être disposés en cubes de 2 sur 2 sur 2.



f) 64 est à la fois un carré parfait et un cube parfait! $8^2 = 64$ et $4^3 = 64$. Les facteurs premiers de $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$, donc, c'est aussi une puissance 6 parfaite!

Les six 2 peuvent être groupés en deux ensembles de trois 2 :
$(2 \times 2 \times 2)\ (2 \times 2 \times 2) = (8)(8) = 8^2$

ou en trois groupes de deux 2 : $(2 \times 2)\ (2 \times 2)\ (2 \times 2) = (4)\ (4)\ (4) = 4^3$

Il y a d'autres nombres qui ont la propriété unique d'être à la fois des carrés parfaits et des cubes parfaits. Ils sont appelés les puissances 6 parfaites : 1^6, 2^6, 3^6, 4^6, etc.

2. Indique toutes les racines carrées possibles pour les nombres suivants. Explique ta réponse.

a) 144   b) –36

Solutions :

a) $\sqrt{144} = \pm 12$

(12)(12) = 144 et (-12)(-12)=144, donc les racines carrées de 144 sont +12 et –12.

b) $\sqrt{-36}$ n'a pas de solution comprise dans les nombres réels. Il n'y a pas de nombre entier que tu peux multiplier par lui-même pour obtenir un produit négatif.

3. Indique toutes les racines cubiques possibles pour les nombres suivants. Explique ta réponse.

   a) –216 b) 8

   Solutions :

   a) $\sqrt[3]{-216} = -6$

   (-6) (-6)(-6) = -216, donc la racine cubique de -216 est -6; +6 n'est pas une racine cubique de -216 parce que (6) (6) (6) = +216, et non -216.

   b) $\sqrt[3]{8} = 2$

   (2) (2) (2)=8, donc la racine cubique de 8 est 2. Les facteurs premiers de 8 = 2 × 2 × 2.

4. L'année 2011 marque le 144^{e} anniversaire du Canada. Au jardin du parc de la Confédération, Erika veut planter 144 fleurs pour commémorer l'anniversaire du 1er juillet 1867. Comment doit-elle disposer ces fleurs pour faire un beau carré?

   Solution :

   La racine carrée de 144 est 12, alors Erika peut planter 12 rangées de 12 fleurs pour créer une forme carrée.

Activité d'apprentissage 2.3

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Combien un crayon de 2 cm mesure-t-il de plus qu'un crayon de 1 cm?
2. Combien l'aire d'un carré qui mesure 2 sur 2 vaut-elle de plus que l'aire d'un carré qui mesure 1 sur 1?
3. Combien le volume d'une boîte qui mesure 2 m sur 2 m sur 2m vaut-il de plus que le volume d'une boîte qui mesure 1 m sur 1 m sur 1 m?
4. Quel est le PGFC de 24 et 28?
5. Simplifie $\dfrac{24}{28}$.
6. Tu as invité 3 garçons et 2 filles à ton anniversaire. Si chaque garçon mange 2 morceaux de gâteau et chaque fille mange 1 morceau, combien de morceaux de gâteau auront été mangés en tout?
7. Selon la question précédente, si chaque morceau de gâteau représente $\dfrac{1}{9}$ du gâteau, restera-t-il un morceau pour toi?
8. Évalue l'expression $2 - 3 + 6 \times 2 - 5 \times 4$.

Solutions :

1. 1 cm (2 – 1)
2. 3 ($2 \times 2 = 4$, $1 \times 1 = 1$, $4 - 1 = 3$)
3. 7 m^3 ($2 \times 2 \times 2 = 8$, $1 \times 1 \times 1 = 1$, $8 - 1 = 7$)
4. 4 (Les facteurs de 24 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Les facteurs de 28 sont 1, 2, 4, 7, 14, 28)
5. $\dfrac{6}{7}$ (divise le numérateur et le dénominateur par le PGFC trouvé à la question 4)
6. 8 morceaux (Les garçons mangent $3 \times 2 = 6$ morceaux et les filles, $2 \times 1 = 2$ morceaux; donc $6 + 2 = 8$)
7. Oui. (8 morceaux mangés × $\dfrac{1}{9}$ signifient qu'il y a $\dfrac{8}{9}$ du gâteau qui a été mangé, donc il en reste un pour toi)
8. -9 (Selon PEDMAS, il faut multiplier avant de faire l'addition ou la soustraction alors,

   (M) $6 \times 2 = 12$ et $5 \times 4 = 20$, (AS) $-3 + 12 = 9$ et $2 + 9 - 20 = -9$)

Partie B – Nombres rationnels, irrationnels et radicaux

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Indique si les nombres suivants sont rationnels ou irrationnels, et explique ton raisonnement.

a) $\sqrt{5}$	f) $\frac{1}{4}$
b) $\sqrt[3]{-3}$	g) 0
c) $\sqrt{9}$	h) $\frac{-2}{1}$
d) $0{,}258\ 787\ 87\ldots$	i) $-1{,}121\ 314\ 15\ldots$
e) $\frac{1}{9}$	j) $-\frac{12}{4}$

Solutions :

Les solutions pour les questions 1, 2 et 3 se trouvent dans le tableau suivant.

	Question 1	**Question 2**	**Question 3**
a) $\sqrt{5}$	Irrationnel : racine carrée d'une valeur qui n'est pas un carré parfait	2,236 067 977...	
b) $\sqrt[3]{-3}$	Irrationnel : racine cubique d'un nombre qui n'est pas un cube parfait	–1,442 249 57...	
c) $\sqrt{9}$	Rationnel : racine carrée d'un carré parfait	3	Naturel strictement positif
d) $0,258\ 787\ 87...$	Rationnel : décimales répétitives	0,258 787 87...	Rationnel
e) $\frac{1}{9}$	Rationnel : rapport de deux entiers relatifs	0,111 111 1 Décimales répétitives	Rationnel
f) $\frac{1}{4}$	Rationnel : fraction avec des entiers relatifs au numérateur et au dénominateur	0,25 Décimales terminales	Rationnel
g) 0	Rationnel : peut être écrit sous forme de fraction avec un entier relatif au dénominateur, par exemple $\frac{0}{1}, \frac{0}{-8}$	0	Naturel
h) $\frac{-2}{1}$	Rationnel : rapport d'entiers relatifs	–2	Nombre entier (entier relatif)
i) $-1,121\ 314\ 15...$	Irrationnel : les décimales ne se répètent pas et ne sont pas terminales	–1,121 314 15	
j) $-\frac{12}{4}$	Rationnel : quotient de deux entiers relatifs	–3	Nombre entier (entier relatif)

2. Détermine la valeur exacte ou approximative des nombres de la question 1. Inclus autant de décimales que ta calculatrice peut afficher.

   Solution :

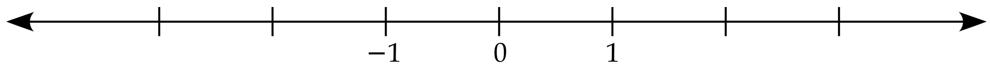
   Voir le tableau ci-haut.

3. Indique à quel plus petit sous-ensemble de l'ensemble des nombres réels correspond chacun des nombres rationnels de la question 1.

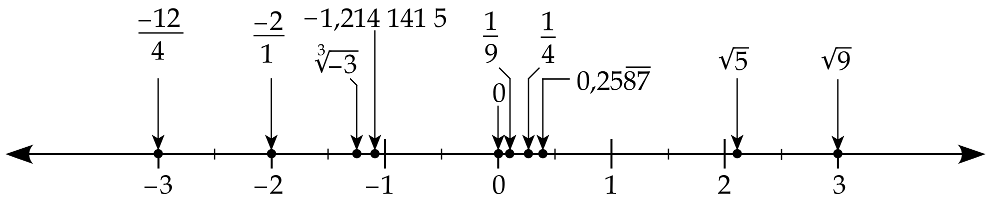
   Solution :

   Voir le tableau ci-haut.

4. Place chaque nombre de la question 1 au point approprié sur la droite numérique.



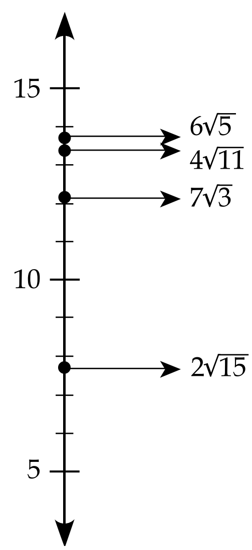
Solution :



5. Écris les radicaux composés suivants sous forme de radicaux entiers et place-les dans l'ordre le long de la droite numérique :

$6\sqrt{5}$, $2\sqrt{15}$, $7\sqrt{3}$, $4\sqrt{11}$

Solution :



$$6\sqrt{5} = \sqrt{36} \times \sqrt{5} = \sqrt{180} \approx 13,416\ 407\ 86...$$

$$2\sqrt{15} = \sqrt{4} \times \sqrt{15} = \sqrt{60} \approx 7,745\ 966\ 692...$$

$$7\sqrt{3} = \sqrt{49} \times \sqrt{3} = \sqrt{147} \approx 12,124\ 355\ 65...$$

$$4\sqrt{11} = \sqrt{16} \times \sqrt{11} = \sqrt{176} \approx 13,266\ 499\ 16...$$

Activité d'apprentissage 2.4

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Résous 4i + 3 = 23.
2. Tu as dans ton dîner la moitié d'une orange. Tu veux la partager avec deux de tes amis. Si tu la partages également, quelle fraction d'orange entière auras-tu?
3. Continu ou discontinu : la distance parcourue en fonction du temps.
4. Évalue $\sqrt{-64}$.
5. Évalue $\sqrt[3]{-8}$.
6. Lequel est le plus grand : 0,54 ou 39 %?
7. L'équipe des Blackhawks a gagné deux fois plus de matchs que l'équipe des Maple Leafs. L'équipe des Maple Leafs a remporté 5 victoires de moins que l'équipe des Oilers. Si les Oilers ont gagné 13 matchs, combien de victoires ont remporté les Blackhawks?
8. La boutique qui vend des vêtements annonce un rabais de 30 % sur toute sa marchandise. Combien épargneras-tu si tu achète un gilet valant 40 $?

Solutions :

1. i = 5 (23 – 3 = 20; 20 ÷ 4 = 5)
2. $\frac{1}{6}$ de l'orange $\left(\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\right)$
3. Continu (Le temps comme la distance peut être fractionnée en plus petites parties)
4. Pas de solution. (Puisqu'un nombre multiplié par lui-même ne peut pas donner comme résultat un nombre négatif, tu ne peux pas trouver la racine carrée d'un nombre négatif)
5. –2 (–2 × -2 × -2 = -8)
6. 0,54 (Si tu convertis 39 % en nombre décimal, tu obtiens 0,39; 0,39 est plus petit que 0,54)
7. 16 matchs (Les Leafs ont gagné 13 – 5 = 8 matchs. Les Hawks en ont gagné 2 × 8 = 16)
8. 12,00 $ (10 % de 40 = 4,00; puisque 30 % = 3 × 10%, alors 30 % de 40 est 3 × 4,00 $ = 12,00 $)

Partie B – Révision des lois des puissances

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Identifie la base, l'exposant, le coefficient de la variable (aux endroits appropriés) et la puissance pour chacun des nombres suivants. Écris la puissance sous forme de multiplication répétée et détermine sa valeur, si possible :

   Solutions :

Puissance	Base	Exposant	Coefficient	Expr. développée	Valeur
x^2	x	2	1	xx	
$\left(\frac{1}{4}\right)^6$	$\frac{1}{4}$	6		$\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)$	$\frac{1}{4\ 096}$
$3x^8$	x	8	3	$3xxxxxxxx$	
$-7m^2$	m	2	-7	-7mm	
$(-15p)^3$	$-15p$	3	$(-15)^3$	$(-15p)(-15p)(-15p)$	$-3\ 375p^3$

   Note: $(-15p)^3 = (-15p)(-15p)(-15p) = (-15)^3p^3$, alor le coefficient de la réponse est $(-15)^3 = -3\ 375$.

2. Simplifie chacune des expressions suivantes en respectant les lois des exposants. Indique quelle(s) loi(s) des exposants utiliser. Évalue chaque expression, si possible. (Simplifier signifie écrire l'équation ou le terme donné en sa forme la plus petite, la plus simple, par exemple $4^5 \times 4^2 = 4^7$. Évaluer veut dire trouver la valeur de l'équation ou du terme donné, par exemple, $4^5 \times 4^2 = 4^7 = 16\ 384$.)

   a) $\left(7^4\right)\left(7^1\right)$

   b) $\left(3x^2\right)\left(-2x^3\right)$

   c) $\dfrac{-8x^4y^5}{2xy^2}$

   d) $-32m^{12} \div 8m^4$

   e) $-\left(\dfrac{5}{3}\right)^2$

   f) $\left(\dfrac{3x^2y}{x^5}\right)^2$

Solutions :

a) $\left(7^4\right)\left(7^1\right)=7^5=16\ 807$ — Loi du produit de puissances

b) $\left(3x^2\right)\left(-2x^3\right)=(3)(-2)\left(x^{2+3}\right)=-6x^5$ — Loi du produit de puissances

c) $\dfrac{-8x^4y^5}{2xy^2}=-4x^{4-1}y^{5-2}=-4x^3y^3$ — Loi du quotient de puissances

d) $-32m^{12}\div 8m^4=-4m^8$ — Loi du quotient de puissances

e) $-\left(\dfrac{5}{3}\right)^2=-\left(\dfrac{5^2}{3^2}\right)=-\dfrac{25}{9}$ — Loi de la puissance d'un quotient

f) $\left(\dfrac{3x^4y}{x^5}\right)^2=\dfrac{9x^8y^2}{x^{10}}=9x^{-2}y^2$ ou $\dfrac{9y^2}{x^2}$ — Loi de la puissance d'un quotient et loi de la puissance de puissances

3. Simplifie l'expression suivante à l'aide des lois des exposants. Montre chaque étape pour trouver la solution. Trouve la valeur de l'expression.

$$\left[\left(3^3\right)^2\left(5^3\right)\left(3^2\right)\right]^2$$

Solution :

$$\left[\left(3^3\right)^2\left(5^3\right)\left(3^2\right)\right]^2=\left[\left(3^6\right)\left(3^2\right)\left(5^3\right)\right]^2$$

Rappelle-toi que les bases doivent être semblables pour pouvoir les combiner à l'aide des lois des exposants.

$$=\left[\left(3^8\right)\left(5^3\right)\right]^2$$

$$=\left(3^{16}\right)\left(5^6\right)$$

$$=(43\ 046\ 721)(15\ 625)$$

$$=6{,}726\ 050\ 156\times 10^{11}$$

Les exposants sont aussi utilisés pour exprimer des nombres très grands et très petits à l'aide de la « notation scientifique ». Cela signifie que la valeur de l'expression est approximativement 6,73 multiplié par 10 à la puissance de 11.

4. Crée 2 expressions qui, lorsqu'elles sont simplifiées d'après les lois des exposants, sont équivalentes à $\frac{9x^3}{y^2}$. Indique quelles lois doivent être appliquées pour simplifier les expressions.

   Solution :

   Tu peux faire appel à ta créativité pour écrire les expressions équivalentes. Voici deux solutions possibles :

$\left(\frac{3x}{y}\right)^2(x)$	Cette expression applique la loi de la puissance d'un quotient, et la loi du produit de puissances.
$\frac{27x^5y^7}{3x^2y^9}$	Cette expression peut être simplifiée à l'aide de la loi du quotient de puissances.

Activité d'apprentissage 2.5

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Quelle est la hauteur d'une porte en centimètres si elle mesure 2,2 m de hauteur?
2. Est-ce que π est un nombre rationnel ou irrationnel?
3. Évalue 4^3.
4. Laquelle des situations offre un meilleur prix par bouteille : 3,99 $ pour 3 bouteilles ou 1,50 $ par bouteille?
5. Quelle valeur est la plus grande : $\sqrt{121}$ ou 4^2?
6. Simplifie $(2x^2)(4y^5)$.
7. La longueur du corps d'une araignée est 0,7 cm. Quelle est sa longueur en mm?
8. Pendant un match de lacrosse, chaque équipe a 10 joueurs sur le terrain. S'il y a 16 joueurs et 1 entraineur pour une équipe, combien de personnes sont assises sur le banc pendant un match?

Solutions :

1. 220 cm (100 cm = 1 m, alors $2{,}2 \times 100 = 220$ cm)
2. Irrationnel (Sa valeur décimale est infinie et non-périodique)
3. 64 ($4 \times 4 \times 4$)
4. Les 3 bouteilles (3,99 $ ÷ 3 = 1,33 $ par bouteille, ce qui est moins que 1,50 $)
5. 4^2 $\left(\sqrt{121} = 11,\ 4^2 = 16\right)$
6. $8x^2y^5$ (Tu peux simplifier seulement les coefficients : $2 \times 4 = 8$; on ne peut pas simplifier les variables parce qu'elles représentent chacune des valeurs différentes)
7. 7 mm (10 mm = 1 cm alors $0{,}7 \times 10 = 7$ mm.)
8. 7 personnes (Il y a $16 - 10 = 6$ joueurs et 1 entraîneur, donc $6 + 1 = 7$)

Partie B – Lois des exposants avec des exposants rationnels et négatifs

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

Ces notions peuvent être difficiles à comprendre. N'oublie pas que tu peux demander de l'aide à ton tuteur ou correcteur si tu bloques ou si tu ne comprends pas comment arriver à une réponse.

1. Exprime chaque radical sous forme d'exposant. Simplifie à l'aide des lois des exposants, si possible.

   a) $\sqrt{x}$

   b) $\sqrt{dt}$

   c) $\sqrt[7]{g^5}$

   d) $\sqrt[3]{-27x^3y^6}$

   Solutions :

   a) $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

   b) $\sqrt{dt} = (dt)^{\frac{1}{2}} = d^{\frac{1}{2}}t^{\frac{1}{2}}$

   c) $\sqrt[7]{g^5} = \left(g^5\right)^{\frac{1}{7}} = g^{\frac{5}{7}}$

   d) $$\begin{aligned}\sqrt[3]{-27x^3y^6} &= \left(-27x^3y^6\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= (-27)^{\frac{1}{3}}\left(x^3\right)^{\frac{1}{3}}\left(y^6\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= -3xy^2\end{aligned}$$

2. Exprime chaque puissance sous forme de radical et trouve sa valeur, si possible.

a) $125^{\frac{1}{3}}$

b) $(-243)^{\frac{1}{5}}$

c) $16^{0,25}$ (Change la décimale en fraction)

d) $4^{\frac{-1}{2}}$

Solutions :

a) $125^{\frac{1}{3}}$

$= \sqrt[3]{125}$

$= 5$

b) $(-243)^{\frac{1}{5}}$

$= \sqrt[5]{-243}$

$= -3$

c) $16^{0,25}$

$= 16^{\frac{1}{4}}$

$= \sqrt[4]{16}$

$= 2$

d) $4^{\frac{-1}{2}}$

$= \dfrac{1}{4^{\frac{1}{2}}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{4}}$

$= \dfrac{1}{2}$

3. Simplifie à l'aide des lois des exposants et évalue, si c'est possible, les expressions suivantes. Laisse les réponses avec des exposants fractionnaires sous leur forme la plus simple

(fraction impropre).

a) $9^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{6}}$

b) $\dfrac{27^{\frac{1}{2}}}{27^{\frac{1}{6}}}$

c) $\left(x^4\right)^{\frac{1}{2}}$

d) $\left(10^2\right)^{\frac{-3}{2}}$

e) $\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{x}}$ (Change le radical en sa forme fractionnaire)

f) $\left(-8x^4y^6\right)^{\frac{1}{3}}$

g) $\left(\dfrac{9x^3y^6}{4x^1y^0}\right)^{\frac{1}{2}}$

h) $\left(343m^0n^6\right)^{\frac{1}{3}}$

Solutions :

a) $9^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{6}}$

$= 9^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}$

$= 9^{\frac{2}{6}+\frac{1}{6}}$

$= 9^{\frac{3}{6}}$

$= 9^{\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{9}$

$= 3$

b) $\dfrac{27^{\frac{1}{2}}}{27^{\frac{1}{6}}}$

$= 27^{\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}$

$= 27^{\frac{3}{6}-\frac{1}{6}}$

$= 27^{\frac{2}{6}}$

$= 27^{\frac{1}{3}}$

$= \sqrt[3]{27}$

$= 3$

c) $\left(x^4\right)^{\frac{1}{2}}$

$= x^{\frac{4}{2}}$

$= x^2$

d) $\left(10^2\right)^{\frac{-3}{2}}$

$= \dfrac{1}{\left(10^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

$= \dfrac{1}{10^{\frac{6}{2}}}$

$= \dfrac{1}{\left(10^3\right)}$

$= \dfrac{1}{1000}$

e) $\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{x}}$

$= \dfrac{x^2}{x^{\frac{1}{3}}}$

$= x^{2-\frac{1}{3}}$

$= x^{\frac{6}{3}-\frac{1}{3}}$

$= x^{\frac{5}{3}}$

f) $\left(-8x^4y^6\right)^{\frac{1}{3}}$

$= (-8)^{\frac{1}{3}}\left(x^4\right)^{\frac{1}{3}}\left(y^6\right)^{\frac{1}{3}}$

$= -2x^{\frac{4}{3}}y^2$

g) $\left(\dfrac{9x^3y^6}{4x^1y^0}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \left(\dfrac{9x^2y^6}{4(1)}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \left(\dfrac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\left(x^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(y^6\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \dfrac{3}{2}xy^3$

h) $\left(343(1)n^6\right)^{\frac{1}{3}}$

$= (343)^{\frac{1}{3}}\left(n^6\right)^{\frac{1}{3}} = 7n^2$

4. Identifie les erreurs commises par un élève dans les problèmes suivants et corrige-les. Explique tes réponses. (Conseil : Si tu ne peux pas trouver l'erreur rapidement, essaie de simplifier le terme à la gauche du signe d'égalité (=). Qu'est-ce qui est différent entre la réponse donnée et la réponse que tu as trouvée?)

   a) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-3} = -\left(\dfrac{2^3}{5^3}\right)$

   b) $3m^{-2} = \dfrac{1}{9m^2}$

   Solutions :

   a) L'exposant négatif signifie que tu dois prendre l'inverse de la base à la puissance positive. Cet élève a multiplié la puissance par –1 et a ensuite appliqué l'exposant positif au numérateur et au dénominateur. Il aurait dû écrire :

   $$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3} = \frac{5^3}{2^3}$$

   b) L'élève a appliqué l'exposant au coefficient et à la base, au lieu de l'appliquer seulement à la base. Il aurait dû écrire :

   $$3m^{-2} = \frac{3}{m^2}$$

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 3
La mesure

Module 3
La mesure

Introduction

On peut mesurer la longueur, la masse, le volume et d'autres quantités à l'aide de divers systèmes et unités de mesure. Le module 3 présente les deux différents systèmes de mesure utilisés au Canada aujourd'hui : le système métrique et le système impérial (ou anglais). Le système métrique, aussi appelé Système international d'unités ou SI, est utilisé dans la majorité des pays du monde. Depuis 1982, au Canada, nous utilisons le système métrique pour nos mesures, alors qu'auparavant, c'était le système impérial qui était en usage. Le système impérial est encore utilisé aux États-Unis de nos jours. Comme le SI et le système impérial ont des applications dans notre vie quotidienne, ce module t'aidera à te familiariser avec les deux systèmes de mesure. Tu y apprendras comment convertir des unités à l'intérieur de chaque système et entre les deux systèmes, et tu utiliseras les unités du SI et du système impérial pour calculer l'aire et le volume d'objets à trois dimensions.

Tu auras besoin d'une règle graduée en centimètres et en pouces. Il serait souhaitable d'avoir à portée de la main un ruban à mesurer, un mètre ou une verge, en plus d'autres outils de mesure.

Devoirs du module 3

Tu devras faire les six devoirs suivants, que tu enverras à la Section de l'enseignement à distance seulement quand tu auras terminé les modules 3 et 4.

Leçon	Numéro du devoir	Titre du devoir
1	Devoir 3.1	Unités, aire et volume
2	Devoir 3.2	Mesures sur pied à coulisse et micromètre
3	Devoir 3.3	Conversion d'unités de mesure
4	Devoir 3.4	Volume de prismes et de pyramides
5	Devoir 3.5	Aire de prismes et de pyramides
6	Devoir 3.6	Aire et volume de sphères, de cylindres et de cônes

Rappelle-toi que tu ne remettras aucun devoir du module 3 jusqu'à ce que tu aies complété le module 4.

Fiche-ressource

Lorsque tu te présenteras à l'examen de mi-session, tu auras le droit d'apporter avec toi une fiche-ressource d'examen. Cette fiche doit être sur une seule feuille de papier format lettre, soit 8½ po sur 11 po, écrite des deux côtés de ta main ou dactylographiée. Tu dois remettre cette feuille avec ton examen au correcteur. Il n'y aura pas de points attribués à ta fiche-ressource d'examen de mi-session.

Pour beaucoup d'élèves, préparer une fiche-ressource d'examen est un excellent moyen de réviser la matière. Elle fournit un résumé des points importants de chaque module, que tu peux consulter en tout temps. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource pour chaque module afin de l'aider à étudier et à réviser. Des résumés de leçons te sont fournis à chaque fin de leçon, et des sommaires de modules à la fin de chaque module pour servir de référence.

Pour te préparer à faire cette fiche-ressource, utilise la liste de consignes ci-dessous, que tu appliqueras au fur et à mesure en faisant le module. Tu pourrais utiliser la fiche-ressource du module 3 pour noter les termes et formules de mathématiques, des exemples de questions ou une liste des endroits où tes erreurs sont plus fréquentes. Tu peux y écrire les notions dont tu as besoin, ou indiquer les numéros de page des leçons que tu devrais réviser plus attentivement quand tu étudieras pour les examens.

Lorsque tu auras terminé les fiches-ressources des modules 1 à 4, tu pourras essayer de les résumer pour en faire ta fiche-ressource de l'examen de mi-session. Rappelle-toi que cet examen ne porte que sur les quatre premiers modules du cours.

Fiche-ressource pour le module 3

1. Inscris les termes mathématiques qui sont mentionnés dans chaque leçon.
2. Inscris toutes les formules mentionnées dans chaque leçon.
3. Quelles stratégies de calcul ont été discutées dans chaque leçon?
4. Quelles sont les questions qui doivent être copiées dans ta fiche-ressource parce qu'elles sont représentatives des questions de chaque leçon?
5. Quelles étaient les questions les plus difficiles? Inscris les numéros de pages sur ta fiche-ressource de module pour pouvoir refaire ces questions avant l'examen. Si tu trouves l'un de ces problèmes particulièrement difficile, tu peux l'écrire ainsi que sa solution sur ta fiche-ressource d'examen de mi-session pour l'avoir à portée de la main à l'examen.
6. Quels sont les autres trucs aide-mémoire que tu as trouvés pour te préparer à l'examen?

Leçon 1 – Les mesures linéaires

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ utiliser des stratégies d'estimation et de mesure pour résoudre des problèmes comportant des mesures linéaires en unités du SI et du système impérial
- ❑ choisir une unité de mesure et justifier ton choix, comparant les unités SI et impériales
- ❑ résoudre des problèmes utilisant différents instruments et stratégies de mesure linéaire

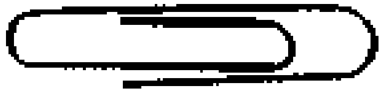
Introduction

La capacité d'estimer et de mesurer la taille d'objets et les distances entre des lieux est à la fois une habileté visuelle et pratique. Le fait d'avoir un référent, ou un objet qui rappelle une longueur, peut aider à estimer la taille, même quand on n'a pas de règle ou d'instrument de mesure à portée de la main. Dans cette leçon, tu auras l'occasion de t'exercer à prendre des mesures à l'aide d'instruments traditionnels comme la règle, et à estimer et calculer des longueurs en te servant de référents pour des unités métriques et impériales. Tu utiliseras aussi des mesures linéaires pour calculer l'aire et le volume.

D'où viennent les unités de mesure?

Les référents

Un référent est une quantité connue qui est utilisée pour estimer ou comparer. Les référents ne sont peut-être pas le meilleur fondement pour un système de mesure, mais ils peuvent être très utiles quand il s'agit de comprendre, de mémoriser et de comparer des unités. Si la largeur du pouce d'un adulte peut être utilisée comme référent pour un pouce, qu'est-ce qu'on pourrait prendre pour nous aider à estimer ou à se rappeler la longueur d'un centimètre? Peut-être la largeur d'un doigt d'enfant, ou la largeur d'un trombone (attache-feuilles ordinaire).



Exemple 1

Pense à quelque chose que tu utiliserais comme référent pour un mètre et une verge. Comment ce référent serait-il utile pour comparer ces mesures?

Solution :

La poignée d'une porte ordinaire se trouve à environ 1 verge du plancher. Une porte mesure généralement 2 m de haut. En utilisant une porte comme référent, tu peux voir que la poignée est un peu plus bas que le milieu, alors une verge est un peu moins longue qu'un mètre.

Exemple 2

Un trombone standard mesure environ 2 pouces de long. Explique comment tu ferais pour estimer la largeur de ton pupitre en utilisant des trombones.

Solution :

Une chaîne de 12 trombones couvrirait la largeur d'un pupitre moyen, ce qui fait environ 24 pouces de large.

Exemple 3

Ta grand-mère t'a demandé d'acheter une nouvelle nappe après que tu as renversé de l'encre sur la sienne. Elle n'a pas de ruban à mesurer dans sa maison, mais tu sais que l'empan de ta main (la distance entre ton petit doigt et ton pouce quand les doigts sont grand ouverts) est d'environ 20 cm. Comment peux-tu déterminer combien de tissu il faut pour une nouvelle nappe?

Solution :

Étends tes doigts autant que tu peux et place-les au bord de la table. Compte combien de largeurs de main ouverte il faut pour couvrir la longueur de la table. Disons qu'il faut sept empans et demi sur le côté.

$$7{,}5 \times 20 = 150 \text{ cm.}$$

Le tissu pour les nappes est vendu à partir d'un rouleau, et mesuré en mètres; tu devrais acheter 1,5 m.

Une autre façon d'estimer cette longueur serait de dire qu'il y a 100 cm dans un mètre, et 20 cm dans un empan, donc 5 empans mesurent environ 1 mètre. 5 + 2,5 = 7,5 empans, donc tu aurais besoin d'un mètre et demi.

Le SI et le système impérial de mesure

Le système métrique utilise des préfixes et une structure décimale, basée sur le nombre 10. Quand on convertit des unités en unités plus grandes ou plus petites, on doit appliquer des facteurs de 10, 100, 1 000, etc.; donc tu peux simplement déplacer la virgule décimale plutôt que de faire des calculs complexes.

Le tableau ci-dessous présente certains préfixes et multiplicateurs communs du SI.

Nom	Symbole	Représente :	Multiplicateur
méga	M	un million	1 000 000
kilo	k	un millier (mille)	1 000
hecto	h	une centaine	100
déca	da	dix	10
unité de base		un	1
déci	d	un dixième	0,1
centi	c	un centième	0,01
milli	m	un millième	0,001
micro	μ	un millionième	0,000 001

Ce sont les préfixes kilo, centi et milli qui sont utilisés le plus souvent. Les préfixes méga et micro, qui représentent des valeurs très grandes ou très petites, sont utiles surtout dans des applications en sciences et technologie. Les préfixes hecto, déca et déci sont employés dans des contextes spécialisés.

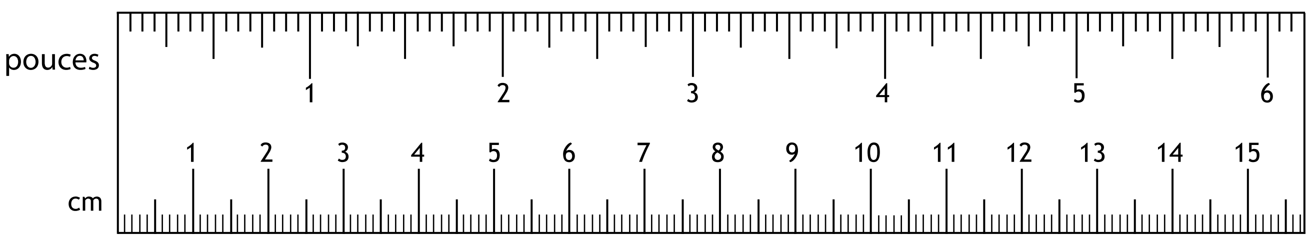
Le système métrique utilise certains symboles et unités, comme le mètre (m), le kilogramme (kg) et le litre (L). Un millilitre vaut $\frac{1}{1\ 000}$ de litre, c.-à-d. qu'il y a 1 000 millilitres dans un litre. Un kilogramme égale 1 000 grammes, et un kilomètre égale 1 000 mètres.

Par le passé, les unités du système impérial étaient des référents pratiques. Le pouce était basé sur la largeur du pouce, le pied égalait la longueur du pied gauche d'un adulte, et 1 000 doubles pas égalaient un mille (la distance). Aussi pratique que cela peut sembler, les conversions requises dans le système impérial sont embêtantes et complexes, utilisant une variété de facteurs comme 2; 3; 5,5; 12; 1 760…

Quand tu vas à l'épicerie ou à la quincaillerie, tu peux trouver des mesures indiquées sur les emballages en unités des deux systèmes. Le système impérial est encore largement utilisé en construction (tu peux acheter des feuilles de contreplaqué de 4′ × 8′, des madriers ou des planches de bois de 2″ × 4″ ou 1 livre de clous, par exemple) et en agriculture (les routes rurales qui marquent les champs forment généralement des quadrillages de 1 mille sur 1 mille). Si tu voyages aux États-Unis, les distances sont indiquées en milles plutôt qu'en kilomètres, et la température en degrés Fahrenheit (°F) plutôt qu'en degrés Celsius (°C). C'est pourquoi il est important de comprendre et de pouvoir utiliser les deux systèmes, métrique et impérial, et faire des conversions entre ces deux systèmes, et à l'intérieur de chacun.

Les mesures linéaires en unités métriques et impériales

Compare les graduations sur ta règle métrique et ta règle impériale. Les mesures linéaires les plus communes sont le pouce et le centimètre. Le centimètre $\left(\frac{1}{100}\text{ de 1 mètre}\right)$ est subdivisé en 10 parties, donc tu peux mesurer au millimètre près $\left(\frac{1}{1\,000}\text{ de mètre}\right)$. Le pouce est généralement divisé en 16 parties, donc tu peux mesurer au $\frac{1}{16}$ de pouce près.



Exemple 4

Mesure les segments suivants au dixième de centimètre près et au $\frac{1}{16}$ de pouce près. Inscris tes réponses dans les espaces prévus.

	Métrique	Impérial
a) ______________________________	______	______
b) ________	______	______
c) ______________	______	______
d) _________________________________	______	______

Solution :

a) 7,6 cm 3 po

b) 2,1 cm $\frac{13}{16}$ po

c) 3,5 cm $1\frac{3}{8}$ po

d) 8,4 cm $3\frac{5}{16}$ po

Voici une liste d'autres mesures linéaires communes avec leurs abréviations et équivalents dans le système SI et le système impérial.

Impérial

12 pouces (12 po ou 12″) = 1 pied (1 pi ou 1′)

36 po (36 po) ou 3 pi (3′) = 1 verge (1 vg)

5 280 pi (5280′) ou 1 760 vg = 1 mille (1 mi)

Métrique

10 millimètres (10 mm) = 1 centimètre (1 cm)

1 000 mm ou 100 cm = 1 mètre (1 m)

1 000 m = 1 kilomètre (1 km)

Ces équivalents te seront utiles tout au long du module 3, donc il serait sage de les noter sur ta fiche-ressource.

Le choix des unités dépend de ce qu'on doit mesurer. Pour de longues distances, tu dois utiliser les milles ou les kilomètres, alors que pour de courtes distances, les pieds ou les mètres peuvent être plus appropriés. Pour de petits objets ou longueurs, les pouces, les cm ou les mm sont peut être préférables.

Exemple 5

Détermine les unités les plus appropriées dans le système métrique et le système impérial pour mesurer :

a) ta taille

b) la longueur et largeur de ton écran de télévision

c) la distance de Winnipeg à Steinbach

d) la hauteur d'une canette de boisson gazeuse

e) la longueur d'une patinoire de curling

f) le diamètre d'une pièce de monnaie de dix cents

Solution :

	Impérial	Métrique
a)	pieds	centimètres ou mètres
b)	pouces	centimètres
c)	milles	kilomètres
d)	pouces	centimètres
e)	pieds ou verges	mètres
f)	pouces	millimètres

La capacité d'estimer des longueurs est très importante! Elle aide à déterminer si tes mesures réelles et les unités que tu as choisies sont logiques.

Exemple 6

Trouve les dimensions approximatives (longueur et largeur) de cette feuille de papier dans les deux systèmes. Quelles unités métriques et impériales seraient les plus appropriées? Utilise un référent pour t'aider à faire l'estimation, puis mesure la page à l'aide d'une règle et vérifie tes estimations.

Solution :

Dans le système impérial, le pouce serait l'unité la plus appropriée puisque cette page mesure moins de 1 pied de longueur et de largeur. Mon petit doigt mesure environ 2 pouces de long. D'après ce référent, cette page est d'environ 4 fois le petit doigt en largeur et 5 fois le petit doigt en longueur. J'estime que cette page est de 8 po sur 10 po environ.

Dans le système métrique, le centimètre serait l'unité de choix. Les millimètres sont trop petits pour faire une estimation réaliste ou précise. Si je forme la lettre L avec mon pouce et mon index, la distance en diagonale entre mes ongles est d'environ 15 cm. Cette page mesure environ une fois et demie ce 15 cm sur la largeur, et environ 2 fois cette distance sur la longueur. Une estimation des dimensions de la page serait de 22 cm sur 30 cm.

Avec une règle, on mesure $8\frac{1}{2}$ po de large et 11 po de long pour cette page, ou 21,5 cm de large sur 28 cm de long. Les estimations à l'aide de référents étaient proches des dimensions réelles, donc les réponses sont précises et les unités appropriées.

Les stratégies de mesure

Il existe bon nombre d'instruments différents pour déterminer des mesures linéaires. Tu as probablement une règle et un ruban à mesurer à la maison ou dans le coffre à outils. Certains utilisent le laser ou des moyens électroniques pour calculer la longueur. Le micromètre et le pied à coulisse peuvent servir à mesurer de très petits objets avec une grande précision et exactitude. Utiliser l'outil approprié facilite la prise de mesures correctes. Mais si tu dois prendre des mesures linéaires d'un objet qui a une forme irrégulière? Une règle n'est peut-être pas le meilleur outil, ou bien tu devras faire preuve de créativité dans ta façon de l'utiliser!

Exemple 7

Tu dois déterminer la circonférence d'un ballon de plage, mais tout ce que tu as, c'est un bout de corde. Comment peux-tu y arriver?

Solution :

Utilise un référent établi comme ton empan (la largeur de ta main grande ouverte) et détermine la longueur de ta corde. Disons que ton empan mesure 7 po; marque un bout de corde qui fait la même longueur que ton empan, et compte combien de longueurs de corde il faut pour faire le tour du ballon. Puis calcule la circonférence approximative. S'il faut 6 longueurs de corde pour encercler le ballon, alors :

$$6 \times 7 = 42 .$$

La circonférence du ballon est d'environ 42 pouces.

Exemple 8

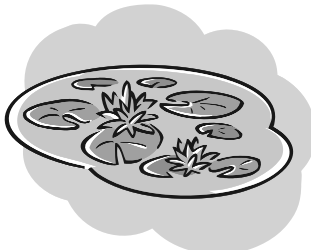
Tu veux savoir si tu peux installer un bain tourbillon de 2 m sur 2 m sur la terrasse. Tout ce que tu as en main, c'est une feuille de papier. Comment peux-tu estimer la taille du bain tourbillon?

Solution :

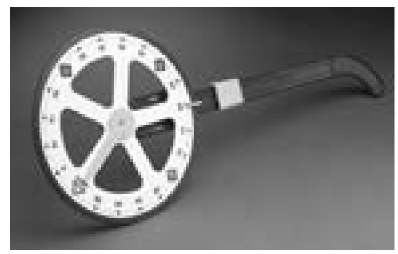
Dans l'exemple 6 précédent, tu as estimé et mesuré les dimensions d'une page. Le périmètre d'une feuille de papier est de 99 cm. C'est un référent très intéressant pour une longueur d'un mètre! Choisis l'endroit sur la terrasse que tu veux mesurer et marque deux longueurs et deux largeurs de la feuille pour estimer 1 m. Répète l'exercice pour déterminer environ 2 m.

Exemple 9

Ta mère veut planter des fleurs le long d'un bassin à poissons incurvé dans la cour arrière. Elle a besoin de connaître la longueur du périmètre. Comment peux-tu l'aider?



Solution:



Une roue d'arpentage est un instrument de mesure formé d'une roue et d'une poignée. À mesure qu'on pousse la roue le long du sol, la roue tourne et chaque fois qu'elle complète une révolution, elle fait un clic sonore. Si la longueur de la circonférence est connue, tu peux estimer la longueur linéaire que couvre la roue en comptant le nombre de clics. À l'aide de la roue d'arpentage, tu pourrais déterminer le périmètre du bassin.

Si tu n'as pas de roue d'arpentage, tu peux marcher autour du bassin en plaçant tes pieds bout à bout et compter le nombre de pas que tu dois faire. Mesure la longueur de ton soulier en pouces ou en centimètres et détermine le périmètre du bassin.

Tu peux aussi mesurer ton enjambée en mètres ou en pieds et compter le nombre d'enjambées nécessaires pour faire le tour du bassin. Le choix de la stratégie et des unités de mesure doit être basé sur la grandeur du bassin. Un grand bassin devrait être mesuré de préférence en unités comme des pieds, des verges ou des mètres, alors qu'un très petit bassin peut être mesuré en pouces ou en centimètres.

L'utilisation des mesures linéaires pour déterminer l'aire et le volume

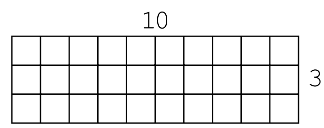
L'aire

L'aire d'un objet est indiquée en unités au carré. L'aire de ce rectangle est calculée en multipliant les mesures linéaires de sa longueur (L) et de sa largeur (l).

$$A = L \times l$$

$$A = 10 \times 3$$

$$A = 30$$



L'aire de ce rectangle est de 30 unités^2.

Exemple 10

Retourne voir la longueur et la largeur des côtés d'une feuille de papier que tu as mesurées précédemment. Quelle est l'aire de la feuille de papier? Indique ta réponse en cm^2 et en pouces carrés.

Solution :

Cette page mesure $8\frac{1}{2}$ po de large sur 11 po de long, ou 21,5 cm de large sur 28 cm de long.

Impérial	ou	Métrique
$A = L \times l$		$A = L \times l$
$A = 8\frac{1}{2} \times 11 = 8 \times 11 + \frac{1}{2} \times 11$		$A = 21{,}5 \times 28$
$A = 88 + \frac{11}{2} = 88 + 5\frac{1}{2} = 93\frac{1}{2}$		$A = 602$

L'aire de cette page est de $93\frac{1}{2}$ po^2 ou 602 cm^2.

Note : Si les mesures d'un problème sont données en fractions, tu devrais donner ta réponse sous forme fractionnaire. Si les mesures sont données en décimales, tu devrais donner ta réponse sous forme décimale.

Note les conversions suivantes :

Aire

Impérial

$12 \text{ po} \times 12 \text{ po} = 144 \text{ po}^2 = 1 \text{ pi}^2$	(rappel : 12 po = 1 pi)
$3 \text{ pi} \times 3 \text{ pi} = 9 \text{ pi}^2 = 1 \text{ vg}^2$	(rappel : 3 pi = 1 vg)

Métrique

$10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} = 100 \text{ mm}^2 = 1 \text{ cm}^2$	(rappel : 10 mm = 1 cm)
$100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1 \text{ m}^2$	(rappel : 100 cm = 1 m)

Ces unités seront utilisées de multiples fois tout au long de ce module, donc il serait sage de les noter sur ta fiche-ressource.

Le volume

Le volume inclue la troisième dimension, la hauteur (*h*), et la réponse est exprimée en unités au cube, comme pi^3, vg^3 ou cm^3, m^3.

Exemple 11

Trouve le volume d'un aquarium de poissons tropicaux qui mesure 4 pieds sur 1,5 pied sur 1,25 pied.

Solution :

$V = L \times l \times h$

$V = 4 \times 1{,}5 \times 1{,}25$

$V = 7{,}5$

Le volume de l'aquarium est de 7,5 pieds cubes.

Note les conversions suivantes :

Volume

Impérial

$12 \text{ po} \times 12 \text{ po} \times 12 \text{ po} = 1\,728 \text{ po}^3 = 1 \text{ pi}^3$

$3 \text{ pi} \times 3 \text{ pi} \times 3 \text{ pi} = 27 \text{ pi}^3 = 1 \text{ vg}^3$

Métrique

$10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} = 1\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ cm}^3$

$100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ m}^3$

Ces conversions seront utilisées plusieurs fois dans ce module, donc ce serait une bonne idée de les noter dans ta fiche-ressource.

Activité d'apprentissage 3.1

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Simplifie $\left(\dfrac{9x^4y^3}{3xy^2}\right)$.
2. Identifie la variable dépendante : l'indice de refroidissement éolien (vent) comparé au temps nécessaire à subir une gelure de la peau.
3. L'équipe de volley-ball de l'école veut s'entraîner deux fois par semaine. Par contre, l'équipe ne peut pas s'entraîner durant la fin de semaine (samedi et dimanche), la moitié des membres de l'équipe ne peuvent pas participer le lundi et le mercredi et l'équipe de basket-ball s'entraîne au gymnase le vendredi. Quels jours de la semaine l'équipe de volley-ball peut-elle s'entraîner?
4. Résous $p \div 15 = 5$.
5. Quel est le PGFC de 19 et de 13?
6. Quels deux nombres ont une somme de 11 et un produit de 18?
7. Tu veux épargner 12 000 $ afin d'acheter une auto d'ici un an. Combien devras-tu épargner chaque mois afin d'atteindre ton but?
8. Trois élèves ont reçu leur note de projet. Jane a calculé sa note en nombre décimal, 0,62; Jean a obtenu sa note en pourcentage, 83 % et Joanne a obtenu $\dfrac{12}{16}$. Qui a la meilleure note?

suite

Activité d'apprentissage 3.1 (suite)

Partie B – Les unités de mesure

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Trouve des référents pour les mesures linéaires suivantes :
   a) millimètre

   b) mètre

   c) pouce

   d) mille

2. Détermine un référent basé sur ta taille pour comparer les longueurs d'un mètre et d'une verge. Utilise ce référent pour estimer la hauteur d'une table.

3. Utilise un référent de ton choix pour estimer les dimensions de ta calculatrice ou d'un téléphone cellulaire. Indique quel est ton référent et les unités que tu as choisies, puis mesure pour vérifier l'exactitude et la pertinence de ta mesure et de tes unités.

4. Quelles unités du système métrique et du système impérial seraient le plus appropriées pour mesurer les longueurs suivantes?
   a) Largeur d'une planche à neige

   b) Longueur d'un terrain de soccer

   c) Épaisseur d'une pièce de monnaie d'un sou

   d) Distance qu'un jogger court chaque jour

5. Estime les longueurs suivantes en mesures du SI et du système impérial. Vérifie tes estimations en les mesurant.
   a) Longueur et largeur d'une porte ordinaire

   b) Longueur d'un véhicule

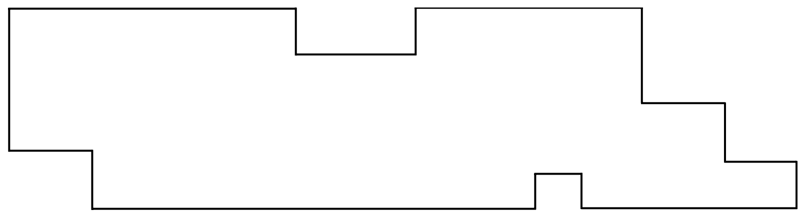
   c) Longueur et largeur d'une allée de garage pour 2 véhicules

   d) Diamètre et épaisseur d'une pièce de 2 $

suite

Activité d'apprentissage 3.1 (suite)

6. À l'aide d'une règle graduée en unités impériales, trouve le périmètre du diagramme suivant, au $\frac{1}{16}$ po près.



7. Ton père t'a acheté une auto pour ton 16^{e} anniversaire et veut l'entourer d'un gros ruban pour te faire une surprise. Explique comment il pourrait déterminer la longueur du ruban à acheter, et quelles unités seraient les plus appropriées.

8. Quelles seraient les unités de mesure les plus appropriées pour les aires et volumes suivants? Donne ta réponse dans les deux systèmes.

   a) Le volume d'eau dans un dé à coudre

   b) L'aire d'une patinoire de hockey

   c) Le volume de terre enlevé de l'excavation d'une maison

   d) L'aire d'une face d'une pièce de monnaie

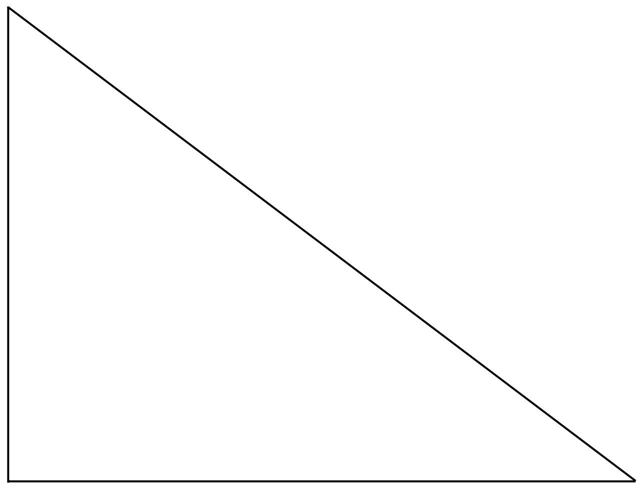
suite

Activité d'apprentissage 3.1 (suite)

9. a) Mesure le triangle rectangle suivant au mm près puis calcule son aire.

   b) Mesure-le en pouces puis calcule son aire.

   Rappel : $A_{\Delta} = \dfrac{bh}{2}$



Résumé de la leçon

Tu as maintenant une méthode d'estimation de mesures linéaires! Tu as trouvé des référents dans les deux systèmes de mesure, le SI et le système impérial, que tu peux utiliser pour faire des estimations, pour comparer et pour calculer les longueurs d'objets. Tu t'es exercé à mesurer en pouces et en centimètres, et tu as développé des stratégies pour mesurer des objets de forme irrégulière à l'aide d'outils de mesure et de référents. Tu as utilisé des mesures linéaires pour calculer l'aire et le volume. Dans la prochaine leçon, tu apprendras à convertir des mesures à l'intérieur du système métrique et du système impérial, et entre ces deux systèmes, et ce que tu as appris jusqu'à présent t'aidera à vérifier l'exactitude et la pertinence de tes réponses. Dans la leçon 3, tu continueras à faire des opérations avec l'aire et le volume.

Devoir 3.1

Unités, aire et volume

Total : 25 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Trouve des référents pour les mesures linéaires suivantes. *(4 points)*

   a) centimètre

   b) kilomètre

   c) verge

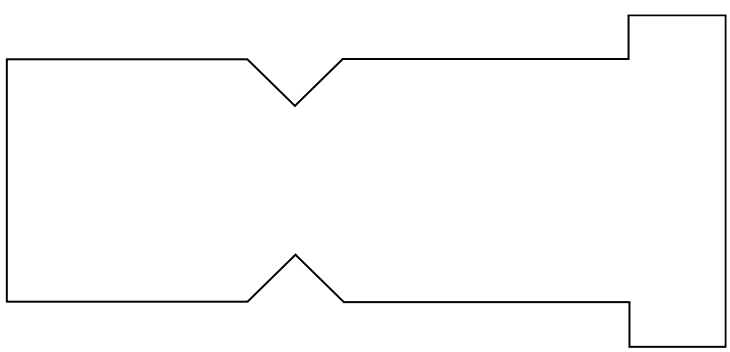
   d) pied

2. Quelles unités du système métrique et du système impérial seraient les plus appropriées pour mesurer les longueurs suivantes? *(4 points)*

	Métrique	Impérial
a) Diamètre d'une assiette à dîner		
b) Hauteur d'une montgolfière		
c) Diamètre d'un diamant		
d) Distance de Brandon à Le Pas		

3. À l'aide d'un instrument de mesure comme une carte à l'échelle, un pédomètre, un odomètre de bicyclette ou de voiture ou un GPS, détermine un référent pour un mille et un kilomètre. Il peut s'agir de la distance de ta maison à un point de repère comme ton école, le centre communautaire ou une épicerie, ou le nombre de coins de rue. Compare ces deux mesures. Utilise ce référent pour estimer la distance de ta maison à la maison d'un ami. Décris la stratégie que tu as utilisée pour résoudre ce problème. *(10 points)*

4. À l'aide d'une règle métrique, trouve le périmètre du diagramme suivant au dixième de centimètre (millimètre) près. *(5 points)*



5. Le boîtier du processeur (CPU) d'un ordinateur mesure $6\frac{7}{8}$ po sur $15\frac{1}{2}$ po sur $15\frac{3}{4}$ po.

   Détermine le volume du boîtier. *(2 points)*

Notes

Leçon 2 – Les pieds à coulisse et les micromètres

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ trouver des mesures à l'aide d'instruments de mesure de précision
- ❑ prendre des lectures sur un pied à coulisse gradué en unités métriques
- ❑ prendre des lectures sur un micromètre gradué en unités métriques

Note : Aucun des examens ne comportera de questions sur la matière de cette leçon.

Introduction

Les mesures de précision donnent des lectures plus exactes. La leçon 2 montre comment prendre des lectures sur un pied à coulisse et un micromètre. Pour cette leçon, il serait très utile d'avoir un pied à coulisse gradué en unités du système métrique. Mais tu peux faire cette leçon même si tu n'as pas de pied à coulisse en métrique, ou si tu n'as pas accès à cet instrument.

Les mesures de précision

La règle métrique permet de prendre des mesures qui sont précises au dixième de centimètre près. La règle impériale peut prendre des mesures précises au seizième $\left(\frac{1}{16}\right)$ de pouce près. Parfois, on doit prendre des mesures qui sont encore plus précises! Cette leçon portera sur les lectures au pied à coulisse métrique, avec lequel on peut mesurer des longueurs au centième de centimètre près, et au micromètre, qui peut mesurer au millième de centimètre près.

Imagine un simple capuchon de plastique sur un stylo. Pour fabriquer ce capuchon, il a fallu prendre des mesures de précision. Si le diamètre intérieur du capuchon était trop petit, on ne pourrait pas le placer sur le bout du stylo, et si le diamètre était trop grand, le capuchon ne resterait pas en place. Les travailleurs doivent pouvoir utiliser des mesures exactes et précises en fabriquant ces capuchons.

La précision, mais jusqu'à quel point?

Si tu dis que ta chambre mesure 4 m de largeur, cette mesure a une précision au mètre près. Mais si tu dis qu'elle mesure 4,25 m, ta mesure est précise au cm près. Cette différence est particulièrement importante si tu coupes un tapis pour couvrir le plancher. Si tes mesures ne sont pas précises au cm près, il peut y avoir une partie du plancher qui ne sera pas recouverte près du mur.

Un luthier est un artisan expert qui fabrique des violons. Les luthiers doivent utiliser des mesures exactes et précises. Si la précision de leurs mesures ne va pas jusqu'au dixième de millimètre (0,1 mm), la série d'harmoniques de l'instrument sera mauvaise, et le violon sonnera faux.

Le pied à coulisse

Ce pied à coulisse comprend plusieurs parties, dont celles indiquées ci-dessous.

1. **Bec extérieur :** comprend un bec fixe et un bec mobile et sert à prendre les mesures externes d'objets
2. **Bec intérieur :** comprend un bec fixe et un bec mobile et sert à prendre les mesures internes d'objets
3. **Pige ou jauge de profondeur :** sert à mesurer la profondeur d'objets
4. **Règle** (cm)
5. **Règle** (pouces)
6. **Échelle Vernier** (cm)
7. **Échelle Vernier** (pouces)
8. **Dispositif de blocage :** sert à bloquer les parties mobiles

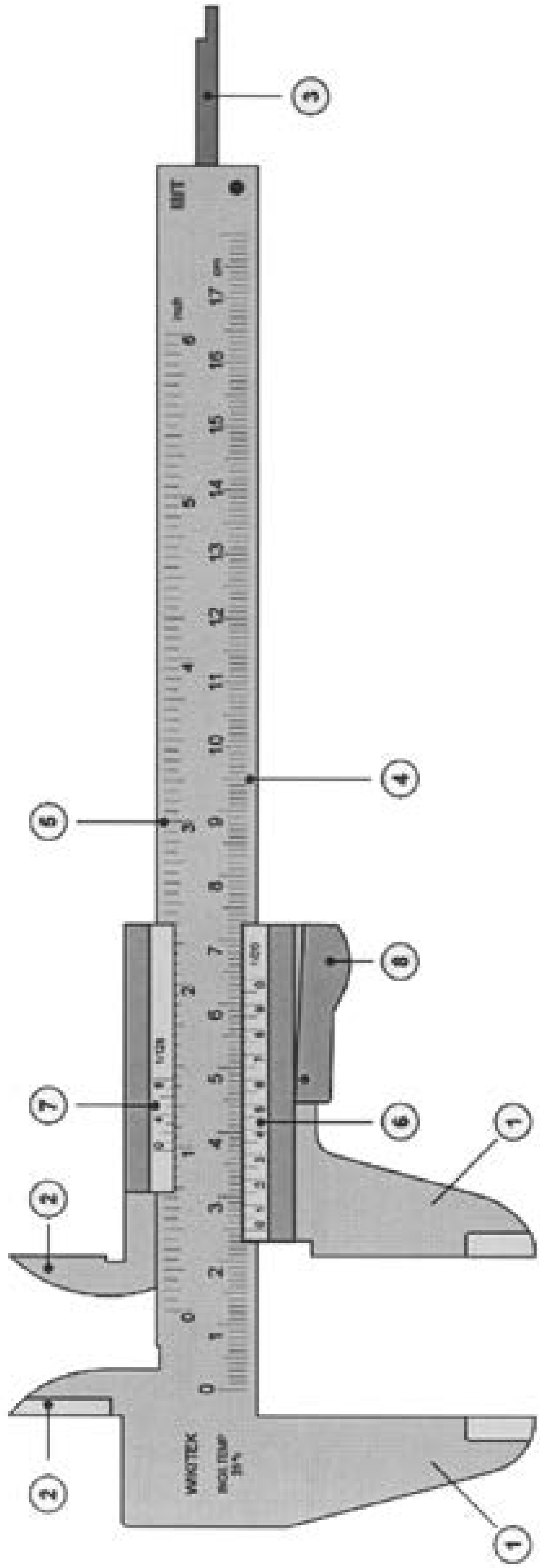
Il y a trois dispositifs de mesure :

1. Le bec extérieur sert à mesurer les dimensions externes des objets, par exemple, le diamètre extérieur d'un tuyau.
2. Le bec intérieur sert à mesurer les dimensions intérieures d'objets, comme le diamètre interne d'un tuyau
3. La pige ou jauge de profondeur, sert à mesurer la profondeur d'objets, comme la profondeur d'un petit contenant.

Il y a deux échelles de mesure :

1. L'échelle fixe graduée en unités métriques et impériales
2. L'échelle coulissante Vernier, graduée en unités métriques et impériales

L'échelle fixe ne se déplace pas. L'échelle coulissante s'appelle l'échelle Vernier.



Ce cours portera sur les lectures sur le pied à coulisse gradué en unités métriques seulement.

La règle fixe sur un pied à coulisse est divisée en millimètres, c'est-à-dire en 0,1 cm ou $\frac{1}{10}$ de centimètre. La règle coulissante Vernier est divisée en dixièmes de millimètre (0,1 mm), soit $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ cm.
Par conséquent, les mesures prises au moyen d'un pied à coulisse sont précises au centième de centimètre près $\left(\frac{1}{100} \text{ de centimètre} = \frac{1}{10} \text{ de millimètre}\right)$.

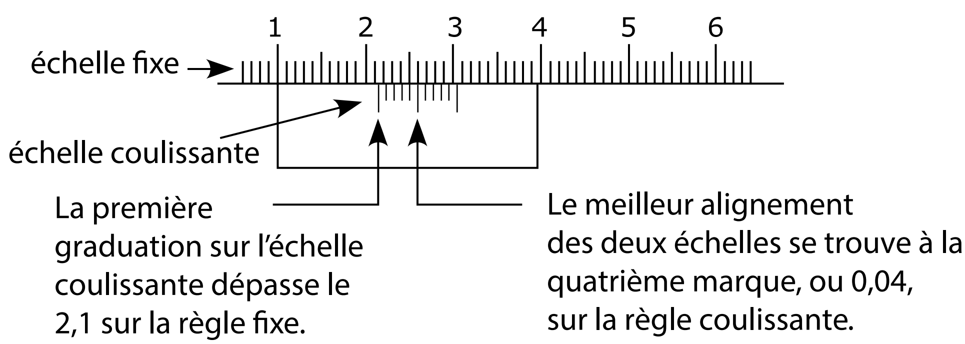
Les seules lectures possibles sur la règle coulissante Vernier sont les nombres 0,00; 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,06; 0,07; 0,08 et 0,09.

La lecture sur le pied à coulisse

Les exemples suivants t'aideront à lire les mesures prises à l'aide du pied à coulisse.

Exemple 1

Lis la mesure montrée ci-dessous sur le pied à coulisse.



Solution :

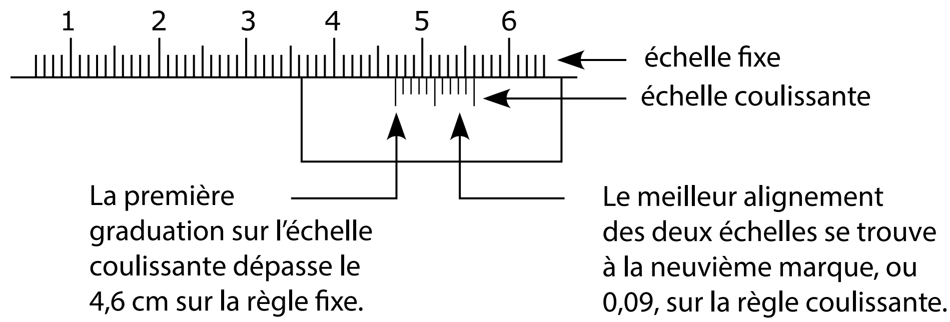
Étape 1 : Lis la marque sur la règle fixe en utilisant la première graduation sur la règle coulissante comme pointeur. Cette marque se trouve quelque part entre 2,1 cm et 2,2 cm. La marque sur la règle fixe indique donc 2,1 cm, ce qui donne une précision au dixième de centimètre près. Tu peux avoir autant de précision avec une règle.

Étape 2 : Trouve la marque sur la règle coulissante qui est le mieux alignée avec une marque de la règle fixe. Ici, la ligne qui correspond le mieux à celle de la règle fixe est la quatrième de la règle coulissante. Comme la règle coulissante comporte 10 divisions et chaque division représente 0,01 cm, la lecture est 0,04 cm.

Étape 3 : Indique la mesure totale. Dans ce cas, la lecture sur le pied à coulisse est de 2,1 cm + 0,04 cm= 2,14 cm. Maintenant, tu as une mesure avec une précision au centième de centimètre près, soit bien plus précise qu'avec une règle.

Exemple 2

Lis la mesure montrée sur le pied à coulisse ci-dessous.



Solution :

Étape 1 : La première flèche montre un endroit sur l'échelle fixe entre 4,6 et 4,7. La lecture est donc de 4,6 cm.

Étape 2 : La deuxième flèche indique le meilleur alignement des deux échelles à la 9^{e} marque sur la règle coulissante, ce qui donne une lecture de 0,09 cm.

Étape 3 : Donc la lecture totale égale 4,6 cm + 0,09 cm = 4,69 cm.

Les pieds à coulisse virtuels

Il y a plusieurs sites Internet qui montrent des pieds à coulisse virtuels. Tu n'as qu'à déterminer une grandeur et à lire l'échelle, puis, le site te dit si ta lecture est correcte. Saisis « simulateur de pied à coulisse » dans un moteur de recherche, comme Google, et fais des essais. Ces sites sont très utiles pour t'exercer à lire sur des pieds à coulisse. Un bon exemple de site est http://www.ostralo.net/3_animations/swf/pied_a_coulisse.swf

(ATTENTION aux unités dans la réponse – elles sont en mm).

Activité d'apprentissage 3.2

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Combien y a-t-il de pieds dans 24 pouces?
2. Si l'équation d'une droite est $y = 3x + 4$, quelle est l'ordonnée à l'origine?
3. Simplifie $(3y^7)^3$.
4. Tu assistes à un match de hockey et tu veux acheter une collation et une boisson. Selon le menu, le popcorn vaut 3,00 \$, les arachides coûtent 2,25 \$ et le prix d'un hotdog est 3,75 \$. Une boisson vaut 2,00 \$. Si tu n'as que 5 \$, quelle collation peux-tu acheter avec une boisson?
5. Tu veux estimer la taille de ton frère qui est environ 1 pied plus grand que ta sœur. Ta sœur est plus grande que toi d'un demi-pied. Quelle est la taille de ton frère si tu mesures 5 pieds?
6. Résous $w \div 6 = 2$.
7. Si 5 % de 260 égale 13 alors combien vaut 5 % de 520?
8. Tu as le choix entre deux différents laits frappés au chocolat. L'un d'eux est rempli à $\frac{7}{9}$ du bord du verre et l'autre l'est au $\frac{2}{3}$. Lequel est le plus rempli?

suite

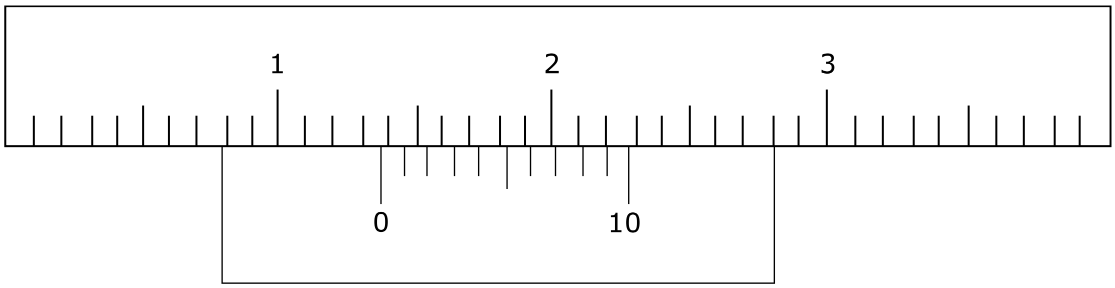
Activité d'apprentissage 3.2 (suite)

Partie B – Les mesures sur le pied à coulisse

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

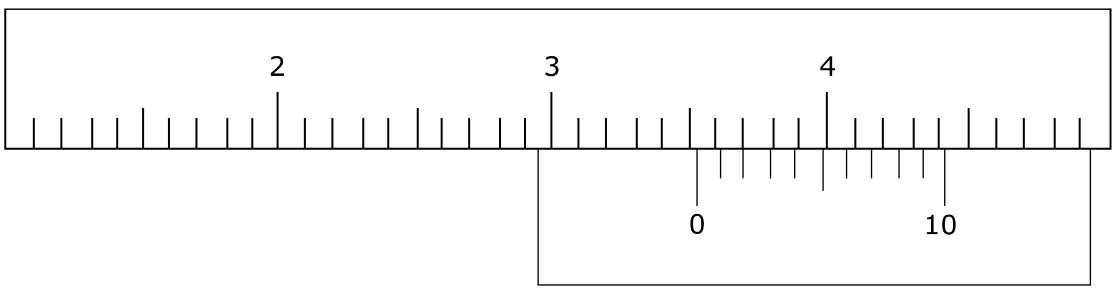
Écris les mesures montrées sur les diagrammes de pied à coulisse ci-dessous. Lis les mesures au centième de centimètre près.

1.



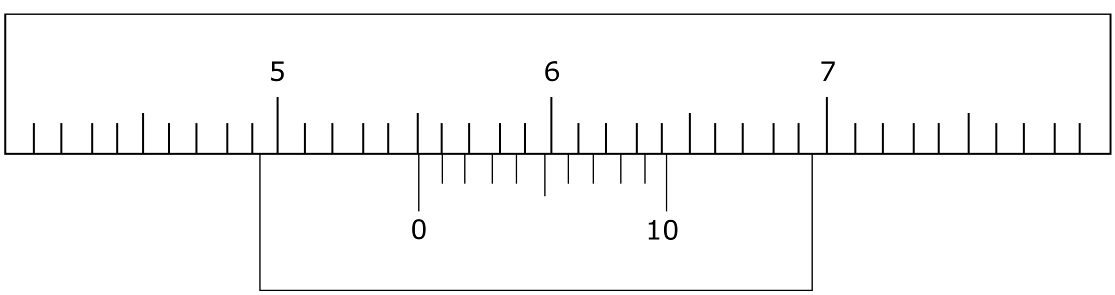
Lecture = ________________________

2.



Lecture = ________________________

3.

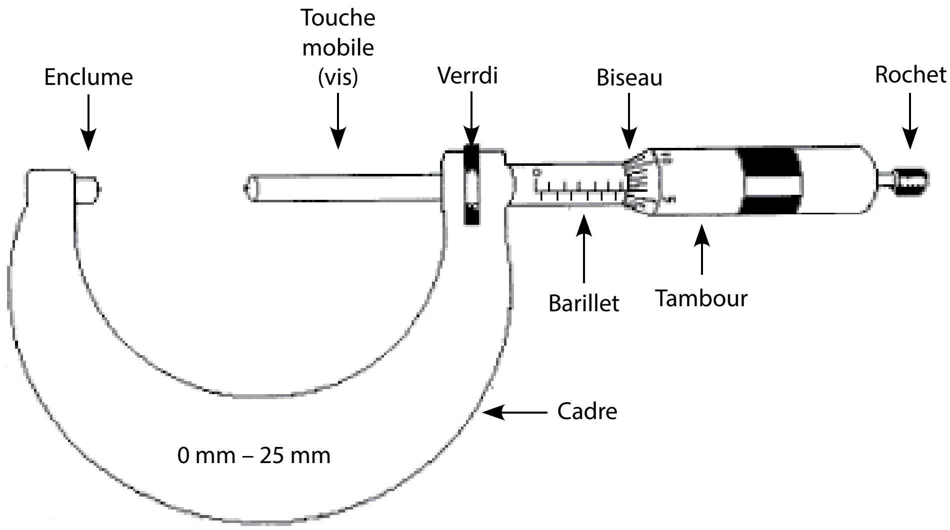


Lecture = ________________________

Le micromètre

Le micromètre est encore plus précis que le pied à coulisse! Il mesure avec une précision au *millième* de centimètre près.

Le diagramme suivant montre les principales parties d'un micromètre.



Note les parties de l'instrument :

- Le dispositif de mesure est formé de deux tiges, l'enclume et la touche mobile (vis), qui servent à mesurer de très petites longueurs, entre 0 mm et 25 mm.
- Il y a deux échelles de mesure, une échelle fixe sur le barillet, qui compte 25 divisions principales (de 1 mm chacune) et 25 subdivisions (graduations de 0,5 mm). La règle coulissante se trouve sur le tambour et compte 50 divisions (avec des graduations de 0,01 mm chacune). L'échelle du tambour permet de mesurer avec une précision au centième de millimètre (ou millième de centimètre) près.
- Sur un micromètre, les unités sont indiquées en un seul système de mesure, soit le système métrique ou le système impérial, jamais dans les deux. Pour prendre des mesures dans les deux systèmes, on doit avoir deux micromètres différents. Dans la prochaine leçon, tu apprendras comment convertir une unité dans une autre, de sorte que tu n'aies besoin que d'un type d'instrument de mesure.

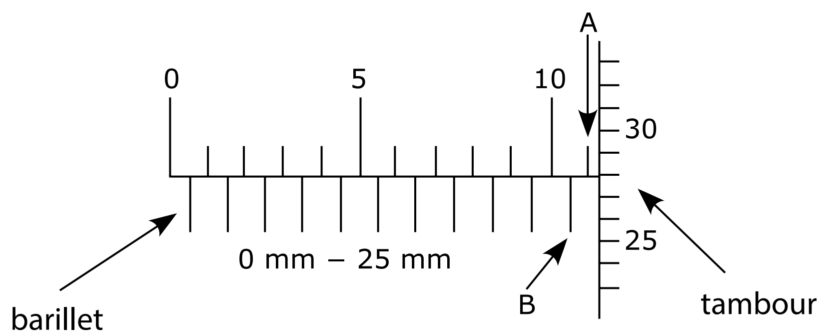
L’utilisation d’un micromètre

Si tu as accès à un micromètre, utilise-le pour t’exercer à mesurer les grandeurs de divers petits objets. Si tu n’en as pas, ne t’inquiète pas, passe à la section « La lecture sur un micromètre ». Trouve l’épaisseur d’une pile de 20 feuilles de papier, d’une épingle à cheveux, ou même de l’anse d’une tasse à café. Place l’objet entre l’enclume et la touche mobile (vis) du micromètre, puis tourne le tambour à l’aide du rochet. Quand l’objet sera bien serré et que tu auras entendu trois clics sur le rochet, lis la mesure tel que montré ci-dessous.

La lecture sur un micromètre

Exemple 3

Lis la mesure montrée sur le micromètre suivant.



Solution :

Étape 1 : Prends la lecture en mm sur le barillet. La lecture sera un nombre entier compris entre 0 et 24 mm. Dans ce diagramme, la mesure correspondant à la dernière graduation visible sur l’échelle supérieure, indiquée par la flèche A, est 11 mm.

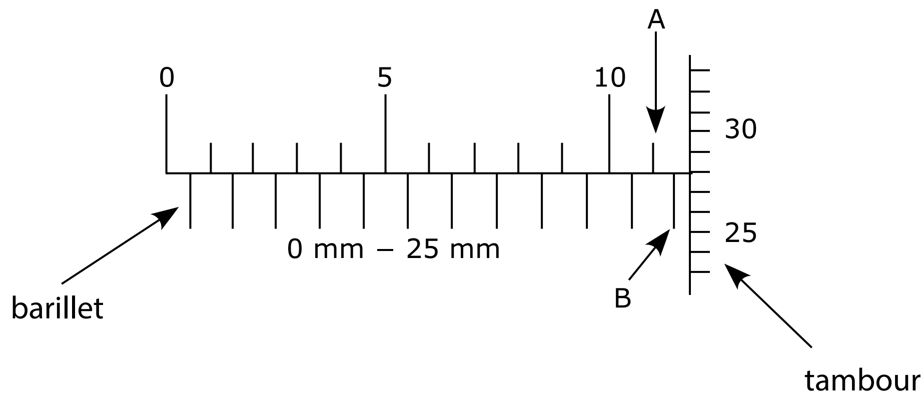
Étape 2 : Regarde l’échelle du bas, qui montre des points à mi-chemin entre chaque graduation en millimètres de l’échelle supérieure. La lecture sera 0,0 mm ou 0,5 mm. Dans ce diagramme, la flèche B se trouve avant la flèche A, donc la lecture sera de 0,0 mm. Ainsi, la lecture finale sera entre 11,00 mm et 11,50 mm.

Étape 3 : La lecture du tambour est indiquée en décimales, de 0,00 mm à 0,49 mm. Dans ce diagramme, la lecture sur le tambour est 0,28 mm.

Étape 4 : Additionne les lectures des étapes 1, 2 et 3 pour arriver à la mesure finale. La somme égale 11 mm + 0,0 mm + 0,28 mm = 11,28 mm.

Exemple 4

Lis la mesure montrée sur le micromètre ci-dessous.



Solution :

Étape 1 : La mesure de la dernière graduation visible sur l'échelle supérieure du barillet, indiquée par la flèche A, est 11 mm.

Étape 2 : L'échelle inférieure montre une graduation, indiquée par la flèche B, à la droite de la flèche A. Cela signifie que la lecture est à 0,5 mm. Donc la lecture est plus qu'à mi-chemin après 11 mm. La lecture serait entre 11,50 mm et 11,99 mm.

Étape 3 : La lecture sur le tambour est 0,28 mm.

Étape 4 : La mesure finale serait donc : 11 mm + 0,5 mm + 0,28 mm = 11,78 mm.

Micromètres virtuels

Il y a plusieurs sites Internet qui montrent des micromètres virtuels. Tu n'as qu'à déterminer une grandeur et à lire l'échelle, puis le site te dit si ta lecture est correcte. Saisis « simulateur de micromètre » dans un moteur de recherche, comme Google, et fais des essais (note que la plupart des sites sont en anglais). Ces sites sont très utiles pour t'exercer à lire sur des micromètres.

Activité d'apprentissage 3.3

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Jon et Kate ont huit enfants. Si chaque enfant partage une chambre avec un autre enfant et que Jon et Kate ont une chambre, combien de chambres ont-ils besoin dans la maison?
2. Une boulangerie offre un rabais de 50 % sur tous les pains. Le prix régulier d'un pain est 2,40$. Combien payeras-tu pour un pain après rabais?
3. Évalue $2 \times \sqrt[3]{27}$.
4. Simplifie $(4x^3)^{-2}$.
5. Si $0,\overline{3} = \frac{1}{3}$, alors à quelle fraction équivaut $0,\overline{6}$?
6. Tu fais des commissions pendant une journée. Tu conduis 8 km pour te rendre à la garderie. Ensuite, tu te rends au centre d'achats qui est 6 km plus loin. Par la suite, tu conduis 3 km jusqu'au magasin et enfin 6 autres kilomètres pour retourner chez toi. Quelle est la distance totale de ton trajet?
7. Ton avant-bras mesure 9,5 pouces. Peux-tu utiliser ton avant-bras comme référent pour estimer une longueur en pieds?
8. Tu désires aller au cinéma pour la séance de 21 h 30. Tu veux arriver à la salle de cinéma 30 min avant le début du film et il te faut 15 min pour t'y rendre. À quelle heure dois-tu partir pour arriver à temps?

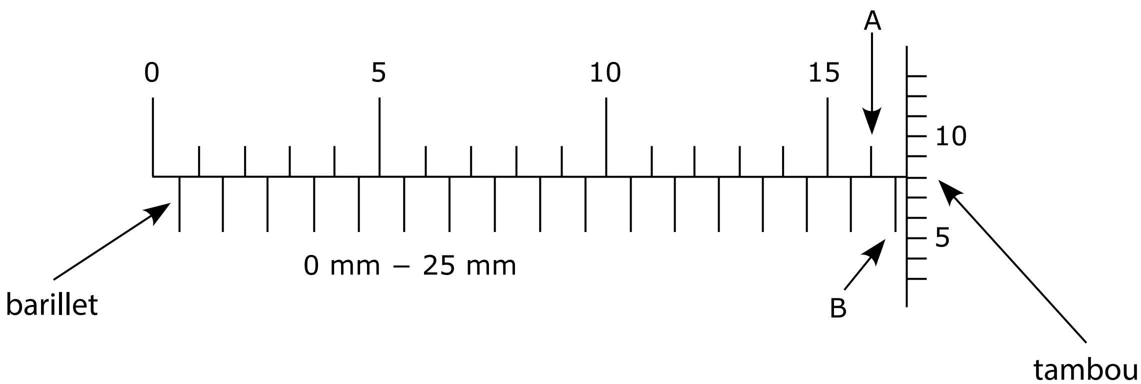
suite

Activité d'apprentissage 3.3 (suite)

Partie B – Les mesures sur le micromètre

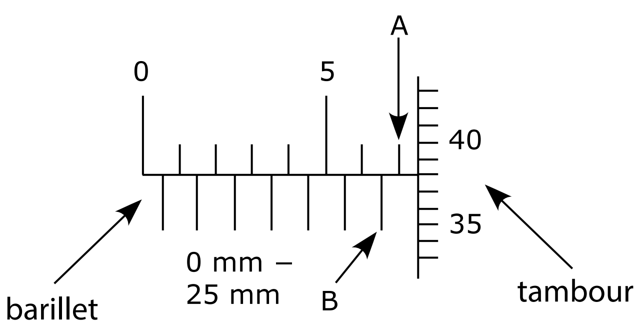
N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Lis la mesure montrée sur le micromètre ci-dessous.



Lecture = ________________________

2. Lis la mesure montrée sur le micromètre ci-dessous.



Lecture = ________________________

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as appris ce qu'est un pied à coulisse, et ses trois dispositifs de mesure, ses deux échelles de mesure, ses deux systèmes de mesure, et le degré de précision qu'il rend possible. Tu t'es ensuite exercé à prendre des lectures précises à partir d'un diagramme de pied à coulisse. Tu as aussi appris ce qu'est un micromètre, et le nom de ses parties. Tu sais maintenant comment prendre des lectures sur le barillet et le tambour afin de trouver une mesure avec une précision au millième de centimètre près. Tu t'es ensuite exercé à prendre des lectures précises sur un diagramme de micromètre.

Notes

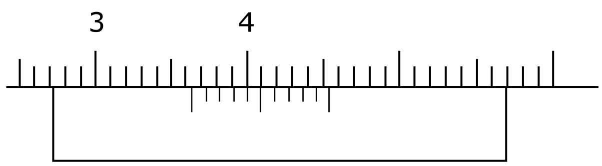
Devoir 3.2

Mesures sur pied à coulisse et micromètre

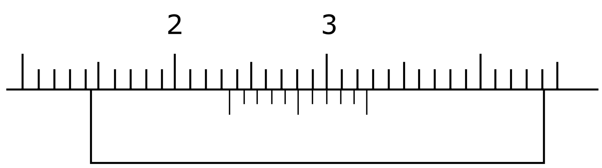
Total : 10 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

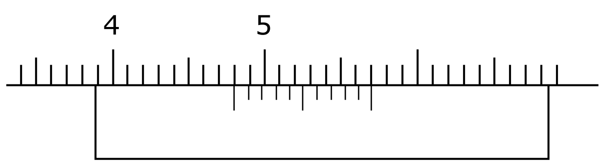
1. Lis et inscris les mesures montrées ci-dessous sur le pied à coulisse. Ces lectures sont en unités métriques. *(6 points)*

a) 

____

b) 

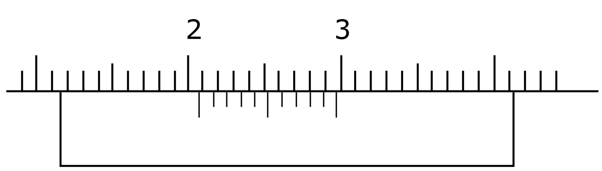
____

c) 

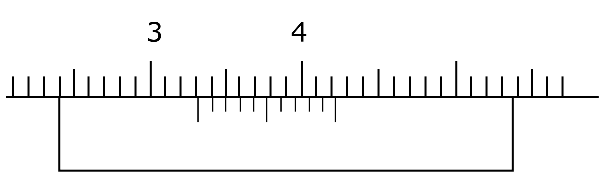
____

d) 

____

e) 

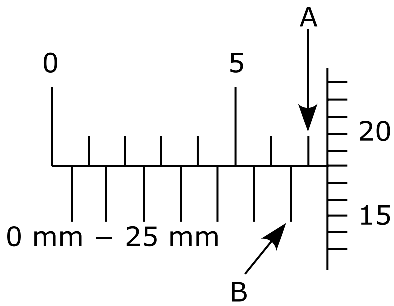
____

f) 

____

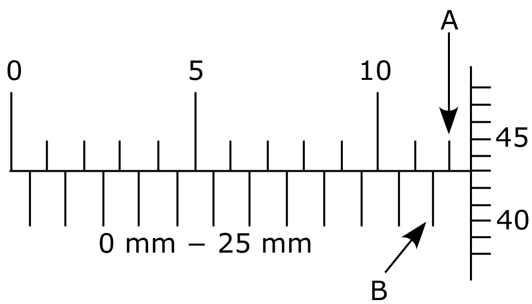
2. Lis et inscris les mesures sur micromètre ci-dessous. *(2 points)*

a)



____

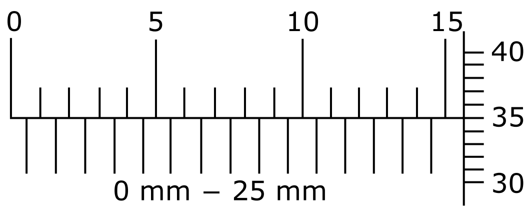
b)



____

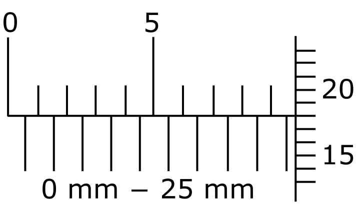
3. Lis et inscris les mesures sur micromètre ci-dessous. *(2 points)*

a)



____

b)



____

Leçon 3 – Conversions

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ convertir des mesures dans le SI et le système impérial, et entre ces deux systèmes
- ❑ résoudre des problèmes de conversion d’unités et utiliser le calcul mental pour justifier tes réponses.

Introduction

Le 23 juillet 1983, peu après la conversion au système métrique au Canada, le Boeing 767 du vol 143 d’Air Canada s’envole de Montréal à Edmonton. À mi-chemin environ, les réservoirs de carburant sont vide et l’avion doit faire un atterrissage d’urgence à Gimli, une ancienne base aérienne des Forces armées au Manitoba. L’enquête sur l’incident révèle l’erreur dans le facteur de conversion utilisé pour calculer la quantité de carburant pour le vol. Les mécaniciens et pilotes ont utilisé une valeur de référence en unités impériales de 1,77 livre par litre plutôt qu’un facteur de 0,8 kg/L; ils ont donc pompé 8703 kg de carburant dans les réservoirs, plutôt que les 16 131 kg nécessaires, soit moins que la moitié de la quantité requise! Heureusement, le pilote a de l’expérience sur des planeurs et le copilote connaît l’emplacement de la base aérienne de Gimli. Bien que la piste d’atterrissage abandonnée soit utilisée comme piste de go-kart et de courses d’accélération et que le secteur soit envahi ce jour-là par des voitures et des spectateurs, l’incident ne fait aucun blessé grave! (Pour plus d’informations sur l’incident, veuillez consulter le http ://www.wadenelson.com/gimli.html ou http ://en.wikipedia.org/wiki/Gimli_Glider).

Conversion d’unités de mesure

Rapports de conversion dans un même système

Il arrive parfois que les mesures soient données dans une certaine unité et qu’on doive convertir la valeur en une autre unité pour l’utiliser dans d’autres calculs, ou parce que l’usage d’une autre unité est plus approprié. La conversion d’unités peut être effectuée à l’aide d’un rapport de deux unités différentes qui égale 1. Cela signifie que si le numérateur et le dénominateur étaient dans les mêmes unités, le rapport serait égal à 1.

Si tu voulais convertir des pouces à des pieds, tu pourrais utiliser le rapport suivant (qu’on appelle rapport de conversion) :

$$\frac{12 \text{ pouces}}{1 \text{ pied}}$$

De la même façon, le rapport de conversion « centimètres à millimètres» est le suivant :

$$\frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ mm}}$$

Les unités du numérateur sont les nouvelles unités avec lesquelles tu veux travailler et les unités du dénominateur sont les unités originales avec lesquelles les mesures ont été données.

En général donc, le rapport de conversion est le suivant : $\frac{\text{nouvelles unités}}{\text{unités originales}}$

Il serait sage d'inscrire cette formule générale du rapport de conversion sur ta fiche-ressource.

Exemple 1

Une glissade de terrain de jeu mesure 6 pieds de long. Combien de pouces mesure-t-elle?

Solution :

Utilise le rapport de conversion $\frac{\text{pouces}}{\text{pied}}$ qui est $\frac{12}{1}$.

$$\frac{x}{6} = \frac{12}{1}$$

$$x = 6(12)$$

$$x = 72$$

Remarque que dans le rapport de gauche, tu cherches le nombre de pouces mais tu connais le nombre de pieds.

La glissade mesure 72 po de long.

Exemple 2

Bob mesure 5 pi 10 po. Quelle est sa taille en pouces?

Solution :

Nous devons convertir 5 pi en pouces. Nous utilisons le rapport de conversion pouces : pieds

$$\frac{12 \text{ pouces}}{1 \text{ pied}}$$

Maintenant, établis la proportion :

$$\frac{x}{5} = \frac{12}{1}$$

$$x = 5(12)$$

$$x = 60$$

60 + 10 = 70, alors Bob mesure 70 po.

Ce raisonnement proportionnel fonctionne pour toutes les conversions à l'intérieur d'un système et entre les systèmes. Le rapport de conversion doit être égal à 1.

La leçon 1 fournit certains équivalents pour des mesures linéaires en unités du SI et du système impérial.

Longueur

Impérial

12 pouces (12 po ou 12″) = 1 pied (1 pi ou 1′)

36 po (36″) ou 3 pi (3′) = 1 verge (1 vg)

5 280 pi (5 280′) ou 1 760 vg = 1 mille (1 mi)

Métrique

10 millimètres (10 mm) = 1 centimètre (1 cm)

1 000 mm ou 100 cm = 1 mètre (1 m)

1 000 m = 1 kilomètre (1 km)

Équivalents pour l'aire et le volume :

Aire

Impérial

12 po × 12 po = 144 po^2 = 1 pi^2	(rappel : 12 po = 1 pi)
3 pi × 3 pi = 9 pi^2 = 1 vg^2	(rappel : 3 pi = 1 vg)

Métrique

10 mm × 10 mm = 100 mm^2 = 1 cm^2	(rappel : 10 mm = 1 cm)
100 cm × 100 cm = 10 000 cm^2 = 1 m^2	(rappel : 100 cm = 1 m)

Volume

Impérial

12 po × 12 po × 12 po = 1728 po^3 = 1 pi^3

3 pi × 3 pi × 3 pi = 27 pi^3 = 1 vg^3

Métrique

10 mm × 10 mm × 10 mm = 1 000 mm^3 = 1 cm^3

100 cm × 100 cm × 100 cm = 1 000 000 cm^3 = 1 m^3

As-tu noté toutes ces mesures sur ta fiche-ressource? Sinon, ce serait bien que tu le fasses maintenant.

Exemple 3

Nina a besoin de 1,5 pied cube de terreau pour remplir ses pots à fleurs. Elle achète 2 500 pouces cubes de terreau. Est-ce assez?

Solution :

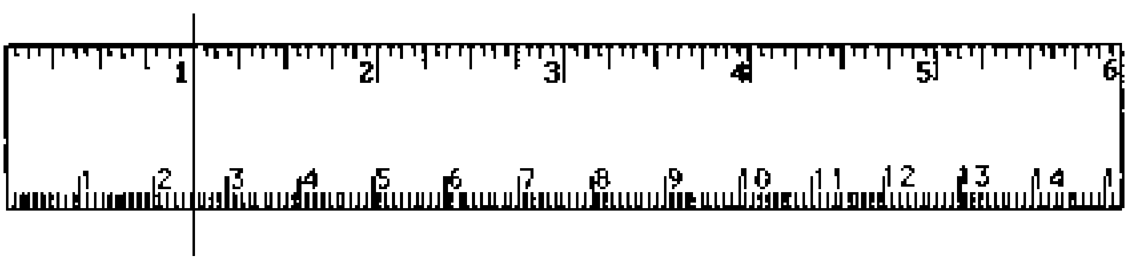
Tu dois convertir 1,5 pi^3 en po^3 à l'aide du rapport de conversion de $\frac{1\ 728\ po^3}{1\ pi^3}$.

$$\frac{x}{1,5} = \frac{1\ 728}{1}$$
$$x = 1,5(1\ 728)$$
$$x = 2\ 592$$

Elle a besoin de 2 592 pouces cubes de terreau. C'est presque assez, mais pas tout à fait.

Les rapports de conversion d'un système à l'autre

Qu'en est-il des comparaisons entre les deux systèmes? Tu as utilisé des référents pour comparer des centimètres et des pouces, mais quel est leur rapport lorsqu'ils sont tous deux placés sur une même règle? À partir de l'illustration ci-dessous, trouve la valeur approximative du rapport numérique entre un pouce et un centimètre.



D'après le diagramme, 1 pouce égale environ 2,5 cm. La réponse, précise à 2 places décimales, est : 1 pouce = 2,54 centimètres.

Exemple 4

Une étagère de livres mesure 30 cm de profondeur. Est-ce qu'un manuel de 12 pouces de large entrera au complet sur l'étagère?

Solution :

Tu pourrais convertir la profondeur de l'étagère en pouces, ou la largeur du livre en centimètres. Trouve le facteur de conversion de façon à ce que les **N**ouvelles unités soient au **N**umérateur.

Si tu convertis la largeur du livre en centimètres, utilise le rapport de

conversion $\dfrac{2,54 \text{ cm}}{1\text{po}}$.

$$\frac{x}{12} = \frac{2,54}{1}$$

$$x = 30,48$$

Le manuel mesure 30,48 cm de large et n'entre pas complètement sur l'étagère.

On pourrait faire d'autres comparaisons entre les unités métriques et impériales, mais les conversions suivantes sont les plus fréquemment utilisées.

Il serait sage d'inscrire ces unités de conversion sur ta fiche-ressource.

1 pouce = 2,54 cm	1 mm = 0,039 4 po
1 pied = 30,48 cm	1 cm = 0,394 po
1 verge = 0,914 4 m	1 m = 39,97 po = 3,28 pi
1 mille = 1,609 km	1 m = 1,09 vg
1 gallon = 4,546 litres	1 km = 0,621 mi
1 livre = 0,454 kg	1 kg = 2,2 lb
$°F = \frac{9}{5}°C + 32$	$°C = \frac{5}{9} * (°F - 32)$

Remarque qu'en comparant les formules des degrés Fahrenheit et Celsius, le numérateur et le dénominateur sont inversés.

Pour éviter des incidents comme celui de Gimli (mentionné au début de la leçon), il doit être clair que le gallon mentionné dans la liste ci-dessus est le gallon impérial. Aux États Unis, c'est le gallon américain qui est utilisé, mais tu n'auras pas à faire de conversions avec le gallon américain.

Exemple 5

Un mécanicien doit faire une réparation qui requiert une mèche de perceuse de 3 mm. Il n'a pas de mèche métrique, mais il a des mèches de diamètres suivants : $\frac{1}{16}$ po, $\frac{1}{8}$ po, et $\frac{3}{16}$ po. Quelle serait la mèche avec le diamètre le plus proche?

Solution :

Convertis 3 mm en pouces d'après le rapport 1 mm = 0,0394 po, en mettant les nouvelles unités au numérateur.

$$\frac{x}{3} = \frac{0{,}039\ 4}{1}$$

$$x = 3 \times 0{,}039\ 4$$

$$x = 0{,}118\ 2$$

La mèche de perceuse doit être aussi près que possible de 0,118 2 pouce. Utilise la division pour convertir les fractions en décimales et faciliter la comparaison.

$$\frac{1}{16}\text{po} = 0{,}062\ 5\text{po}$$

$$\frac{1}{8}\text{po} = 0{,}125\text{po}$$

$$\frac{3}{16}\text{po} = 0{,}187\ 5\text{po}$$

Le meilleur choix serait la mèche de $\frac{1}{8}$ po car 0,118 2 po est le plus près de 0,125 po.

Exemple 6

Une piscine mesure 7 verges et 1 pied de large sur 9 vg de long. Quelles sont ses dimensions en unités métriques? Justifie ta réponse en utilisant le calcul mental.

Solution :

Quand une mesure présente une combinaison d'unités, réécris les valeurs en utilisant une seule unité, puis fais les calculs nécessaires.

Largeur :

Indique la largeur en verges seulement, donc convertis 1 pied en verge. Le rapport de conversion serait $\frac{1 \text{ vg}}{3 \text{ pi}}$.

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{3}$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

$$7 \text{ vg} + 0,\overline{3} = 7,\overline{3} \text{ verges}$$

7 verges 1 pied *égale* $7,\overline{3}$ vg

L'unité métrique la plus appropriée pour convertir serait le mètre. 1 verge = 0,914 4 m

$$\frac{x}{7,\overline{3}} = \frac{0,914\ 4}{1}$$

$$x = 7,\overline{3} \times 0,914\ 4$$

$$x = 6,705\ 6 \text{ m}$$

Longueur :

$$\frac{x}{9} = \frac{0,914\ 4}{1}$$

$$x = 9 \times 0,914\ 4$$

$$x = 8,229\ 6 \text{ m}$$

Les dimensions métriques de la piscine sont d'environ 6,7 m sur 8,2 m.

(Rappelle-toi d'utiliser toutes les décimales dans les calculs et d'arrondir la réponse finale seulement).

Par calcul mental, justifie ta solution, considérant que 1 mètre est légèrement plus long qu'une verge. Donc, les longueurs en cette unité métrique devraient être légèrement plus petites qu'avec l'unité impériale correspondante. Une conversion de 7 vg 1 pi × 9 vg en 6,7 m × 8,2 m semble logique.

Exemple 7

La publicité pour ton hamburger favori dit qu'il contient un quart de livre $\left(\frac{1}{4}\text{ lb}\right)$ de viande. Convertis ce poids en unités métriques. Justifie ta réponse par calcul mental.

Solution :

1 livre = 0,454 kg

$$\frac{x}{0,25} = \frac{0,454}{1}$$

$$x = 0,25 \times 0,454$$

$$x = 0,113\ 5 \text{ kg}$$

Vérifie ta réponse par calcul mental, sachant qu'une livre égale environ la moitié d'un kilogramme. Un quart de livre égalerait environ un quart de la moitié d'un kilogramme.

0,25 × 0,5 = 0,125 (réfléchis bien, la moitié d'une pièce de 25 cents égale 12,5 ¢ ou 0,125 $), donc la réponse de 0,113 5 kg est une réponse logique.

Quand tu parles d'une si petite fraction d'un kilogramme, il serait plus facile de convertir les mesures en grammes. Le préfixe « kilo » signifie un millier, donc il y a 1 000 grammes dans un kilogramme.

$$0,113\ 5 \text{ kg} \times \frac{1\ 000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 113,5 \text{ g}$$

Activité d'apprentissage 3.4

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Tu veux rencontrer tes amis pour un chocolat chaud. Tu es disponible entre 9 h et 15 h. Marc est libre entre 12 h et 14 h. Leah peut s'y rendre entre 10 h et 13 h. À quelle heure pouvez-vous vous rencontrez tous ensemble?
2. Lorsque tu prends un vol international, ta valise ne peut pas dépasser 26 kg. Ton cousin pèse environ 25 kg. Est-ce que la masse de ton cousin pourrait servir de référent?
3. Quel est le PPCM de 4, 6 et 8?
4. Le déplacement vertical (l'élévation) d'une ligne droite est 12 et son déplacement horizontal (la course) est 8. Quelle est la pente (simplifiée) de cette droite?
5. Une voiture « Grand Sport » parcourt une distance de 12,2 km par litre d'essence. Un camion parcourt une distance de 7 100 m par litre d'essence. Laquelle a la meilleure économie d'essence?
6. Complète la régularité : 4, 1, -2, ___, ___.
7. Le rapport d'échelle d'une carte géographique est 1 cm : 10 km. Si la distance entre ta maison et ton école est de 4 mm sur la carte, quelle est la distance réelle qui les sépare?
8. 0,275 4 est-il un nombre rationnel ou irrationnel?

suite

Activité d'apprentissage 3.4 (suite)

Partie B – Les conversions dans le système impérial, et du système impérial au SI

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Le manuel du propriétaire d'une voiture indique que le changement d'huile doit se faire à tous les 5 000 km. À combien de milles cette distance équivaut-elle? Utilise le calcul mental pour déterminer si ta réponse est logique.

2. Tu écoutes une station de radio américaine sur la route en direction de Fargo, Dakota du Nord, pour la fin de semaine. L'annonceur indique que la température à Fargo est de 18 °F. Quelles conditions météorologiques prévois-tu pour ton séjour là-bas?

3. Convertis les valeurs suivantes :

a)	2 m	= _______________	mm
b)	4 pi	= _______________	po
c)	6 vg 2 pi	= _______________	pi
d)	6 vg 2 pi	= _______________	po
e)	7 500 m	= _______________	km
f)	2 milles	= _______________	pi
g)	4,7 cm	= _______________	mm
h)	7 650 cm	= _______________	m
i)	3 520 vg	= _______________	mille
j)	720 000 cm	= _______________	km

4. Convertis les valeurs suivantes. (Attention aux unités si tu fais des opérations avec le volume ou l'aire.)

   a) Convertis 7 cm^2 en mm^2.

   b) Convertis 432 po^2 en pi^2.

   c) Convertis 3,6 vg^2 en pi^2.

   d) Convertis 55 000 cm^3 en m^3.

Les conversions dans le système métrique

Regarde tes réponses à la question 3 de l'activité d'apprentissage 3.4 à la page précédente. Qu'est-ce que tu remarques au sujet de la conversion dans le système métrique? Une caractéristique distinctive du système métrique est qu'il est basé sur des multiples de 10. Quand on convertit une unité du SI en une autre, on change simplement le préfixe et on déplace la virgule décimale du même nombre d'espaces qu'il y a de zéro dans le multiplicateur.

$$4{,}5 \text{ cm} \times \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = 45 \text{ mm}$$

$$761 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 7{,}61 \text{ mm}$$

$$8\ 850 \text{ m} \times \frac{1 \text{ km}}{1\ 000 \text{ m}} = 8{,}85 \text{ km}$$

$$3{,}97 \text{ kg} \times \frac{1\ 000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 3\ 970 \text{ g}$$

$$355 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1\ 000 \text{ mL}} = 0{,}355 \text{ L}$$

Si tu convertis en une unité plus **G**rande, la virgule décimale se déplace vers la **G**auche, et quand tu convertis en une unité plus petite, la virgule se déplace vers la droite le même nombre de places qu'il y a de zéros dans le multiplicateur.

Dans le système métrique, tu peux facilement convertir des unités en déplaçant la virgule décimale et en changeant les préfixes des unités de longueur, de masse et de volume. Toutefois, ce qui fait la différence entre le système métrique et le système impérial, c'est qu'il y a aussi des liens entre les quantités de volume et de masse!

Si tu mesures 1 ml d'eau, sa masse égale 1 g et son volume, 1 cm^3.

Par conséquent, 1 L d'eau aura une masse de 1 kg. Un mètre cube d'eau aura une masse de 1 tonne [métrique]. Essaie de faire la même chose dans le système impérial! (Ce n'est pas aussi simple.)

Résumé de la leçon

Les erreurs de conversion dans le SI et le système impérial et entre ces deux systèmes n'ont pas toujours des conséquences aussi dramatiques que dans l'incident de l'avion à Gimli, mais les passagers sur ce vol auraient sans doute préféré que le pilote et l'équipage aient fait plus attention en faisant leurs calculs ce jour fatidique! S'ils avaient appliqué les bons rapports de conversion et utilisé le calcul mental pour vérifier l'exactitude de leurs calculs, cette catastrophe aurait pu être évitée. Les applications des habiletés que tu apprends dans ces leçons peuvent se révéler extrêmement utiles dans l'avenir. Elles te serviront dans les prochaines leçons quand tu résoudras des problèmes comportant des mesures d'aire et de volume d'objets en 3D en unités du SI et du système impérial.

Devoir 3.3

Conversion d'unités de mesure

Total : 20 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Convertis les valeurs suivantes : *(12 points)*

   750 mL = _________________ L

   0,35 kg = _________________ g

   77 po = _________________ cm

   5 gal = _________________ L

   66 531 pi = _________________ mi

   3 vg 2 po = _________________ po

   2 pi^3 = _________________ po^3

2. Un nouveau-né pèse 3,5 kg. Quelle est sa masse en livres? Explique comment tu as utilisé le calcul mental pour déterminer si ta réponse est logique. *(4 points)*

3. Le sommet du mont Everest est à 8 840 m d’altitude (au-dessus du niveau de la mer). À combien de milles cette altitude équivaut-elle?
(4 points)

Leçon 4 – Le volume de prismes et de pyramides

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ déterminer le volume de prismes droits et de pyramides droites à partir d'objets ou de diagrammes
- ❑ déterminer une dimension inconnue d'un prisme ou d'une pyramide de volume connu
- ❑ décrire la relation entre le volume d'une pyramide et celui d'un prisme ayant la même base et la même hauteur
- ❑ résoudre des problèmes contextuels basés sur des objets composés en 3D (des objets composés sont formés de plus d'une forme 3D)

Introduction

Dans la leçon 1, tu as examiné comment les mesures linéaires peuvent servir à calculer l'aire et le volume d'objets tridimensionnels (objets solides ayant une longueur, une largeur et une hauteur). La leçon 4 s'appuie sur ces notions et tu pourras trouver des formules pour calculer le volume de prismes et de pyramides.

Tu devrais ajouter les formules du volume d'un prisme, du volume d'une pyramide et de l'aire de différents polygones à mesure que tu avanceras dans cette leçon. Quand tu écris ces formules, assure-toi que tu connais la signification de chaque symbole, et à quoi correspond chaque formule.

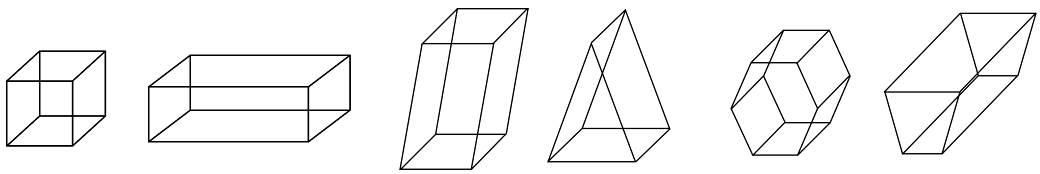
Le volume

Le volume de ta musique préférée est mesuré en décibels, mais en mathématiques, la définition de **volume est l'espace occupé par un objet en 3 dimensions**. C'est le nombre de cubes (ou de parties de cubes) qu'il faut pour remplir un objet. Le volume est mesuré en unités au cube, p. ex., cm^3, po^3 ou pieds cubes (pi^3), pour ne nommer que celles-là.

Le volume de prismes

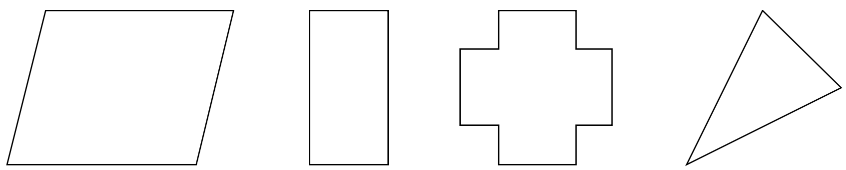
Un prisme est une figure (solide) à trois dimensions dont deux côtés (ou faces) de même taille se font face et sont des polygones (les bases); les autres faces latérales sont des parallélogrammes (les parallélogrammes sont des figures à 2 dimensions, ayant 4 côtés, leurs côtés opposés sont parallèles l'un à l'autre).

Exemples :



Note : un polygone est une figure 2D, plane, formée d'au moins 3 segments de droite

Exemples :



La leçon 4 porte principalement sur les prismes droits, dont la base est perpendiculaire aux autres faces. Il est important de comprendre que la base n'est pas nécessairement le bas du prisme – c'est la forme qui reste constante sur toute la hauteur de l'objet. Dans les prismes rectangulaires illustrés ci-dessus, toute paire de côtés parallèles peut être considérée comme la base, mais dans un prisme triangulaire, la base correspond aux faces triangulaires, et les rectangles sont les faces latérales.

Dans la leçon 1, tu as calculé le volume d'un solide rectangulaire en multipliant les trois dimensions de l'objet.

$$V = Longueur \times Largeur \times Hauteur = L \times l \times h$$

Cette formule ne fonctionne pas pour les primes triangulaires, ou les prismes ayant des formes différentes comme le prisme hexagonal illustré ci-dessus.

La définition d'un prisme est déterminée par la forme de la base et la hauteur ou la longueur des faces. La formule devrait en tenir compte.

Rappelle-toi que dans un prisme rectangulaire, la formule pour déterminer l'aire de la base est :

$$A = L \times l$$

On multiplie ensuite par la hauteur du prisme pour calculer le volume.

$$V = (L \times l) \times h$$

La formule peut être réécrite comme suit :

$$V = (\text{aire de la base}) \times (\text{hauteur})$$

ou

$$V = Bh$$

où B = aire de la base, et h égale la hauteur du prisme.

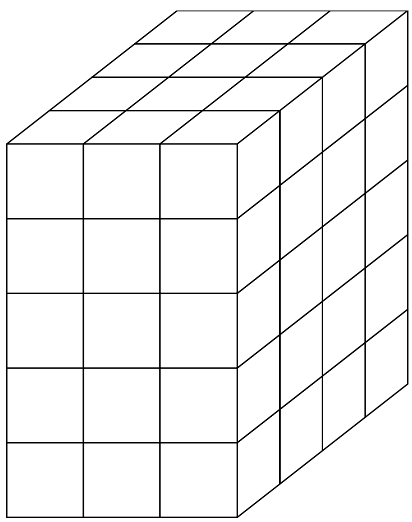
Cette formule fonctionne pour les prismes avec une base en polygone de n'importe quelle forme. Il serait utile de noter cette formule sur ta fiche-ressource.

Exemple 1

Une entreprise d'entreposage empile des boîtes à raison de 3 boîtes de large, 4 boîtes de profondeur et 5 rangées de hauteur. Quel nombre de boîtes correspond au volume de cet empilement?

Solution :

Dessine un diagramme de cette situation.



La base de cette pile contient 3 × 4, soit 12 boîtes.

$$B = 3 \times 4$$

$$B = 12$$

La hauteur de la pile est de 5 boîtes, donc le volume peut être calculé ainsi :

$$V = Bh$$

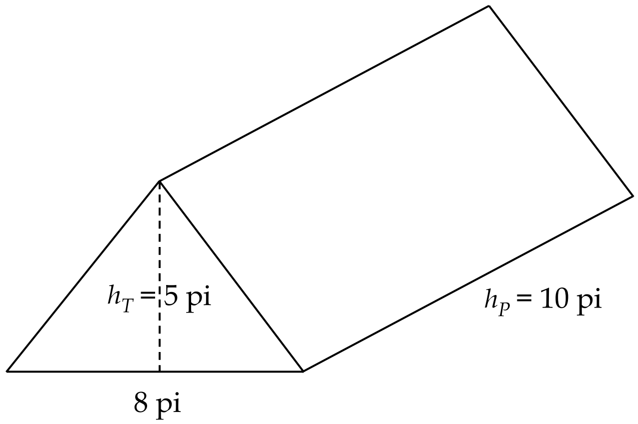
$$V = 12(5)$$

$$V = 60$$

La pile contient 60 boîtes.

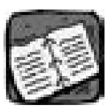
Exemple 2

Une minitente a une base triangulaire de 8 pieds de large, 5 pieds de haut et 10 pieds de long. Détermine le volume de l'espace à l'intérieur de la tente.



Solution :

Même si la forme triangulaire de la tente est sur l'avant, ce côté est considéré comme la base de la tente, car c'est la forme qui est constante sur toute la longueur de la tente.



Il serait sage de noter cette formule sur ta fiche-ressource.

La formule de l'aire d'un triangle est

$$A = \frac{bh_T}{2}$$

où h_T est la hauteur de la base du triangle.

$$A = \left(\frac{5 \times 8}{2}\right)$$

$$A = 20$$

L'aire de la base est 20 pi^2.

Le volume de la tente est alors calculé comme suit :

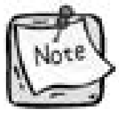
$$V = Bh_P$$

où h_P est la hauteur du prisme

$$V = 20(10)$$

$$V = 200$$

La tente a un espace intérieur de 200 pieds cubes, ou 200 pi^3.



Note: Le terme hauteur est utilisé dans les calculs de l'aire de la base et du volume du prisme, mais dans chaque cas, il représente une valeur différente. Assure-toi d'utiliser la valeur correcte dans chaque partie de la formule.

Exemple 3

Calcule le volume d'un prisme rectangulaire dont la base mesure 10 pouces sur 12 pouces et qui a une hauteur de 15 pouces.

Solution :

$V = Bh$

$V = (10 \times 12)15$

$V = 120 \times 15$

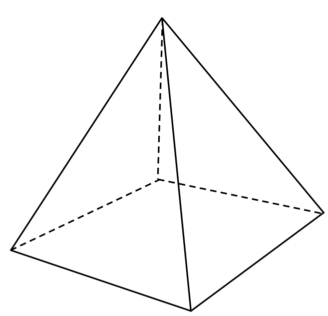
$V = 1\ 800$

Le volume de ce prisme est de 1 800 pouces cubes.

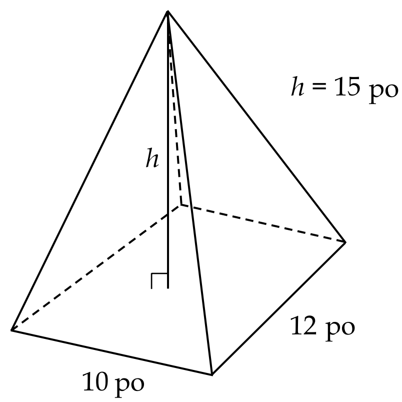
Le volume de pyramides

Dans un prisme, la forme de la base reste constante sur toute la hauteur de l'objet. Une pyramide est une figure dont la forme de la base se réduit à un simple point sur toute la hauteur de la figure. **La base d'une pyramide est un polygone et ses faces latérales sont des triangles qui partagent un même sommet.**

Exemple :



Une pyramide rectangulaire dont la base mesure 10 po sur 12 po, et la hauteur, 15 po, a un volume de 600 pouces cubes.



Compare cet exemple à l'exemple précédent, où tu as calculé le volume d'un prisme rectangulaire ayant les mêmes dimensions. Qu'est-ce que tu remarques?

$$1\,800 \div 3 = 600$$

Le volume d'une pyramide est exactement le tiers du volume d'un prisme ayant les mêmes dimensions. Sachant cela, tu peux conclure que la formule du volume d'une pyramide est :

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

où B est l'aire de la base de la pyramide, et h est la hauteur perpendiculaire à partir du sommet de la pyramide jusqu'à sa base.

Il serait sage de noter cette formule sur ta fiche-ressource.

Exemple 4

La Grande pyramide de Giza près du Caire, en Égypte, mesure 755 pieds le long des bords de sa base carrée, et 481 pieds de hauteur. Quel volume de roc contient cette pyramide? (Ignore les volumes relativement petits des salles et galeries qui ont été creusées à l'intérieur.)

Solution :

L'aire de la base carrée égale :

$$A = L \times l$$

$$A = 755 \times 755$$

Alors $B = 755^2$

Le volume d'une pyramide avec une base carrée est calculé ainsi :

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$V = \frac{1}{3} \times \left(755^2\right) \times 481$$

$$V = 91\ 394\ 008{,}33$$

Le volume de roc contenu dans la pyramide dépasse les 91 millions de pieds cubes!

En notation scientifique, on peut écrire cette réponse ainsi : $9{,}139\ 4 \times 10^7$ pieds cubes.

En utilisant le rapport de conversion de 1 vg^3 = 27 pi^3, ce volume peut être converti en verges cubes :

$$91\ 394\ 008{,}33 \text{ pi}^3 \times \frac{1 \text{ vg}^3}{27 \text{ pi}^3} = 3\ 384\ 963{,}271 \text{ verges cubes, ou } 3{,}385 \times 10^6 \text{ vg}^3.$$

Exemple 5

Une épicerie présente des oranges disposées en une pyramide de 1 mètre cube, avec une base carrée de 1,5 m de côté. Quelle est la hauteur de la pyramide?

Solution :

Dans cette question, on donne le volume et on te demande de trouver la dimension qui manque, ici, la hauteur de la pyramide.

Écris la formule en substituant toutes les valeurs connues et trouve la dimension inconnue.

$$V = \frac{1}{3}Bh, \text{ où } B = 1{,}5^2$$

$$1 = \frac{1}{3}\left(1{,}5^2\right)h$$

$$1 = 0{,}75h$$

$$h = \frac{1}{0{,}75}$$

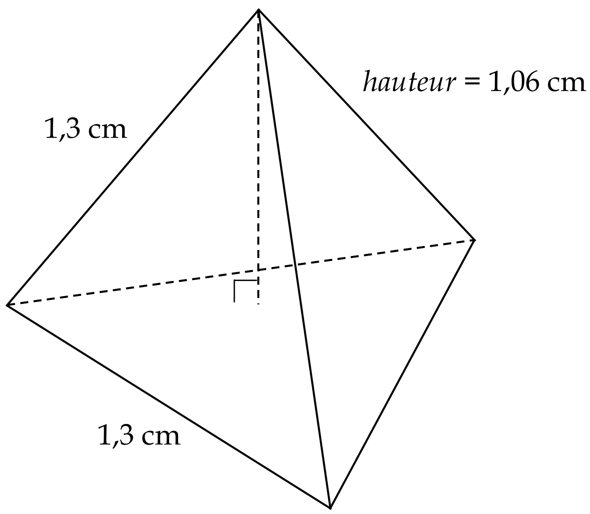
$$h = 1{,}\overline{3}$$

La hauteur de la pyramide est 1,3 m.

Exemple 6

Pour jouer à des jeux de société, on utilise généralement un dé à six côtés. Il est possible d'utiliser un dé à 4 côtés s'il est formé d'une pyramide avec des triangles équilatéraux pour sa base et ses faces. Dessine un diagramme de ce type de dé et calcule son volume si les triangles sont de 1,3 cm de côté, et la hauteur de la pyramide égale 1,06 cm.

Solution :



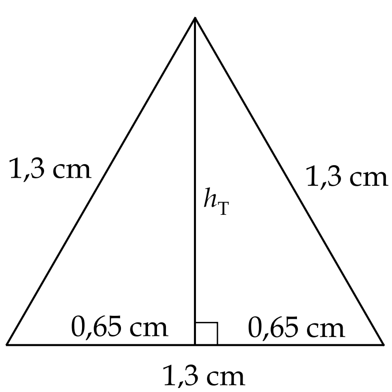
Une pyramide triangulaire formée de triangles équilatéraux congruents pour chacune de ses faces est appelée un tétraèdre. La formule de son volume est :

$$V = \frac{1}{3}Bh_P \text{ où } h_p \text{ est la hateur de la pyramide}$$

Dans ce cas, la base est un triangle, et la formule de l'aire d'un triangle est :

$$A = \frac{bh_T}{2} \text{ où } h_T \text{ est la hauteur du triangle}$$

Considère une face du tétraèdre et détermine son aire.



La base du triangle équilatéral est de 1,3 cm, et sa hauteur, *x*, peut être calculée à l'aide du théorème de Pythagore.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$${h_T}^2 + 0,65^2 = 1,3^2$$

$${h_T}^2 = 1,3^2 - 0,65^2$$

$${h_T}^2 = 1,267\ 5$$

$$h_T = \sqrt{1,267\ 5}$$

$$h_T = 1,125\ 833\ 025$$

Donc l'aire de la base égale :

$$A = \frac{bh}{2}$$

$$A = \frac{(1,3)(1,125\ 833\ 025)}{2}$$

$$A = 0,731\ 791\ 466\ 2$$

L'aire de la base triangulaire est de 0,731 791 466 2 cm^2.

N'oublie pas d'utiliser toutes les décimales dans les calculs et d'arrondir seulement tes réponses finales.

Le volume du dé à 4 côtés est :

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

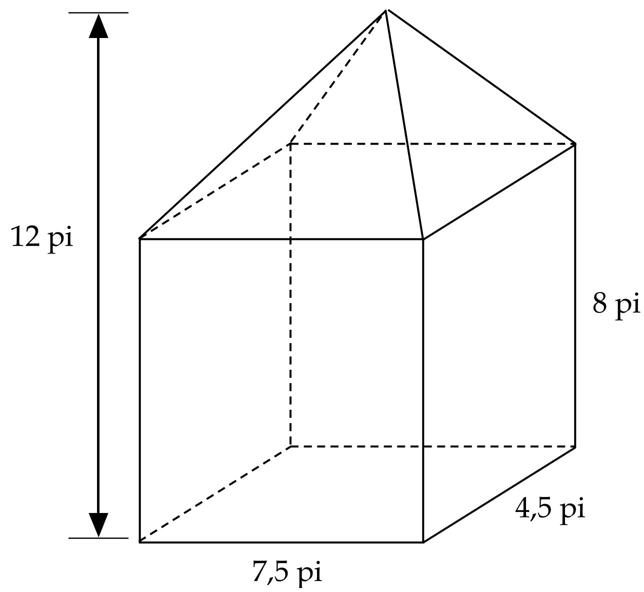
$$V = \frac{1}{3}(0,731\ 791\ 466\ 2)(1,06)$$

$$V = 0,258\ 566\ 318$$

Le volume du dé égale environ 0,26 cm^3.

Exemple 7

Une remise à outil a la forme ci-dessous. Détermine l’espace de stockage à l’intérieur de la remise.



Solution :

Cet objet est composé d’un prisme rectangulaire et d’une pyramide rectangulaire. Calcule le volume des deux espaces et combine-les.

Prisme

$V = Bh$

La base est rectangulaire, donc son aire égale :

$$B = L \times l$$

$$B = 7{,}5 \times 4{,}5$$

$$B = 33{,}75$$

donc

$$V = 33{,}75 \times 8$$

$$V = 270 \text{ pi}^3$$

Pyramide

La pyramide a une base de même forme que le prisme, donc son aire égale aussi 33,75 pi^2.

La hauteur du toit est la différence entre la hauteur totale et la hauteur du prisme, soit 12 – 8 = 4 pi.

Le volume de la pyramide est :

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$V = \frac{1}{3}(33{,}75)(4)$$

$$V = 45$$

Volume total = 270 + 45

Volume total = 315 pi^3

La remise a un espace de stockage de 315 pieds cubes.

Activité d'apprentissage 3.5

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Tu commences ton nouvel emploi et tu veux t'assurer d'y arriver à temps. Il te faut 20 minutes à vélo de chez toi jusqu'au travail. Tu veux y arriver 15 minutes avant de commencer. Il te faut 30 minutes pour te préparer le matin. Si ton quart de travail commence à 10 h du matin, à quelle heure dois-tu te lever?
2. Places les nombres suivants en ordre croissant : 0,53; 29 %; 0,045; 0,13 et 78 %.
3. Complète le théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 =$ __.
4. Le diamètre d'un dollhuard est 2,5 cm. Convertis sa taille en pouces.

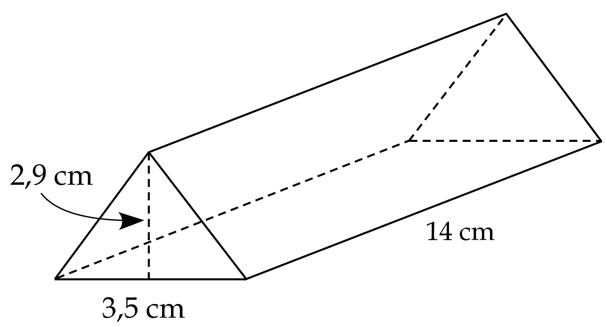
suite

5. Simplifie $-6c^{\frac{1}{4}}$.
6. Quel est le déplacement vertical (élévation) d'une droite qui a une pente de 2 et un déplacement horizontal (course) de 2?
7. Quel est le PGFC de 14 et 18?
8. Réduis $\frac{54}{27}$.

Partie B – Le volume de prismes et de pyramides

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Une tablette de chocolat en forme de prisme triangulaire mesure 14 cm de long. Sa base triangulaire mesure 3,5 cm de long et 2,9 cm de haut. Calcule le volume de chocolat contenu dans cette tablette.

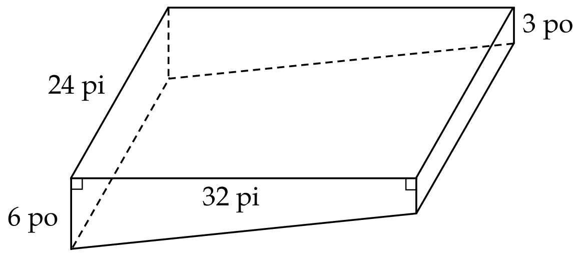


2. Dessine une pyramide rectangulaire ayant un volume de 0,094 3 mm^3 et étiquette-la en indiquant les dimensions de sa base, soit 0,35 mm sur 0,47 mm. Détermine sa hauteur.

suite

Activité d'apprentissage 3.5 (suite)

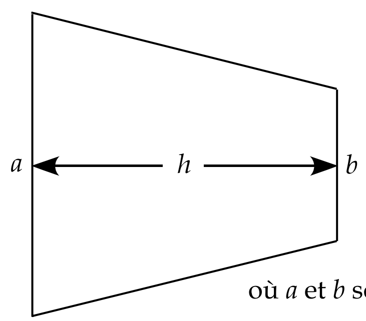
3. Le plancher de béton d'un garage a la forme trapézoïdale ci-dessous.



Si le béton coûte 95,75 $ la verge cube, combien l'entrepreneur doit-il s'attendre à payer pour le béton?

Note : Assure-toi que toutes les mesures sont dans la même unité avant de les utiliser dans tes calculs (conseil : convertis les pouces en pieds).

La formule de l'aire d'un trapèze est la moitié de la somme des longueurs des deux côtés parallèles multipliée par la hauteur entre eux.



où *a* et *b* sont parallèles

$$A = \frac{1}{2}(a+b)h_T$$

Il serait utile de noter cette formule sur ta fiche-ressource.

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as utilisé des formules pour calculer le volume d'un prisme ou d'une pyramide, et tu as trouvé la valeur d'une dimension inconnue à partir d'un volume connu. Tu as identifié la relation entre le volume d'un prisme et celui d'une pyramide ayant les mêmes dimensions. Dans la prochaine leçon, tu détermineras l'aire totale de prismes et de pyramides.

Notes

Devoir 3.4

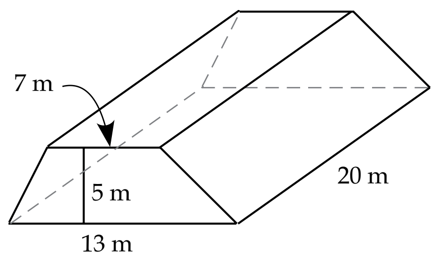
Volume de prismes et de pyramides

Total : 8 points

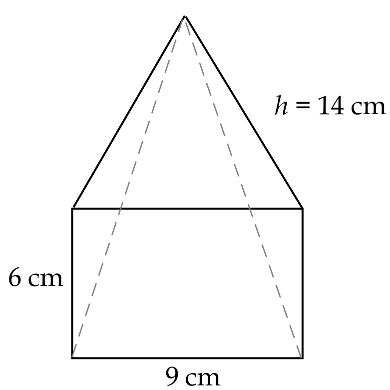
Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Trouve le volume des solides suivants.

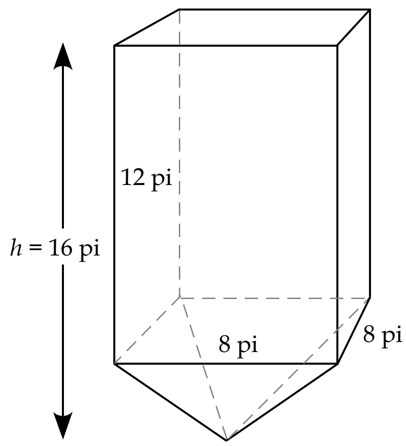
   a) *(3 points)*



   b) *(2 points)*



2. Un silo à grain a la forme suivante. Trouve son volume. *(3 points)*



Leçon 5 – L’aire de prismes et de pyramides

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ déterminer l’aire latérale et l’aire totale d’un prisme ou d’une pyramide à partir d’objets ou de diagrammes
- ❑ déterminer une dimension inconnue d’un prisme ou d’une pyramide dont l’aire totale est connue
- ❑ résoudre des problèmes contextuels basés sur des objets 3D composés (les objets composés sont formés d’au moins deux formes 3D)

Introduction

Si tu as déjà emballé un cadeau avec du papier, tu as couvert la surface totale d’un objet à trois dimensions. Si tu as peint l’extérieur d’une maison, tu as recouvert ses surfaces latérales de couleur. Dans cette leçon, tu verras la définition de l’aire totale et de l’aire latérale, et tu trouveras les formules pour calculer les aires de prismes droits et de pyramides droites.

Dans cette leçon, tu exploreras les formules des aires de surface latérale et totale de prismes et de pyramides. Tu devrais noter ces formules sur ta fiche-ressource. Assure-toi de savoir à quoi est censée servir chaque formule en identifiant chaque formule (aire totale d’un prisme, aire totale d’une pyramide, aire latérale).

L’aire

L’aire d’un objet 3D est la somme des aires de toutes ses faces. Elle peut être définie de deux façons : l’aire totale ou l’aire latérale. Elle est exprimée en unités au carré.

L’aire latérale

Le mot latéral signifie « de côté ». L’aire latérale désigne l’aire des faces seulement, excluant l’aire de la base ou des bases, selon le cas.

Dans une pyramide : l’aire latérale inclut l’aire des faces triangulaires, mais pas celle de la base.

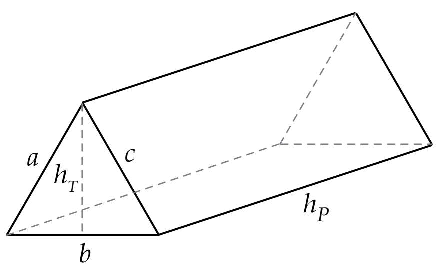
Dans un prisme : l'aire latérale inclut l'aire de toutes les faces rectangulaires, mais pas celle des extrémités.

L'aire totale

L'aire totale d'un objet 3D est la somme des aires de toutes les faces, y compris les extrémités ou la base.

L'aire de prismes

L'aire latérale de ce prisme triangulaire est la somme des aires des trois faces rectangulaires. Les aires de ces faces seraient les suivantes : ah, bh et ch, où h est la hauteur du prisme.



Aire latérale A_L = somme des aires des faces

$$A_L = ah + bh + ch$$

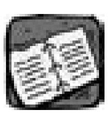
Si tu isoles le facteur commun, h, de chacun des termes, il te reste :

$$A_L = (a + b + c)h$$

Le périmètre (P) de la base triangulaire de ce prisme égale $a + b + c$, donc remplace-le par P dans la formule :

$$A_L = Ph$$

où P est le périmètre de la base, et h est la hauteur du prisme.



Il serait utile de noter cette formule sur ta fiche-ressource.

L'aire totale de prismes est égale à la somme de l'aire latérale et de l'aire des deux bases.

La base de ce prisme est un triangle. La formule de l'aire d'un triangle est $\frac{bh_T}{2}$, où b est la longueur de la base du triangle, et h_T est la hauteur perpendiculaire du triangle. Si B est l'aire de la base, $B = \frac{bh_T}{2}$.

Un prisme a deux bases à ses extrémités, donc ajoute $2B$ à la formule de l'aire latérale pour avoir l'aire totale (A_T) du prisme

$$A_T = A_L + 2B \text{ ou}$$

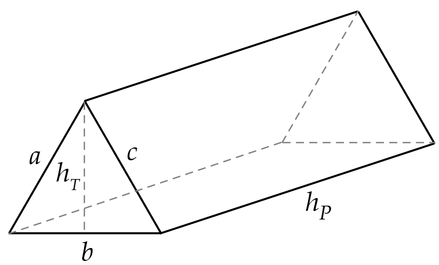
$$A_T = Ph + 2B$$

où P est le périmètre de la base, h est la hauteur du prisme et B est l'aire de la base.

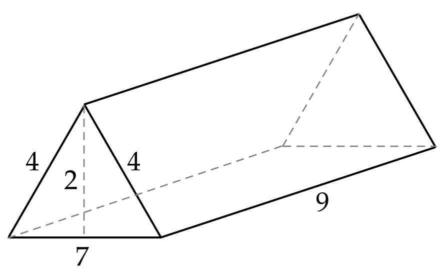
Il serait utile de noter cette formule sur ta fiche-ressource.

Exemple 1

D'après le diagramme ci-dessous, remplace les variables par les valeurs suivantes : $a = 4$, $b = 7$, $c = 4$, $h_T = 2$, et $h_P = 9$, et calcule l'aire latérale et l'aire totale du prisme.



Solution :



La formule de l'aire latérale d'un prisme est :

$$A_L = Ph,$$

où P est le périmètre de la base et h est la hauteur du prisme.

$$A_L = (4 + 7 + 4) \times 9$$

$$A_L = 15 \times 9$$

$$A_L = 135 \text{ unités carrées}$$

Note : S'il n'y a aucune unité mentionnée, utilise le terme général « unité » dans ta réponse.

La formule de l'aire totale d'un prisme est :

$A_T = Ph + 2B$,

où P est le périmètre de la base, h est la hauteur du prisme et B est l'aire de la base. Utilise la formule appropriée pour calculer l'aire de la base.

L'aire d'un triangle est calculée comme suit : $A = \dfrac{bh}{2}$.

$$A_T = Ph + 2B$$

$$A_T = (4+7+4)(9) + 2 \times \frac{(7)(2)}{2}$$

$$A_T = 135 + 14$$

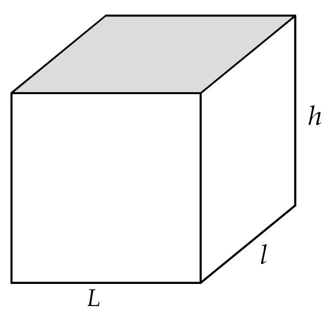
$$A_T = 149$$

L'aire totale de ce prisme triangulaire est de 149 unités^2.

Un rappel que s'il n'y a pas d'unité de mesure spécifiée, on écrit unités^2 ou unités^3 pour qu'il soit clair qu'il s'agit d'une mesure d'aire ou de volume.

Exemple 2

Pour un prisme rectangulaire, explique comment faire pour appliquer la formule de l'aire latérale d'un prisme.



Solution :

La base de ce prisme est formée des côtés du rectangle, dont l'aire égale $L \times l$.

L'aire latérale serait la somme des aires de deux côtés où chaque aire égale *largeur* × *hauteur* ($l \times h$), et la somme des aires des deux autres côtés où chaque aire égale *Longueur* × *hauteur* ($L \times h$).

$A_L = 2(lh) + 2(Lh)$

En isolant h (*hauteur*) on obtient

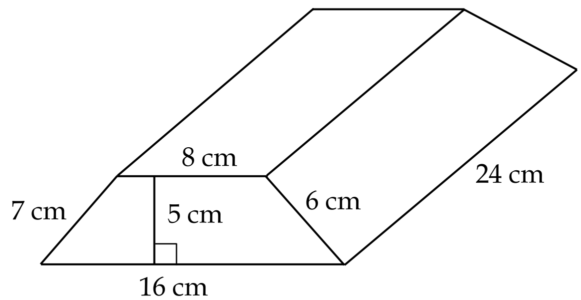
$A_L = (2l + 2L)h$

Puisque le périmètre de la base de ce prisme se calcule ainsi : $2l + 2L$, alors $A_L = Ph$, où P est le périmètre de la base et h est la hauteur du prisme.

Cette formule $A_L = Ph$ fonctionne pour tous les prismes droits avec une base en forme de polygone régulier.

Exemple 3

Détermine l'aire latérale (A_L) et l'aire totale (A_T) du prisme trapézoïdal suivant.



Solution :

$A_L = Ph$

$A_L = (7 + 8 + 6 + 16) \times 24$

$A_L = 888$

L'aire latérale égale 888 cm².

$A_T = Ph + 2B$

La formule pour déterminer l'aire d'un trapèze est $A = \left[\frac{1}{2}(a+b)h_T\right]$, où a et b sont les longueurs des deux côtés parallèles et h_T est la hauteur du trapèze.

$$A_T = (7 + 8 + 6 + 16) \times 24 + 2 \times \left[\frac{1}{2}(8 + 16)5\right]$$

$$A_T = 888 + 2 \times 60$$

$$A_T = 888 + 120$$

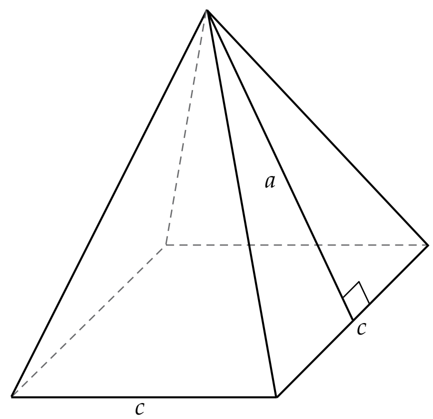
$$A_T = 1\ 008$$

L'aire totale est de 1 008 cm².

L’aire de pyramides

Les surfaces latérales d’une pyramide sont des triangles. La hauteur de la face en pente s’appelle apothème (a). Pour calculer l’aire de ces faces, tu dois connaitre l’apothème. L’aire de chaque face est $A = \frac{ca}{2}$, où a est l’apothème du triangle.

Pyramide à base carrée



Les quatre faces triangulaires seront congruentes (les mêmes).

$$A_L = 4\left(\frac{ca}{2}\right)$$

$$A_L = \frac{4ca}{2}$$

Le périmètre, P, de la base de cette pyramide égale $4c$, donc $4c = P$.

$$A_L = \frac{Pa}{2}$$

$$A_L = \frac{1}{2}Pa$$

où P est le périmètre de la base et a est l’apothème.

Il serait utile de noter cette formule sur ta fiche-ressource.

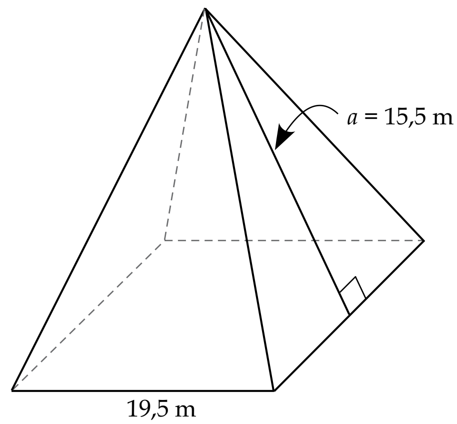
L’aire totale inclura la base carrée, où $B = c^2$.

$$A_T = \frac{1}{2}Pa + B,$$ où B est l’aire de la base

Il serait utile de noter cette formule sur ta fiche-ressource.

Exemple 4

Détermine l'aire latérale et l'aire totale de cette pyramide à base carrée.



Solution :

$$A_L = \frac{1}{2} Pa$$

$$A_L = \frac{1}{2}(19,5 \times 4)(15,5)$$ (Puisque la base est un carré, le périmètre est 19,5 × 4.)

$$A_L = \frac{1}{2}(1\ 209)$$

$$A_L = 604,5$$

L'aire latérale égale 604,5 m².

$$A_T = \frac{1}{2} Pa + B$$

$$A_T = 604,5 + 19,5^2$$

$$A_T = 984,75$$

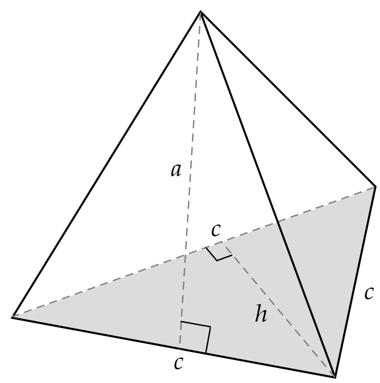
L'aire totale de cette pyramide est 984,75 m².

Exemple 5

Montre comment les formules suivantes s'appliquent à une pyramide dont la base est un triangle équilatéral si P est le périmètre de la base, a, l'apothème et B, l'aire de la base.

$$A_L = \frac{1}{2}Pa$$

$$A_T = \frac{1}{2}Pa + B$$



Solution :

L'aire latérale de cette pyramide correspond à la somme des aires de trois triangles congruents. L'aire d'un de ces triangles est $A = \frac{ca}{2}$.

$$A_L = 3\left(\frac{ca}{2}\right)$$

$$A_L = \frac{3ca}{2}$$ Le périmètre, P, de la base triangulaire est $3c$, alors $3c = P$.

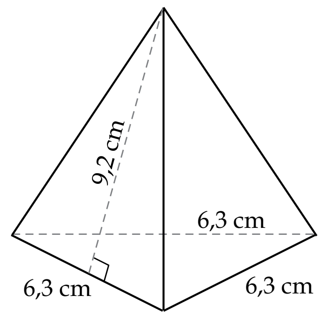
$$A_L = \frac{Pa}{2}$$

$$A_L = \frac{1}{2}Pa$$ P est le périmètre de la base et a est l'apothème.

L'aire totale inclut l'aire de la base triangulaire, et sachant que l'aire de la base est $B = \frac{ch}{2}$, l'aire totale est $A_T = \frac{1}{2}Pa + B$, où B est l'aire de la base.

Exemple 6

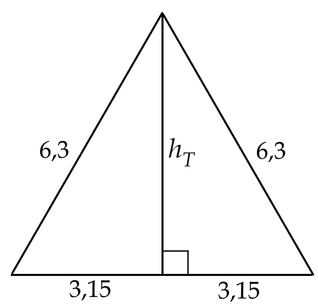
Détermine l'aire totale (A_T) de cette pyramide triangulaire.



Solution :

$$A_T = \frac{1}{2}Pa + B$$

Le périmètre de la base est 6,3 × 3 et l'apothème est 9,2 cm. Pour déterminer l'aire de la base, tu dois d'abord calculer la hauteur (h_T) du triangle de base. La base est un triangle équilatéral, donc la hauteur peut être déterminée à l'aide du théorème de Pythagore.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$h_T{}^2 + 3{,}15^2 = 6{,}3^2$$

$$h_T{}^2 = 6{,}3^2 - 3{,}15^2$$

$$h_T{}^2 = 29{,}767\ 5$$

$$h_T = 5{,}455\ 960\ 044$$

$$A_T = \frac{1}{2}(3 \times 6{,}3)(9{,}2) + \left(\frac{6{,}3 \times 5{,}455\ 960\ 044}{2}\right)$$

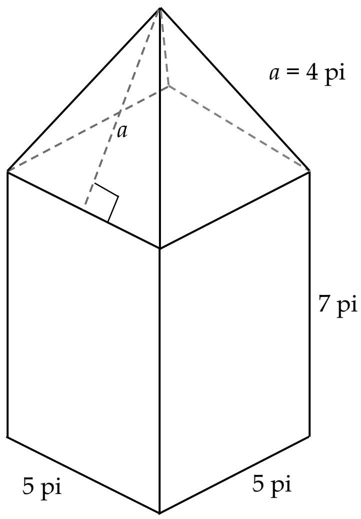
$$A_T = 86{,}94 + 17{,}186\ 274\ 14$$

$$A_T = 104{,}126\ 274\ 1$$

L'aire totale de cette pyramide est d'environ 104 cm^2.

Exemple 7

Tu as une nouvelle maisonnette dans un arbre (voir le diagramme ci-dessous). Tu as un contenant de peinture de 2 L pour la finition du bois sur le toit et les murs extérieurs de la maisonnette. Si 1 L de peinture couvre environ 10 verges carrées, auras-tu assez de peinture? (Supposons qu'il n'y a pas encore de fenêtre ni de porte).



Solution :

Tu dois déterminer l'aire latérale de l'objet composé.

$$A_{L\text{pyramide}} = \frac{Pa}{2}$$

$$A_L = \frac{(4 \times 5)(4)}{2}$$

$$A_L = 40$$

L'aire latérale du toit est de 40 pi^2.

$$A_{L\text{prisme}} = Ph$$

$$A_L = (4 \times 5)(7)$$

$$A_L = 140$$

L'aire latérale des murs égale 140 pi^2.

L'aire latérale combinée est : 140 + 40 = 180 pi^2.

Il y a 9 pi^2 en 1 vg^2, donc 180 pi^2 $\times \dfrac{1 \text{ vg}^2}{9 \text{ pi}^2}$ = 20 vg^2.

2 L de peinture peuvent couvrir 20 vg^2, donc tu devrais avoir assez de peinture pour la maisonnette.

Dans les leçons 4 et 5, tu as utilisé les formules suivantes :

Prisme

$V = Bh$

$A_L = Ph$

$A_T = Ph + 2B$

Pyramide

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$A_L = \frac{1}{2}Pa$$

$$A_T = \frac{1}{2}Pa + B$$

où B est l'aire de la base

P est le périmètre de la base

h est la hauteur du prisme ou de la pyramide

a est lapothème

Les formules pour l'aire de bases en forme de polygones sont les suivantes :

Carré : $A = c^2$

Rectangle : $A = L \times l$

Triangle : $A = \frac{bh}{2}$

Trapèze : $A = \frac{1}{2}(a + b)h$

Parallélogramme : $A = bh$

Il serait utile de noter ces formules sur ta fiche-ressource.

Assure-toi de bien faire la différence entre *a*, la mesure de l'apothème, et *a*, la mesure d'une base dans un trapèze.

Activité d'apprentissage 3.6

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Simplifie $\frac{12}{26}$
2. Simplifie $\frac{24}{52}$
3. Écris 46,1 % en nombre décimal.
4. Il y a 8 billes dans un sac. Les billes sont de couleur rouge, jaune ou bleue. S'il y a quatre billes rouges et une bille jaune, combien de billes sont bleues?
5. Le côté d'un cube mesure 3 cm de long. Quel est son volume?
6. Quelle est l'aire totale du cube de la question 5?
7. Tu compares le prix de deux sortes de lotions au magasin. La lotion parfumée au citron coûte 3,00 $ pour un contenant de 60 ml; celle à la vanille coûte 6,00 $ pour 100 ml. Quelle lotion est la moins chère du millilitre?
8. Tu as un horaire chargé. Tu joues au soccer tous les soirs du dimanche, mardi et jeudi. Tu as des leçons de musique en soirée chaque samedi. Tu as également des leçons de natation le lundi soir. Durant quelles soirées n'as-tu pas d'activités?

suite

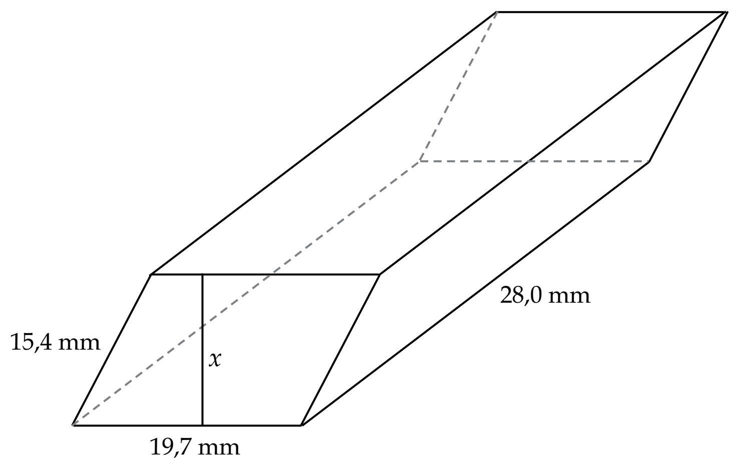
Activité d'apprentissage 3.6 (suite)

Partie B – L'aire de prismes et de pyramides

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Le célèbre musée du Louvre de Paris, en France, comporte une pyramide carrée en verre au-dessus de l'entrée principale. La pyramide mesure 35,42 m de largeur, 21,64 m de hauteur et a un apothème de 27,96 m. Calcule l'aire latérale de la pyramide de verre.

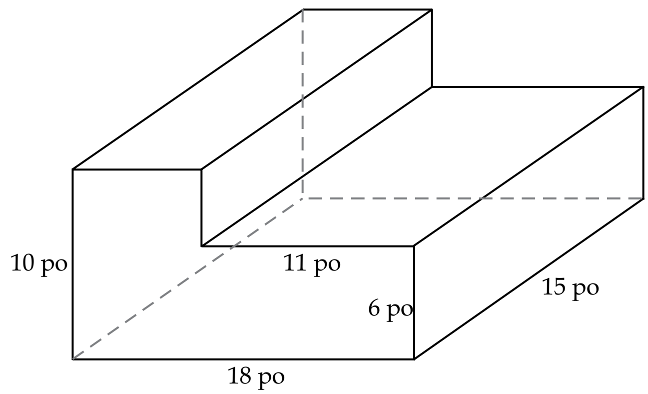
2. L'aire totale du prisme ci-dessous avec sa base en forme de parallélogramme est de 2 501,44 mm^2. Détermine la hauteur du parallélogramme (la base du prisme).



suite

Activité d'apprentissage 3.6 (suite)

3. Trouve l'aire totale de l'objet 3D suivant. Indique ta réponse finale :
   a) en notation scientifique (po^2);
   b) en pi^2.



Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as exploré comment calculer l'aire latérale et l'aire totale de prismes et de pyramides. Tu as appliqué les formules à des objets en 3D ayant une base de diverses formes, et trouvé des dimensions inconnues. Dans la prochaine leçon, tu exploreras les formes 3D circulaires.

Devoir 3.5

Aire de prismes et de pyramides

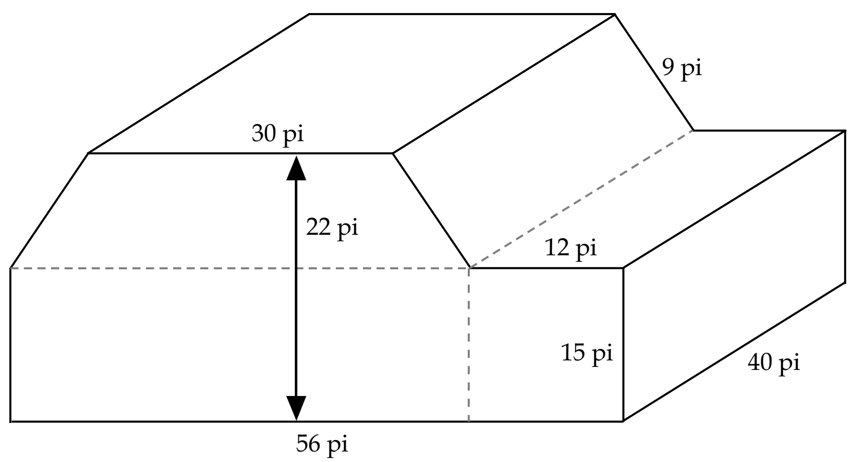
Total : 25 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Trouve un objet en forme de prisme rectangulaire. Il peut s'agir d'un dé à jouer, d'une boîte à crayons, d'un contenant de nourriture, d'une boîte de papiers-mouchoirs, d'un manuel ou d'un objet plus gros, comme un matelas ou une boîte en carton. Mesure les dimensions de l'objet aussi précisément que possible. Dessine l'objet et étiquette le diagramme en indiquant ses mesures; précise bien les unités que tu as utilisées. Détermine son volume et son aire totale. Inclus ton diagramme et inscris les formules utilisées. Montre tes calculs. *(10 points)*

2. L'aire latérale d'une pyramide est 1,111 293 × 10^5 m^2. Si sa base est un triangle équilatéral avec des côtés d'une longueur de 237 m, détermine l'apothème. *(5 points)*

3. Une grange a un toit en croupe, et une aire de stockage en annexe. Détermine l'aire totale en verges carrées si la ligne du toit forme un trapèze régulier. *(10 points)*



Leçon 6 – Les sphères, les cylindres et les cônes

Objectifs de la leçon

Dans ce module, tu apprendras à

- ❑ déterminer l'aire et le volume d'une sphère, d'un cône et d'un cylindre à partir d'objets ou de diagrammes
- ❑ déterminer une dimension inconnue d'un objet 3D circulaire lorsque son aire ou son volume est connu
- ❑ résoudre des problèmes contextuels qui comportent l'aire ou le volume d'un objet composé, d'après son diagramme.

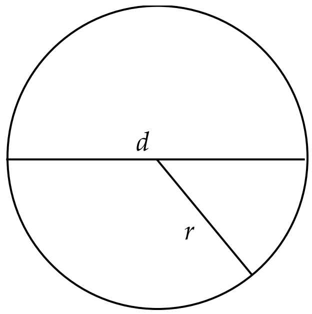
Introduction

Les sphères, les cylindres et les cônes sont des objets à trois dimensions ayant une forme circulaire. Ils sont comparables aux prismes et aux pyramides, mais au lieu d'avoir une base polygonale et des faces rectangulaires ou triangulaires, ils ont des bases circulaires et des faces courbes. Les formules des formes circulaires comprennent toujours la valeur pi, représentée par le symbole π. Le symbole représente un nombre irrationnel qui a une valeur constante d'environ 3,141 592 654… C'est le rapport de la circonférence d'un cercle à son diamètre (la circonférence est le périmètre d'un cercle). La leçon 6 présente les formules de l'aire et du volume des sphères, des cylindres et des cônes.

Les cercles en trois dimensions

Les cercles

La taille d'une figure à 2 dimensions en forme de cercle est déterminée par son rayon, r, la distance du centre du cercle à un point sur la circonférence, C (le périmètre du cercle).



La circonférence est calculée comme suit : $C = \pi d$ ou $C = 2\pi r$.

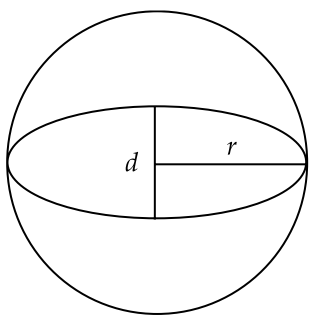
Le diamètre est deux fois la longueur du rayon ($d = 2r$).

L'aire d'un cercle est $A = \pi r^2$.

Il serait utile d'ajouter ces formules à ta fiche-ressource.

Les sphères

Une sphère est un objet à 3 dimensions, en forme de ballon, dont tous les points sont équidistants (à la même distance) du centre.



L'aire et le volume d'une sphère

L'aire d'une sphère est exactement 4 fois plus grande que l'aire du cercle dont le centre est le même que celui de la sphère. Par conséquent, l'aire d'une sphère est exprimée en unités au carré et peut être calculée comme suit :

$$A_s = 4\pi r^2$$

Il serait utile d'ajouter cette formule à ta fiche-ressource.

Le volume d'une sphère est exprimé en unités au cube et la valeur du rayon dans la formule est élevée au cube.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Il serait utile d'ajouter cette formule à ta fiche-ressource.

Exemple 1

Trouve l'aire d'une sphère avec un rayon de 12 cm.

Solution :

$A_s = 4\pi r^2$

$A_s = 4\pi(12)^2$

$A_s \approx 1\ 810\ \text{cm}^2$

Les lignes doubles ondulées signifient que l'aire est approximativement égale à 1 810 cm^2.

Exemple 2

Trouve le volume d'un ballon de volley-ball si sa circonférence est de 26 po.

Solution :

D'abord, tu dois calculer la longueur du rayon.

$$C = 2\pi r$$

$$26 = 2\pi r$$

$$r = \frac{26}{2\pi}$$

$$r = 4{,}138\ 028\ 52 \text{ pouces}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi\left(4{,}138\ 028\ 52\right)^3$$

$$V = 296{,}803\ 520\ 6$$

Le volume du ballon de volley-ball égale environ 296,8 pouces cubes.

Si tu utilises une valeur approximative pour π, par exemple 3,14, que tu arrondis la longueur du rayon à 4,1 et $\frac{4}{3}$ à 1,3 et que tu utilises ensuite ces valeurs pour tes calculs, ta réponse sera moins précise et exacte :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = (1{,}3)(3{,}14)(4{,}1)^3$$

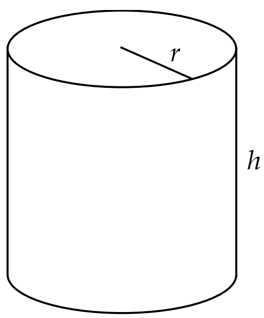
$$V \approx 281 \text{ pouces cubes}$$

Tu dois essayer d'être aussi précis que possible, en utilisant autant de décimales que tu peux dans tes calculs, et en arrondissant seulement la réponse finale.

Tu devrais utiliser une calculatrice scientifique. La plupart de ces calculatrices ont une touche π. S'il n'y a pas de touche spécialement pour cette valeur, tu peux avoir π écrit au haut d'une touche; dans ce cas, tu dois appuyer sur la 2^e^ fonction ou *Shift*, suivi de ta touche π.

Les cylindres

Un cylindre est formé d'une face latérale rectangulaire qui s'incurve autour de ses deux extrémités circulaires parallèles et congruentes.



L'aire et le volume d'un cylindre

La formule du volume d'un cylindre est similaire à la formule du volume d'un prisme.

$$V = Bh$$

où B est l'aire de la base circulaire et h est la hauteur du cylindre.

Il serait utile d'ajouter cette formule à ta fiche-ressource.

L'aire latérale inclut seulement la paroi (contour) incurvé du cylindre. Si tu pouvais ouvrir cette surface et l'étaler à plat, elle serait rectangulaire. Pour te faciliter les choses, souviens-toi des cours de mathématiques précédents et dessine le corps d'un cylindre pour t'aider à visualiser son aire. Tu peux aussi penser à l'étiquette d'une boîte de soupe si tu l'enlèves d'une seule pièce et tu l'étales à plat.

L'aire d'un rectangle est $A = L \times l$

Dans ce cas, la longueur est la hauteur du cylindre et la largeur est la distance faisant le tour de la base, c'est-à-dire la circonférence du cercle. L'aire latérale d'un cylindre est calculée ainsi :

$A_L = (2\pi r)h$ ou

$A_L = Ch$

où C est la circonférence du cercle et h est la hauteur du cylindre.

Il serait utile d'ajouter ces formules à ta fiche-ressource.

L'aire totale inclut l'aire latérale et l'aire des deux extrémités circulaires.

$A_T = (2\pi r)h + 2\pi r^2$

$A_T = Ch + 2B$

Il serait utile d'ajouter ces formules à ta fiche-ressource.

Exemple 3

Trouve l'aire totale et le volume d'un cylindre dont le rayon mesure 11 mm et la hauteur, 3 cm.

Solution :

Assure-toi que toutes les mesures sont exprimées dans les mêmes unités avant de les substituer dans les formules.

$r = 1{,}1$ cm

$h = 3$ cm

$V = Bh$

$V = (\pi \times 1{,}1^2)(3)$

$V \approx 11{,}4$

Le volume du cylindre est d'environ 11,4 cm^3.

$A_T = Ch + 2B$

$A_T = (2 \times \pi \times 1{,}1)(3) + 2(\pi \times 1{,}1^2)$

$A_T = 20{,}734\,511\,51 + 7{,}602\,654\,222$

$A_T \approx 28{,}3$

L'aire totale du cylindre est d'environ 28,3 cm^2.

Exemple 4

Un jouet flottant en mousse utilisé pour la baignade dans une piscine est en forme de longue nouille dodue. Elle a un volume de 733,4 pouces cubes. Si la circonférence de la nouille en mousse est de 12 po, détermine sa longueur.

Solution :

$$C = 2\pi r$$

$$12 = 2\pi r$$

$$r = \frac{12}{2\pi}$$

$$r = 1{,}909\ 859\ 317$$

$$V = Bh$$

$$733{,}4 = \left(\pi \times 1{,}909\ 859\ 317^2\right)h$$

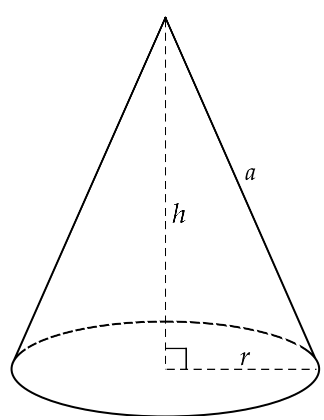
$$h = \frac{733{,}4}{11{,}459\ 155\ 9}$$

$$h = 64$$

La nouille de baignade mesure 64 pouces de long.

Les cônes

Un cône est un objet en 3 dimensions dont la base est un cercle et qui a une face incurvée qui converge vers un point, le sommet.



L'aire et le volume d'un cône

Si un cylindre a un volume de 300 unités cubes, un cône ayant le même rayon et la même hauteur aura un volume de 100 unités cubes.

$$V_{\text{cylindre}} = Bh$$

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3}Bh$$

où B = aire de la base circulaire, et h est la hauteur du cône.

Il serait utile d'ajouter cette formule à ta fiche-ressource.

L'aire latérale d'un cône est calculée en multipliant le rayon et l'apothème par π.

$$A_L = \pi ra$$

πr est la moitié de la circonférence d'un cercle, donc on peut écrire la formule comme suit :

$$A_L = \frac{1}{2}Ca$$

où C est la circonférence du cercle et a est l'apothème.

Il serait utile d'ajouter cette formule à ta fiche-ressource.

L'aire totale inclut l'aire de la base, πr^2.

$$\mathrm{A}_{\mathrm{T}} = \frac{1}{2}Ca + B$$

Il serait utile d'ajouter cette formule à ta fiche-ressource.

Exemple 5

Trouve le volume d'une carotte qui mesure 9 pouces de long et 1 pouce de large au sommet.

Solution :

Une carotte a une forme à peu près conique.

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$V = \frac{1}{3}\left(\pi r^2\right)h$$

$$V = \frac{1}{3}\left(\pi\, 0{,}5^2\right)9$$

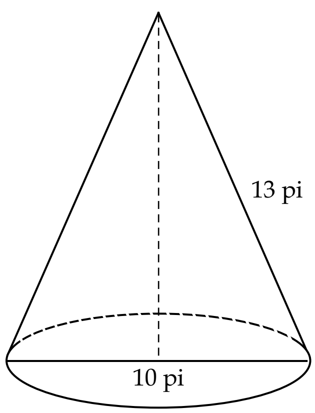
$$V \approx 2{,}4$$

Le volume de cette carotte est d'environ 2,4 po^3.

Exemple 6

Trouve l'aire totale d'un cône avec un diamètre de 10 pi et un apothème de 13 pi. Arrondis ta réponse au dixième près. Fais un schéma.

Solution :



$$A_T = \frac{1}{2}Ca + B$$

$$A_T = \frac{1}{2}(\pi d)a + \pi r^2$$

Rappel : $C = \pi 2r = \pi d$

$$A_T = \frac{1}{2}(\pi 10)(13) + \pi 5^2$$

$$A_T = 204{,}203\ 522\ 5 + 78{,}539\ 816\ 34$$

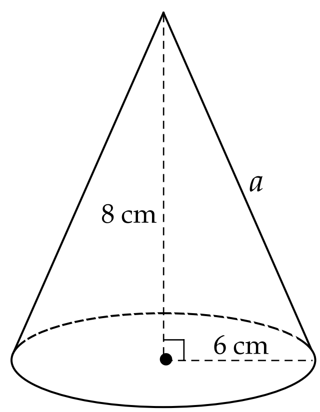
$$A_T = 282{,}743\ 338\ 8$$

L'aire totale égale environ 282,7 pi^2.

Exemple 7

Trouve l'aire latérale d'un cône avec un rayon de 6 cm et une hauteur de 8 cm. Fais un schéma.

Solution :



Dans un cône droit, la hauteur et le rayon sont perpendiculaires l'un à l'autre et forment un triangle rectangle dont l'apothème est l'hypoténuse. Utilise le théorème de Pythagore pour calculer l'apothème.

$$6^2 + 8^2 = a^2$$

$$36 + 64 = a^2$$

$$a^2 = 100$$

$$a = 10$$

$$A_L = \frac{1}{2}Ca$$

$$A_L = \frac{1}{2}(2\pi r)a$$

$$A_L = \frac{1}{2}(2\pi 6)10$$

$$A_L = 188{,}495\ 559\ 2$$

L'aire latérale de ce cône est d'environ 188,5 cm^2.

Activité d'apprentissage 3.7

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Évalue $\sqrt{9 + 16}$.
2. Évalue $\sqrt{25 + 144}$.
3. La pente d'un segment est 4. Quelle est la pente d'un segment perpendiculaire à celui-ci?
4. Terrence a une orange en chocolat. Il veut manger le même montant de chocolat chaque jour pendant une semaine. Si l'orange a 14 morceaux, combien de morceaux va t'il manger chaque jour?
5. Tu sors ton ami pour sa fête en lui payant un repas au restaurant. Tu t'occupes de payer la facture qui est 35,75 $. Tu déposes 40 $ sur la table (y inclut le pourboire). Combien laisses-tu comme pourboire?
6. Un angle de 140° est-il un angle aigu, obtus, plat ou rentrant?
7. Le volume d'un cube est 8 m^3. Quelles sont ses dimensions?
8. Quels deux nombres ont un produit de –10 et une somme de –3?

Partie B – L'aire et le volume de sphères, de cylindres et de cônes

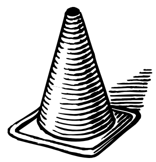
N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Décris la relation entre le volume d'un cône et celui d'un cylindre ayant le même rayon et la même hauteur.

suite

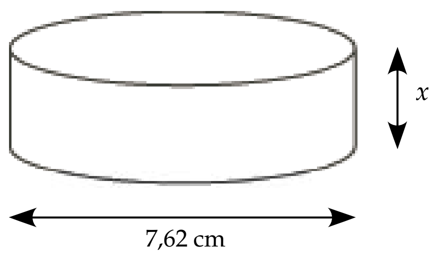
Activité d'apprentissage 3.7 (suite)

2. On t'a demandé de repeindre la surface latérale de pylônes en forme de cône utilisés pour les pratiques de soccer. S'ils ont un rayon de 5 po et une hauteur de 12 po, calcule l'apothème et l'aire latérale à repeindre.

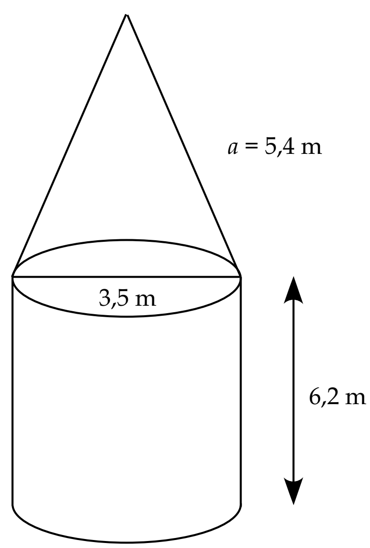


3. Trouve un ballon de sport, par exemple, un ballon de basket-ball ou de soccer, ou une balle de balle molle ou de tennis, et mesure sa circonférence en unités impériales. Décris ta stratégie de mesure et utilise la circonférence pour déterminer le rayon du ballon ou de la balle. Calcule le volume du ballon (de la balle).

4. Une rondelle de hockey a un diamètre de 7,62 cm et un volume de 115,83 cm^3. Calcule l'épaisseur d'une rondelle de hockey.



5. La tourelle sur un château est un toit construit en forme de cône au-dessus d'une structure cylindrique. Détermine l'aire latérale de la tourelle suivante. Arrondis ta réponse finale au centième de m^2 près.



Résumé de la leçon

Les objets en 3 dimensions utilisés dans cette leçon ont tous au moins une partie de forme circulaire. Les formules pour déterminer l'aire et le volume des cônes et des cylindres ont des similarités avec les formules des prismes et des pyramides, ce qui aide à les mémoriser et à les appliquer.

Devoir 3.6

Aire et volume de sphères, de cylindres et de cônes

Total : 25 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

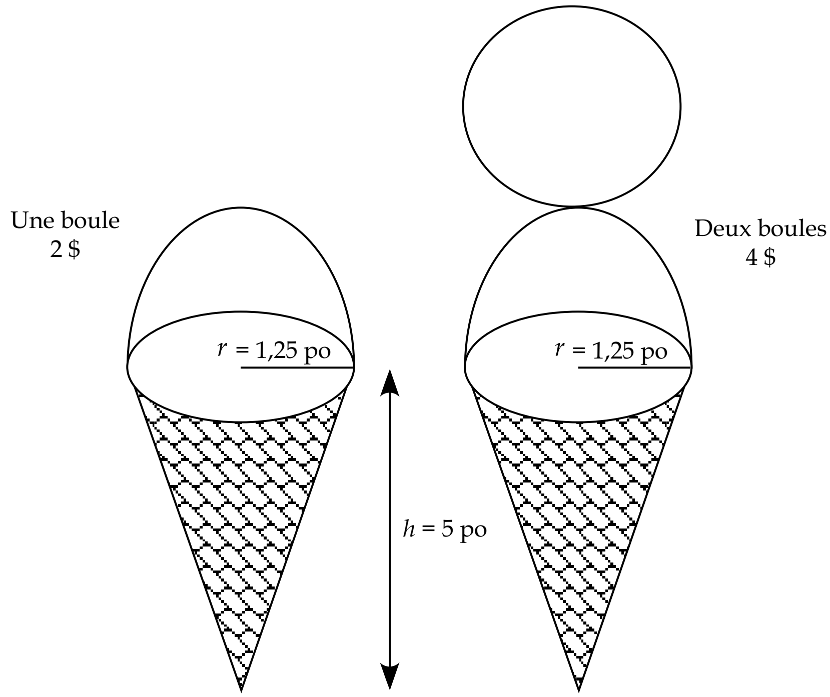
1. Supposons qu'une canette de boisson gazeuse est en forme de cylindre parfait. Elle a une circonférence de $8\frac{1}{4}$ pouces et une hauteur de $4\frac{13}{16}$ pouces. Calcule l'aire latérale de cette canette. *(2 points)*

2. Une sphère a une aire de 18,1 unités carrées. Détermine son diamètre. *(3 points)*

3. Détermine l’aire totale de la pièce de monnaie canadienne de 2 $ en mesurant le diamètre et l’épaisseur de la pièce au mm près. Suppose que la pièce de monnaie est un cylindre régulier. Écris ta réponse en notation scientifique. *(7 points)*

4. Calcule le volume d’un cône ayant un diamètre de 18 cm et un apothème de 41 cm. Inclus un diagramme. Arrondis ta réponse finale au dixième de centimètre près. *(6 points)*

5. Un cône à crème glacée a un rayon de 1,25 po et une hauteur de 5 po. Si tu achètes un cône à une seule boule de crème glacée pour 2 $, le cône est rempli complètement de crème glacée, en plus d'une demi-sphère de crème glacée sur le dessus. Si tu commandes la crème glacée à deux boules pour 4 $, il y a une autre sphère de crème glacée ajoutée sur le dessus. Quel est le meilleur achat? Justifie ta réponse. *(7 points)*



Notes

Sommaire du module 3

Félicitations, tu as terminé le troisième module de ce cours. Ce module intégrait les unités du système métrique et du système impérial de mesure. Tu as fait des estimations, utilisé des référents, élaboré des stratégies créatives de mesure, et pratiqué la prise de mesures exactes en différentes unités. Tu as converti des unités dans chacun des deux systèmes et entre ces deux systèmes en utilisant des rapports de conversion, et vérifié l'exactitude et la logique de tes réponses par calcul mental. Tu as résolu des problèmes avec le volume et l'aire d'objets tridimensionnels.

Bon nombre de formules et de valeurs de conversion ont été utilisées dans ce module. Assure-toi de les avoir écrites dans ta fiche-ressource. Tu devras savoir comment utiliser ces formules et faire les conversions correctement.

En outre, la matière que tu as apprise dans ce module sera utilisée dans les futurs cours de mathématiques pré-calcul et appliquées, mais la mesure sera explorée plus en profondeur dans le cours de mathématiques appliquées.

Le prochain module porte également sur la mesure. Tu pourras y développer et appliquer les rapports trigonométriques des sinus, cosinus et tangente pour résoudre des problèmes sur des triangles rectangles.

Conserve tes devoirs

Conserve tes devoirs du module 3 chez toi, car tu n'as pas à les envoyer à la Section de l'enseignement à distance pour l'instant. Attends plutôt d'avoir terminé les devoirs du module 4 pour les envoyer ensemble à la fin du module 4.

Notes

Sommaire du module 3

Félicitations, tu as terminé le troisième module de ce cours. Ce module intégrait les unités du système métrique et du système impérial de mesure. Tu as fait des estimations, utilisé des référents, élaboré des stratégies créatives de mesure, et pratiqué la prise de mesures exactes en différentes unités. Tu as converti des unités dans chacun des deux systèmes et entre ces deux systèmes en utilisant des rapports de conversion, et vérifié l'exactitude et la logique de tes réponses par calcul mental. Tu as résolu des problèmes avec le volume et l'aire d'objets tridimensionnels.

Bon nombre de formules et de valeurs de conversion ont été utilisées dans ce module. Assure-toi de les avoir écrites dans ta fiche-ressource. Tu devras savoir comment utiliser ces formules et faire les conversions correctement.

En outre, la matière que tu as apprise dans ce module sera utilisée dans les futurs cours de mathématiques pré-calcul et appliquées, mais la mesure sera explorée plus en profondeur dans le cours de mathématiques appliquées.

Le prochain module porte également sur la mesure. Tu pourras y développer et appliquer les rapports trigonométriques des sinus, cosinus et tangente pour résoudre des problèmes sur des triangles rectangles.

Conserve tes devoirs

Conserve tes devoirs du module 3 chez toi, car tu n'as pas à les envoyer à la Section de l'enseignement à distance pour l'instant. Attends plutôt d'avoir terminé les devoirs du module 4 pour les envoyer ensemble à la fin du module 4.

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 3
La Mesure

Corrigé des activités d'apprentissage

MODULE 3
LA MESURE

Activité d'apprentissage 3.1

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Simplifie $\left(\frac{9x^4y^3}{3xy^2}\right)$.
2. Identifie la variable dépendante : l'indice de refroidissement éolien (vent) comparé au temps nécessaire à subir une gelure de la peau.
3. L'équipe de volley-ball de l'école veut s'entraîner deux fois par semaine. Par contre, l'équipe ne peut pas s'entraîner durant la fin de semaine (samedi et dimanche), la moitié des membres de l'équipe ne peuvent pas participer le lundi et le mercredi et l'équipe de basket-ball s'entraîne au gymnase le vendredi. Quels jours de la semaine l'équipe de volley-ball peut-elle s'entraîner?
4. Résous $p \div 15 = 5$.
5. Quel est le PGFC de 19 et de 13?
6. Quels deux nombres ont une somme de 11 et un produit de 18?
7. Tu veux épargner 12 000$ afin d'acheter une auto d'ici un an. Combien devras-tu épargner chaque mois afin d'atteindre ton but?
8. Trois élèves ont reçu leur note de projet. Jane a calculé sa note en nombre décimal, 0,62; Jean a obtenu sa note en pourcentage, 83 % et Joanne a obtenu $\frac{12}{16}$. Qui a la meilleure note?

Solutions :

1. $3x^3y$ (Tu divises les coefficients et tu soustrais les exposants des mêmes bases, x et y)
2. Le temps nécessaire à subir une gelure de la peau.
3. Le mardi et le jeudi
4. $p = 75$ ($p = 15 \times 5$)
5. 1 (19 et 13 sont des nombres premiers)
6. 2 et 9 ($2 + 9 = 11$, $2 \times 9 = 18$)
7. 1 000 $ (12 000 $ ÷ 12 mois)
8. Jean (Convertit toutes les expressions dans la même forme pour les comparer : Jane a eu 62 %, Jean a eu 83 % et Joanne a eu $\frac{12}{16}$ qui correspond à 75%)

Partie B – Les unités de mesures

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Trouve des référents pour les mesures linéaires suivantes :

   a) millimètre

   b) mètre

   c) pouce

   d) mille

   Solutions :

   Les réponses peuvent varier. Des référents possibles pour les mesures linéaires suivantes seraient :

   a) millimètre : le diamètre d'un fil métallique utilisé dans un trombone (attache-feuilles ordinaire), l'épaisseur d'un dix sous, l'épaisseur d'une carte de crédit

   b) mètre : une enjambée (grand pas), la distance du plancher à la taille d'une femme de taille moyenne, le périmètre d'une feuille de papier d'imprimante

   c) pouce : le diamètre d'un dollhuard (pièce de 1 $)

   d) mille : la distance qu'une personne en forme peut courir en 7 minutes, la distance entre les routes de campagne, environ 15-20 coins de rue en ville (selon la façon dont les rues sont aménagées, il peut y en avoir plus ou moins)

2. Détermine un référent basé sur ta taille pour comparer les longueurs d'un mètre et d'une verge. Utilise ce référent pour estimer la hauteur d'une table.

   Solution :

   Ta réponse peut varier, selon ta taille.

   Voici une solution possible : une personne d'environ 5 pi 5 po ou 165 cm mesurerait environ 1 m du plancher à la taille, (ceinture) alors qu'il y aurait 1 verge entre le plancher et sa hanche. À partir de cette comparaison, une verge est juste un peu plus courte qu'un mètre.

   Si quelqu'un se tient à côté d'une table, la hauteur de la table serait d'environ un empan et demi sous sa taille (ceinture). Si l'empan de cette personne est de 8 pouces ou 20 cm environ, la hauteur de la table pourrait être estimée à environ 8 pouces de moins qu'une verge.

   Comme 1 vg = 36 po, 36-8 = 28

   La hauteur de la table serait d'environ 28 pouces.

Dans le SI, un empan et demi sous la taille serait :

$100 - (1{,}5 \times 20)$

$100 - 30 = 70$

La table mesurerait environ 70 cm de hauteur.

3. Utilise un référent de ton choix pour estimer les dimensions de ta calculatrice ou d'un téléphone cellulaire. Indique quel est ton référent et les unités que tu as choisies, puis mesure pour vérifier l'exactitude et la pertinence de ta mesure et de tes unités.

Solution:

Les réponses peuvent varier selon le choix du référent et de l'unité.

Une pièce de monnaie de 1 $ (huard) a un diamètre d'environ 1 po. Une calculatrice graphique mesure environ 3 huards de large et 7 huards de long. Au moyen d'une règle, on mesure les dimensions à $3\frac{1}{4}$ pouces sur $7\frac{1}{8}$ pouces. Les unités et mesures sont assez exactes et appropriées.

Un marqueur permanent a un diamètre d'environ 1 cm, et son capuchon mesure à peu près 5 cm de long. La calculatrice mesure environ 8 largeurs de marqueur d'un côté à l'autre, et environ trois longueurs et demie de capuchon sur la longueur. D'après ce référent, la calculatrice mesure à peu près 8 cm de large et $3{,}5 \times 5 = 17{,}5$ cm de long. On mesure à l'aide d'une règle métrique les dimensions de la calculatrice graphique, qui sont d'environ 8 cm sur 18 cm. Les estimations sont assez proches des mesures réelles.

4. Quelles unités du système métrique et du système impérial seraient le plus appropriées pour mesurer les longueurs suivantes?

a) Largeur d'une planche à neige

b) Longueur d'un terrain de soccer

c) Épaisseur d'une pièce de monnaie d'un sou

d) Distance qu'un jogger court chaque jour

Solutions :

a) Métrique : centimètres	Impérial : pouces
b) Métrique : mètres	Impérial : verges
c) Métrique : millimètres	Impérial : pouces
d) Métrique : kilomètres	Impérial : milles

5. Estime les longueurs suivantes en mesures du SI et du système impérial. Vérifie tes estimations en les mesurant.
   a) Longueur et largeur d'une porte ordinaire
   b) Longueur d'un véhicule
   c) Longueur et largeur d'une allée de garage pour 2 véhicules
   d) Diamètre et épaisseur d'une pièce de 2 $

   Solutions :

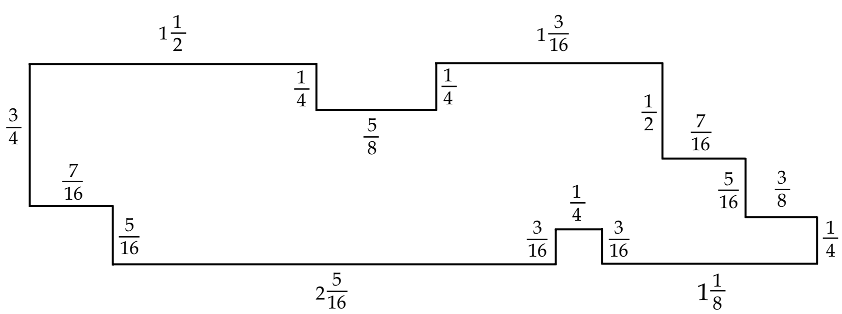
   Les réponses peuvent varier. érifie tes réponses avec ton partenaire d'études.

   Voici des mesures que l'on retrouve souvent. Vérifie tes estimations contre celles-ci.

	Impérial	SI
a)	2 pi 8 po × 6 pi 8 po	81 cm × 203 cm
b)	15 pi à 20 pi	4,5 m à 6 m
c)	$16\frac{1}{4}$ pi × $37\frac{1}{2}$ pi	4,95 m × 11,43 m
d)	$1\frac{1}{8}$ po × $\frac{1}{16}$ po	2,7 cm × 1,5 mm

6. À l'aide d'une règle graduée en unités impériales, trouve le périmètre du diagramme suivant, au $\frac{1}{16}$ po près.

   Solution :



   Le périmètre mesure $11\frac{1}{4}$ pouces de long.

   (Les réponses entre $11\frac{1}{8}$ et $11\frac{3}{4}$ sont acceptables.)

7. Ton père t'a acheté une auto pour ton 16e anniversaire et veut l'entourer d'un gros ruban pour faire une surprise. Explique comment il pourrait déterminer la longueur du ruban à acheter, et quelles unités seraient les plus appropriées.

Solution :

Ton père a le choix d'utiliser un ruban à mesurer flexible qui peut faire le tour de la voiture de côté et par en dessous. S'il n'a pas de ruban à mesurer flexible, il peut estimer le nombre de pas sur la longueur et sur la largeur et calculer la longueur d'un de ses pas. Il devra additionner une longueur pour tenir compte de la hauteur de l'auto, et ajouter la longueur de ruban nécessaire s'il veut faire une boucle (un chou).

Le pied, la verge ou le mètre seraient des unités appropriées, car le total en pouces ou en centimètres serait trop élevé. Le ruban est généralement vendu au mètre, ou sur un rouleau d'une longueur indiquée en mètres ou en verges.

8. Quelles seraient les unités de mesure les plus appropriées pour les aires et volumes suivants? Donne ta réponse dans les deux systèmes.
   a) Le volume d'eau dans un dé à coudre
   b) L'aire d'une patinoire de hockey
   c) Le volume de terre enlevé de l'excavation d'une maison
   d) L'aire d'une face d'une pièce de monnaie

Solutions :

a) mm^3 ou cm^3 ou po^3

b) m^2 ou vg^2

c) m^3 ou vg^3

d) mm^2 ou cm^2 ou po^2

9. a) Mesure le triangle rectangle suivant au mm près puis calcule son aire.

Solution :

$$A_\Delta = \frac{bh}{2}$$

$$A = (83 \times 63) \div 2$$

$$A = 5229 \div 2$$

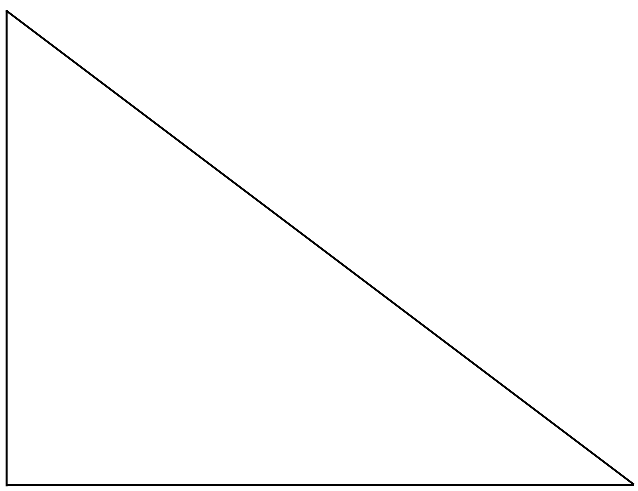
$$A = 2614,5$$

(Les réponses peuvent être comprises entre 2542 et 2688 cm²)

L'aire du triangle est de 2614,5 mm². Comme 1 cm² = 100 mm², on peut dire 26,145 cm².

b) Mesure-le en pouces puis calcule son aire.

Rappel : $A_\Delta = \dfrac{bh}{2}$



Solution :

$$A_\Delta = \frac{bh}{2}$$

$$A = \left(2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4}\right) \div 2$$

$$A = \left(2 \times 3 + 2 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times 3 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) \div 2$$

$$A = \left(8\frac{1}{8}\right) \div 2$$

$$A = \left(8\frac{1}{8}\right) \times \frac{1}{2}$$

$$A = 4\frac{1}{16}$$

L'aire du triangle est de $4\frac{1}{16}$ po^2.

(Les réponses peuvent être comprises entre 4 po² et $4\frac{1}{2}$ à cause de variations durant le procédé de photocopie.)

Activité d'apprentissage 3.2

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Combien y a-t-il de pieds dans 24 pouces?
2. Si l'équation d'une droite est $y = 3x + 4$, quelle est l'ordonnée à l'origine?
3. Simplifie $(3y^7)^3$.
4. Tu assistes à un match de hockey et tu veux acheter une collation et une boisson. Selon le menu, le popcorn vaut 3,00 $, les arachides coûtent 2,25 $ et le prix d'un hotdog est 3,75 $. Une boisson vaut 2,00 $. Si tu n'as que 5 $, quelle collation peux-tu acheter avec une boisson?
5. Tu veux estimer la taille de ton frère qui est environ 1 pied plus grand que ta sœur. Ta sœur est plus grande que toi d'un demi-pied. Quelle est la taille de ton frère si tu mesures 5 pieds?
6. Résous $w \div 6 = 2$.
7. Si 5 % de 260 égale 13 alors combien vaut 5 % de 520?
8. Tu as le choix entre deux différents laits frappés au chocolat. L'un d'eux est rempli à $\frac{7}{9}$ du bord du verre et l'autre l'est au $\frac{2}{3}$ Lequel est le plus rempli?

Solutions :

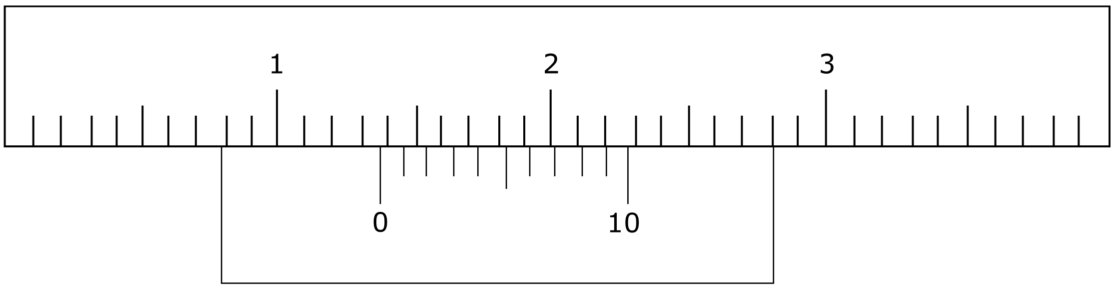
1. 2 pieds (12 pouces = 1 pied, alors 24 ÷ 12 = 2 pieds)
2. $y = 4$ (L'ordonnée à l'origine est la constante, b, dans une équation écrite sous forme $y = mx + b$; elle correspond à la valeur de y quand $x = 0$)
3. $27y^{21}$ (La loi de puissance d'une puissance; $(3y^7)^3 = 3^3 \times (y^7)^3 = 27y^{21}$)
4. Tu peux acheter soit les arachides (2,25 $ + 2,00$ = 4,25 $), soit le popcorn (3,00 $ + 2,00 $ = 5,00 $)
5. 6,5 pieds (La taille de ta sœur : 5 pi + 0,5 pi = 5,5 pi. La taille de ton frère : 5,5 pi + 1 pi = 6,5 pi)
6. $w = 12$ ($w = 2 \times 6$)
7. 26 (520 est le double de 260, alors 5 % de 520 est le double de 5 % de 260.)
8. $\frac{7}{9}\left(\frac{7}{9} \text{ est plus grand que } \frac{2}{3} = \frac{6}{9}\right)$

Partie B – Les mesures sur le pied à coulisse

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

Écris les mesures montrées sur les diagrammes de pied à coulisse ci-dessous. Lis les mesures au centième de centimètre près.

1.



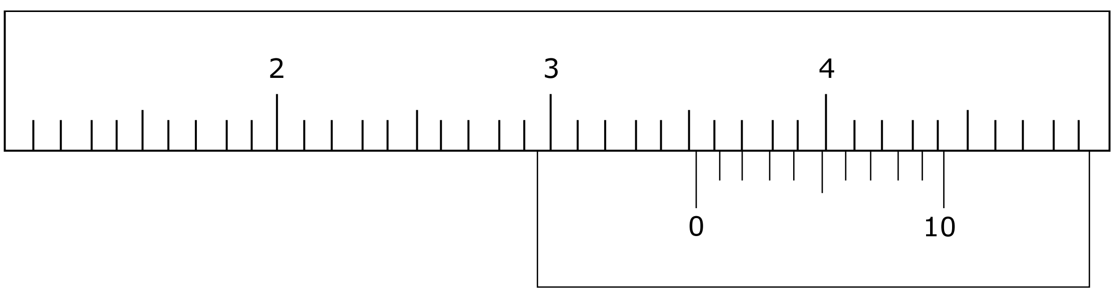
Solution :

La première graduation (ou marque) sur l'échelle coulissante (soit à 0) se trouve entre 1,3 et 1,4 sur l'échelle fixe. Donc la première lecture est de 1,3 cm.

Les deux échelles sont alignées vis-à-vis de la 9e marque sur l'échelle coulissante, ce qui donne une lecture de 0,09 cm.

La lecture totale égale 1,3 + 0,09 = 1,39 cm.

2.

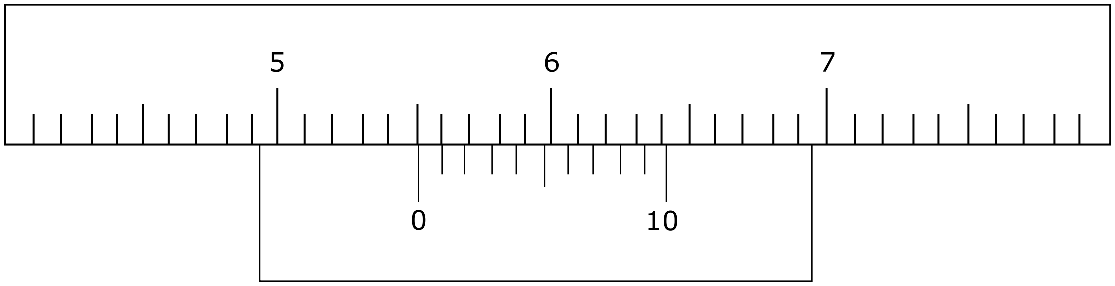


Solution :

La première graduation sur l'échelle coulissante (soit à 0) se trouve entre 3,5 et 3,6. Donc la première lecture est de 3,5 cm.

Les deux échelles s'alignent vis-à-vis de la deuxième marque sur l'échelle coulissante, donnant une lecture de 0,02 cm.

La lecture totale égale 3,5 + 0,02 = 3,52 cm.

3. 

Solution :

La première marque de l'échelle coulissante (soit à 0) indique l'espace entre 5,5 et 5,6, ce qui donne 5,5 cm comme première lecture.

Les deux échelles s'alignent à la première marque, donnant une lecture de 0,01 cm.

La lecture totale égale 5,5 + 0,01 = 5,51 cm.

Activité d'apprentissage 3.3

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Jon et Kate ont huit enfants. Si chaque enfant partage une chambre avec un autre enfant et que Jon et Kate ont une chambre, combien de chambres ont-ils besoin dans la maison?
2. Une boulangerie offre un rabais de 50 % sur tous les pains. Le prix régulier d'un pain est 2,40$. Combien payeras-tu pour un pain après rabais?
3. Évalue $2 \times \sqrt[3]{27}$.
4. Simplifie $(4x^3)^{-2}$.
5. Si $0,\overline{3} = \dfrac{1}{3}$, alors à quelle fraction équivaut $0,\overline{6}$?
6. Tu fais des commissions pendant une journée. Tu conduis 8 km pour te rendre à la garderie. Ensuite, tu te rends au centre d'achats qui est 6 km plus loin. Par la suite, tu conduis 3 km jusqu'au magasin et enfin 6 autres kilomètres pour retourner chez toi. Quelle est la distance totale de ton trajet?
7. Ton avant-bras mesure 9,5 pouces. Peux-tu utiliser ton avant-bras comme référent pour estimer une longueur en pieds?
8. Tu désires aller au cinéma pour la séance de 21 h 30. Tu veux arriver à la salle de cinéma 30 min avant le début du film et il te faut 15 min pour t'y rendre. À quelle heure dois-tu partir pour arriver à temps?

Solutions :

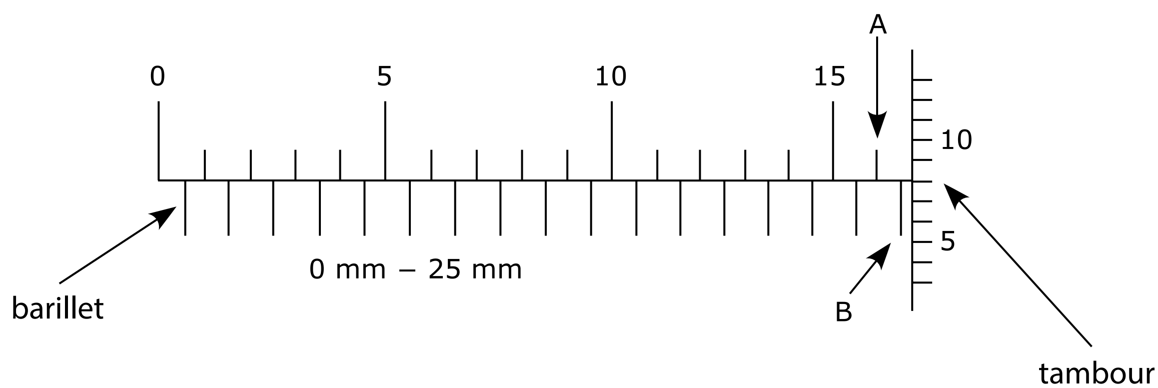
1. 5 chambres (8 enfants ÷ 2 enfants/chambre = 4 chambres. Ajoute la chambre des parents)
2. 1,20 \$ (50 % de 2,40 \$ = 2,4 \$ ÷ 2 = 1,20 \$)
3. $6 \left(\sqrt[3]{27} = 3;\ 3 \times 2 = 6\right)$
4. $\dfrac{1}{16x^6} \left(\left(4x^3\right)^{-2} = \dfrac{1}{\left(4x^3\right)^2} = \dfrac{1}{16x^6} \right)$
5. $\dfrac{2}{3} \left(\text{Puisque } 0,\overline{6} \text{ est le double de } 0,\overline{3}, \text{ alors } \dfrac{1}{3} \times 2 = \dfrac{2}{3}. \right)$
6. 23 km (8 + 6 + 3 + 6 = 23)

7. Non. (Un pied mesure 12 po, alors ton avant-bras est trop court pour être utilisé comme référent)
8. 20 h 45 min (30 min avant 21 h 30, il est 21h00. 15 min avant 21 h, il est 20 h 45 min)

Partie B – Les mesures sur le micromètre

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Lis la mesure montrée sur le micromètre ci-dessous.



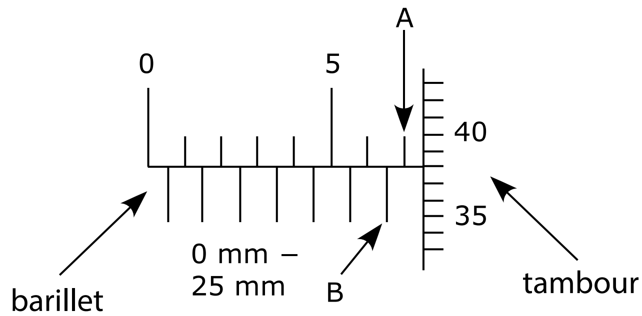
Solution :

Le nombre indiqué sur l'échelle supérieure est 16 mm, et sur l'échelle inférieure, 0,5 mm. Donc la lecture totale sur le barillet est 16,5 mm.

La lecture sur le tambour est 0,08 mm.

La somme des mesures égale 16 mm + 0,5 mm + 0,08 mm = 16,58 mm.

2. Lis la mesure montrée sur le micromètre ci-dessous.



Solution :

Le nombre indiqué sur le barillet est 7 mm (Note : la graduation indiquée par la flèche B est à la gauche de la graduation de la flèche A).

La lecture sur le tambour est 0,38 mm.

La somme correspondant à la mesure finale est : 7 mm + 0,38 mm = 7,38 mm.

Activité d’apprentissage 3.4

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. Tu veux rencontrer tes amis pour un chocolat chaud. Tu es disponible entre 9 h et 15 h. Marc est libre entre 12 h et 14 h. Leah peut s’y rendre entre 10 h et 13 h. À quelle heure pouvez-vous vous rencontrez tous ensemble?
2. Lorsque tu prends un vol international, ta valise ne peut pas dépasser 26 kg. Ton cousin pèse environ 25 kg. Est-ce que la masse de ton cousin pourrait servir de référent?
3. Quel est le PPCM de 4, 6 et 8?
4. Le déplacement vertical (l’élévation) d’une ligne droite est 12 et son déplacement horizontal (la course) est 8. Quelle est la pente (simplifiée) de cette droite?
5. Une voiture « Grand Sport » parcourt une distance de 12,2 km par litre d’essence. Un camion parcourt une distance de 7 100 m par litre d’essence. Laquelle a la meilleure économie d’essence?
6. Complète la régularité : 4, 1, -2, ___, ___.
7. Le rapport d’échelle d’une carte géographique est 1 cm : 10 km. Si la distance entre ta maison et ton école est de 4 mm sur la carte, quelle est la distance réelle qui les sépare?
8. 0,275 4 est-il un nombre rationnel ou irrationnel?

Solutions :

1. De midi à 13 h (Le plus tôt que vous pouvez vous rencontrer est 12 h, parce que Marc n’est disponible qu’à ce temps là. Le plus tard est 13 h car Leah doit quitter à ce moment-là)
2. Oui (La masse du cousin est très légèrement plus petite que 26 kg.)
3. 24 (les multiples de 4 sont 4, 8, 12, 16, 20, 24, etc. Les multiples de 6 sont 6, 12, 18, 24, etc. Les multiples de 8 sont 8, 16, 24, etc.)
4. $\frac{3}{2}\left(\frac{12}{8} \div \frac{4}{4}\right)$
5. La voiture « Grand Sport » (1 000 m = 1 km, alors 7 100 m = 7,1 km. L’économie d’essence du camion est donc 7,1 km/l qui est moins que 12,2 km/l)
6. -5 et -8
7. 4 km (10 mm = 1 cm alors 4 mm = 0,4 cm. Si 1 cm : 10 km alors 0,4 × 10 = 4 km)
8. Rationnel (C’est un nombre décimal fini)

Partie B – Les conversions dans le système impérial, et du système impérial au SI

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Le manuel du propriétaire d'une voiture indique que le changement d'huile doit se faire à tous les 5 000 km. À combien de milles cette distance équivaut-elle? Utilise le calcul mental pour déterminer si ta réponse est logique.

   Solution :

   1 km = 0,621 mi

   $$\frac{x}{5000} = \frac{0,621}{1}$$

   $$x = 5000 \times 0,621$$

   $$x = 3105$$

   Tu dois changer l'huile tous les 3 105 milles. Considérant qu'il y a un peu plus de 1,5 km par mille, tu peux utiliser le calcul mental pour trouver la valeur approximative de 1,5 × 3 000 = 4 500 (pense à 3 000 plus la moitié de 3 000) pour vérifier ta réponse. Comme ton estimation porte sur des valeurs légèrement plus petites, 4 500 est assez près de 5 000 pour vérifier par calcul mental la logique de ta réponse.

2. Tu écoutes une station de radio américaine sur la route en direction de Fargo, Dakota du Nord, pour la fin de semaine. L'annonceur indique que la température à Fargo est de 18 °F. Quelles conditions météorologiques prévois-tu pour ton séjour là-bas?

   Solution :

   $$C = \frac{5}{9} \times (F - 32)$$

   $$C = \frac{5}{9} \times (18 - 32)$$

   $$C = \frac{5}{9} \times (-14)$$

   $$C = -7,777\ldots = -7,\overline{7}$$

   La température à Fargo est d'environ -7,8 °C. Tu peux t'attendre à ce qu'il fasse froid et qu'il y ait même de la neige.

3. Convertis les valeurs suivantes :

a) 2 m = _______________ mm
b) 4 pi = _______________ po
c) 6 vg 2 pi = _______________ pi
d) 6 vg 2 pi = _______________ po
e) 7 500 m = _______________ km
f) 2 milles = _______________ pi
g) 4,7 cm = _______________ mm
h) 7 650 cm = _______________ m
i) 3 520 vg = _______________ mille
j) 720 000 cm = _______________ km

Solutions :

a) $\frac{x}{2} = \frac{1\ 000}{1}$

$x = 2 \times 1\ 000 = 2\ 000$ mm

b) $\frac{x}{4} = \frac{12}{1}$

$x = 4 \times 12 = 48$ po

c) $\frac{x}{6} = \frac{3}{1}$

$x = 18$ pi

$18 + 2 = 20$ pi

d) $\frac{x}{6} = \frac{36}{1}$

$x = 6 \times 36 = 216$ po

$\frac{y}{2} = \frac{12}{1}$

$y = 2 \times 12 = 24$ po

$216 + 24 = 240$ po

e) $\frac{x}{7\ 500} = \frac{1}{1\ 000}$

$x = \frac{7\ 500}{1\ 000} = 7,5$ km

f) $\frac{x}{2} = \frac{5\ 280}{1}$

$x = 2 \times 5\ 280 = 10\ 560$ pi

g) $\frac{x}{4,7} = \frac{10}{1}$

$x = 4,7 \times 10 = 47$ mm

h) $\frac{x}{7\ 650} = \frac{1}{100}$

$x = \frac{7\ 650}{100} = 76,5$ m

i) $\frac{x}{3\ 520} = \frac{1}{1\ 760}$

$x = \frac{3\ 520}{1\ 760} = 2$ milles

j) $\frac{x}{720\ 000} = \frac{1}{100\ 000}$

$x = \frac{720\ 000}{100\ 000} = 7,2$ km

4. Convertis les valeurs suivantes. (Attention aux unités si tu fais des opérations avec le volume ou l'aire.) :
   a) Convertis 7 cm^2 en mm^2.
   b) Convertis 432 po^2 en pi^2.
   c) Convertis 3,6 vg^2 en pi^2.
   d) Convertis 55 000 cm^3 en m^3.

   Solutions :

   a) $$\frac{x \text{ mm}^2}{7 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2}$$

   $$x = 7 \times 100 = 700 \text{ mm}^2$$

   b) $$\frac{x \text{ pi}^2}{432 \text{ po}^2} = \frac{1 \text{ pi}^2}{144 \text{ po}^2}$$

   $$x = \frac{432}{144} = 3 \text{ pi}^2$$

   c) $$\frac{x \text{ pi}^2}{3,6 \text{ vg}^2} = \frac{9 \text{ pi}^2}{1 \text{ vg}^2}$$

   $$x = 3,6 \times 9 = 32,4 \text{ pi}^2$$

   d) $$\frac{x \text{ m}^3}{55\,000 \text{ cm}^3} = \frac{1 \text{ m}^3}{1\,000\,000 \text{ cm}^3}$$

   $$x = \frac{55\,000}{1\,000\,000} = 0,055 \text{ m}^3$$

Activité d'apprentissage 3.5

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Tu commences ton nouvel emploi et tu veux t'assurer d'y arriver à temps. Il te faut 20 minutes à vélo de chez toi jusqu'au travail. Tu veux y arriver 15 minutes avant de commencer. Il te faut 30 minutes pour te préparer le matin. Si ton quart de travail commence à 10 h du matin, à quelle heure dois-tu te lever?
2. Places les nombres suivants en ordre croissant : 0,53; 29 %; 0,045; 0,13 et 78 %.
3. Complète le théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 =$ __.
4. Le diamètre d'un dollhuard est 2,5 cm. Convertis sa taille en pouces.
5. Simplifie $-6c^{\frac{1}{4}}$.
6. Quel est le déplacement vertical (élévation) d'une droite qui a une pente de 2 et un déplacement horizontal (course) de 2?
7. Quel est le PGFC de 14 et 18?
8. Réduis $\frac{54}{27}$.

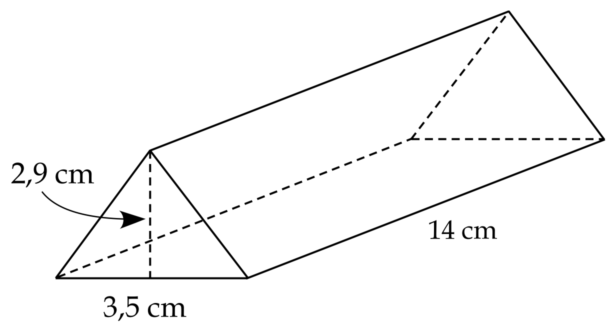
Solutions:

1. 8 h 55 min (15 min avant 10 h = 9 h 45; 20 min avant 9 h 45 = 9 h 25 et 30 min avant 9 h 25 = 8 h 55)
2. 0,045; 0,13; 29 %; 0,53; 78 %.
3. c^2
4. Environ 1 pouce
5. $-6\sqrt[4]{c}$
6. $4 \left(\text{pente} = \frac{\text{élévation}}{\text{course}} \text{ alors } 2 = \frac{\text{élévation}}{2}\text{; élévation} = 2 \times 2 = 4\right)$
7. 2
8. $2 \left(\frac{54}{27} \div \frac{27}{27} = \frac{2}{1}\right)$

Partie B – Le volume de prismes et de pyramides

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Une tablette de chocolat en forme de prisme triangulaire mesure 14 cm de long. Sa base triangulaire mesure 3,5 cm de long et 2,9 cm de haut. Calcule le volume de chocolat contenu dans cette tablette.



Solution :

$V = Bh$

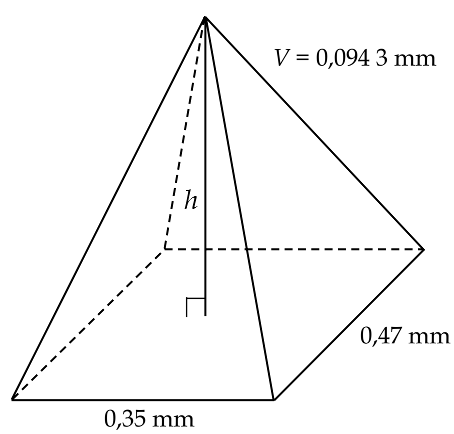
$$V = \frac{(3{,}5 \times 2{,}9)}{2} \times 14$$

$V = 71{,}05$

Il y a 71,05 cm³ de chocolat dans cette tablette.

2. Dessine une pyramide rectangulaire ayant un volume de 0,094 3 mm³ et étiquette-la en indiquant les dimensions de sa base, soit 0,35 mm sur 0,47 mm. Détermine sa hauteur.

Solution :



$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$0{,}094\ 3 = \frac{1}{3}(0{,}35 \times 0{,}47) \times h$$

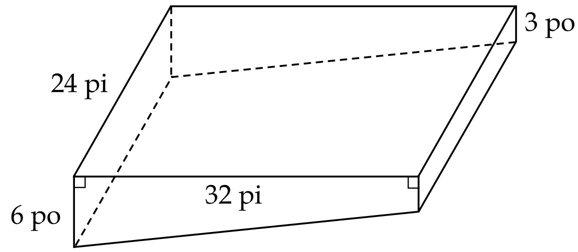
$$0{,}094\ 3 = 0{,}054\ 8\overline{3}h$$

$$h = \frac{0{,}094\ 3}{0{,}054\ 8\overline{3}}$$

$$h = 1{,}719\ 861\ 39$$

La hauteur de la pyramide est d'environ 1,72 mm.

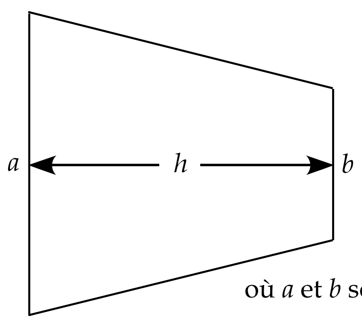
3. Le plancher de béton d'un garage a la forme trapézoïdale ci-dessous.



Si le béton coûte 95,75 la verge cube, combien l'entrepreneur doit-il s'attendre à payer pour le béton?

Note : Assure-toi que toutes les mesures sont dans la même unité avant de les utiliser dans tes calculs (conseil : convertis les pouces en pieds).

La formule de l'aire d'un trapèze est la moitié de la somme des longueurs des deux côtés parallèles multipliée par la hauteur entre eux.



où a et b sont parallèles

$$A = \frac{1}{2}(a+b)h_T$$

Solution :

$$V = Bh$$

$$V = \left(\frac{1}{2}(a+b)h_1\right)h_2$$

h_1 est la hauteur du trapèze (la base du prisme).
h_2 est la hauteur du prisme.

$$V = \left(\frac{1}{2}(0{,}25 + 0{,}5)(32)\right)(24)$$

Convertis les pouces en pieds.

$$V = 288 \text{ pi}^3$$

$$288 \text{ pi}^3 \times \frac{1 \text{ vg}^3}{27 \text{ pi}^3} = 10{,}\bar{6} \text{ vg}^3$$

Convertis les verges cubes à l'aide du rapport de conversion.

Coût = (prix la verge cube)(volume en verges cubes)
Coût = 95,75 × $10{,}\bar{6}$
Coût = 1021,33333...
L'entrepreneur devrait prévoir payer environ 1 021,33 $ pour le béton.

Activité d'apprentissage 3.6

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Simplifie $\frac{12}{26}$.
2. Simplifie $\frac{24}{52}$.
3. Écris 46,1 % en nombre décimal.
4. Il y a 8 billes dans un sac. Les billes sont de couleur rouge, jaune ou bleue. S'il y a quatre billes rouges et une bille jaune, combien de billes sont bleues?
5. Le côté d'un cube mesure 3 cm de long. Quel est son volume?
6. Quelle est l'aire totale du cube de la question 5?
7. Tu compares le prix de deux sortes de lotions au magasin. La lotion parfumée au citron coûte 3,00 $ pour un contenant de 60 ml; celle à la vanille coûte 6,00 $ pour 100 ml. Quelle lotion est la moins chère du millilitre?
8. Tu as un horaire chargé. Tu joues au soccer tous les soirs du dimanche, mardi et jeudi. Tu as des leçons de musique en soirée chaque samedi. Tu as également des leçons de natation le lundi soir. Durant quelles soirées n'as-tu pas d'activités?

Solutions :

1. $\frac{6}{13}$
2. $\frac{6}{13}$
3. 0,461
4. 3 billes bleues (8 – (4 + 1) = 8 – 5)
5. 27 cm^3 ($V = c^3$ ou $V = Llh$)
6. 54 cm^2 (Aire de la base × 6 = (3 × 3) × 6 = 54)
7. Lotion au citron (Lotion au citron : 3,00 ÷ 60 = 0,05; lotion à la vanille : 6,00 ÷ 100 = 0,06)
8. Le mercredi et le vendredi

Partie B – L’aire de prismes et de pyramides

N’oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n’as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Le célèbre musée du Louvre de Paris, en France, comporte une pyramide carrée en verre au-dessus de l’entrée principale. La pyramide mesure 35,42 m de largeur, 21,64 m de hauteur et a un apothème de 27,96 m. Calcule l’aire latérale de la pyramide de verre.

Solution :

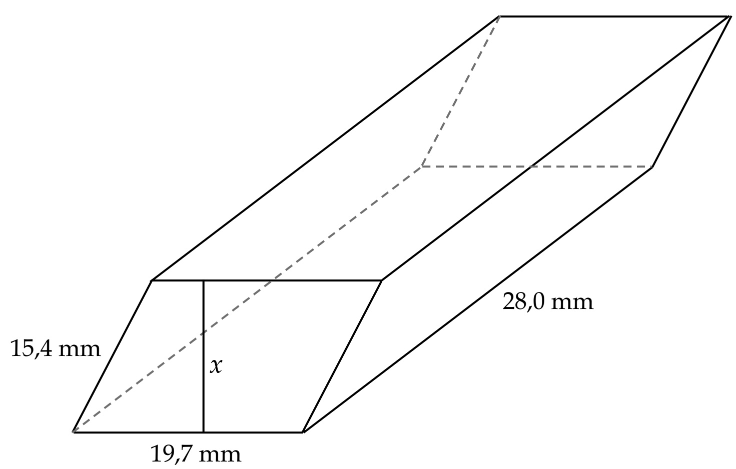
$$A_L = \frac{1}{2}Pa$$

$$A_L = \frac{1}{2}(4 \times 35{,}42)(27{,}96)$$

$$A_L = 1\ 980{,}686\ 4$$

L’aire latérale de la partie en verre est de 1 980,686 4 m^2.

2. L’aire totale du prisme ci-dessous avec sa base en forme de parallélogramme est de 2 501,44 mm^2. Détermine la hauteur du parallélogramme (la base du prisme).



Solution :

$$A_T = Ph + 2B$$

$$2\ 501,44 = \left[(2 \times 15,4) + (2 \times 19,7)\right](28,0) + 2(19,7)(x)$$

$$2\ 501,44 = 1\ 965,6 + 39,4x$$

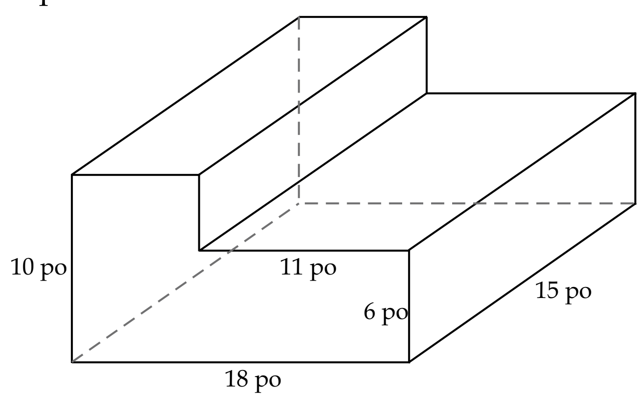
$$2\ 501,44 - 1\ 965,6 = 39,4x$$

$$\frac{535,84}{39,4} = \frac{39,4x}{39,4}$$

$$x = 13,6$$

La hauteur du parallélogramme (la base du prisme) est 13,6 mm.

3. Trouve l'aire totale de l'objet 3D suivant. Indique ta réponse finale :
   a) en notation scientifique (po^2);
   b) en pi^2.



Solution :

La base en forme de L est constante tout au long de l'objet, donc c'est un prisme. L'aire totale d'un prisme est : $A_T = Ph + 2B$.

Il te faudra trouver les mesures qui manquent. Tu sais que le haut de la forme en L (à gauche) mesure 18 – 11 = 7 po. Le segment vertical à droite de ceci mesure 10 – 6 = 4 po.

$A_T = (10 + 7 + 4 + 11 + 6 + 18)(15) + 2((7 \times 4)+(6 \times 18))$

$A_T = 56 \times 15 + 2 \times 136$

$A_T = 840 + 272$

$A_T = 1\ 112$

L'aire totale est de 1 112 po^2 ou $1,112 \times 10^3$ pouces carrés.

$$1\ 112 \text{ po}^2 \times \frac{1 \text{ pi}^2}{144 \text{ po}^2} = 7,7\overline{2}$$

L'aire totale est d'environ 7,72 pieds carrés.

Activité d’apprentissage 3.7

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. Évalue $\sqrt{9+16}$.
2. Évalue $\sqrt{25+144}$.
3. La pente d’un segment est 4. Quelle est la pente d’un segment perpendiculaire à celui-ci?
4. Terrence a une orange en chocolat. Il veut manger le même montant de chocolat chaque jour pendant une semaine. Si l’orange a 14 morceaux, combien de morceaux va t’il manger chaque jour?
5. Tu sors ton ami pour sa fête en lui payant un repas au restaurant. Tu t’occupes de payer la facture qui est 35,75 $. Tu déposes 40 $ sur la table (y inclut le pourboire). Combien laisses-tu comme pourboire?
6. Un angle de 140° est-il un angle aigu, obtus, plat ou rentrant?
7. Le volume d’un cube est 8 m^3. Quelles sont ses dimensions?
8. Quels deux nombres ont un produit de -10 et une somme de -3?

Solutions :

1. $5 \left(\sqrt{9+16} = \sqrt{25}\right)$
2. $13 \left(\sqrt{25+144} = \sqrt{169}\right)$
3. $-\frac{1}{4}$ (La pente d’un segment perpendiculaire est inverse à la pente du segment et de signe opposé)
4. 2 morceaux (14 ÷ 7)
5. 4,25 $ (35,75 $ + 0,25 $ = 36 $; 36 $ + 4 $ = 40 $, alors 4 $ + 0,25 $ = 4,25 $)
6. Obtus (Aigu : entre 0° et 90°; obtus : entre 90° et 180°; plat : 180°; rentrant : entre 180° et 360°)
7. 2 m (toutes les dimensions sont égales, alors $\sqrt[3]{8} = 2$)
8. –5 et 2 (–5 × 2 = –10 et –5 + 2 = –3)

Partie B – L'aire et le volume de sphères, de cylindres et de cônes

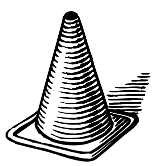
N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Décris la relation entre le volume d'un cône et celui d'un cylindre ayant le même rayon et la même hauteur.

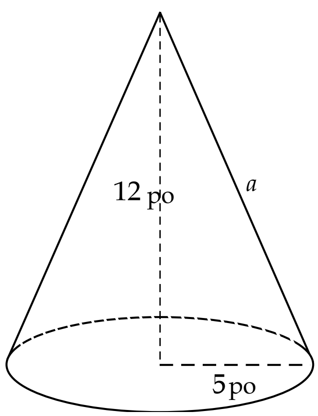
   Solution :

   Le volume d'un cône qui a le même rayon et la même hauteur qu'un cylindre égale le tiers du volume du cylindre. Ou encore, le volume d'un cylindre ayant la même hauteur et le même rayon qu'un cône sera trois fois plus grand que le volume du cône.

2. On t'a demandé de repeindre la surface latérale de pylônes en forme de cône utilisés pour les pratiques de soccer. S'ils ont un rayon de 5 po et une hauteur de 12 po, calcule l'apothème et l'aire latérale à repeindre.



Solution :



$$r^2 + h^2 = a^2$$ où r est le rayon, h est la hauteur et a est l'apothème.

$$5^2 + 12^2 = a^2$$

$$25 + 144 = a^2$$

$$169 = a^2$$

$$a = 13$$

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi (5)$$

$$C = 31{,}415\ 926\ 54$$

$$A_L = \frac{1}{2}Ca$$

$$A_L = \frac{1}{2}(31,415\ 926\ 54)(13)$$

$$A_L = 204,203\ 522\ 5$$

La surface latérale du cône qui doit être peinte est d'environ 204 po^2.

3. Trouve un ballon de sport, par exemple, un ballon de basket-ball ou de soccer, ou une balle de balle molle ou de tennis, et mesure sa circonférence en unités impériales. Décris ta stratégie de mesure et utilise la circonférence pour déterminer le rayon du ballon ou de la balle. Calcule le volume du ballon (de la balle).

   Solution :

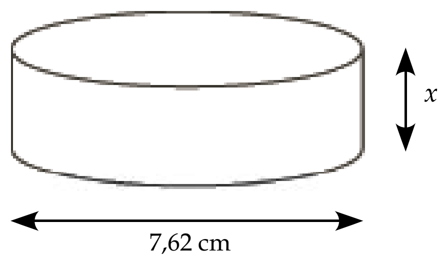
   Pour déterminer la circonférence d'un ballon de sport, tu peux avoir utilisé un ruban à mesurer flexible, ou avoir entouré d'une corde la partie la plus large du ballon (de la balle) et avoir utilisé une règle pour mesurer la longueur de la corde. Tu as peut être utilisé un autre moyen original. Avec la formule $C = 2\pi r$ ou $r = \frac{C}{2\pi}$, trouve la longueur du rayon. Substitue cette value dans la formule $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, et trouve le volume du ballon (de la balle).

   Compare ta réponse avec les solutions possibles ci-dessous :

Type de ballon/ balle	Circonférence	Rayon	Volume
Ballon de soccer	27,5 pouces	4,377 po	351,252 po^3
Ballon de basket-ball	29,5 pouces	4,695 po	433,506 po^3
Balle de baseball	9 pouces	1,432 po	12,300 po^3
Balle molle	12 poucess	1,910 po	29,187 po^3
Balle de tennis	8 pouces	1,273 po	8,641 po^3

   Note : La mesure du volume a été trouvée après avoir arrondi le rayon au millième près.

4. Une rondelle de hockey a un diamètre de 7,62 cm et un volume de 115,83 cm^3. Calcule l'épaisseur d'une rondelle de hockey.



Solution :

$d = 2r$

$r = \dfrac{d}{2}$

$r = \dfrac{7,62}{2}$

$r = 3,81$

$V = Bh$

$V = \left(\pi r^2\right)h$

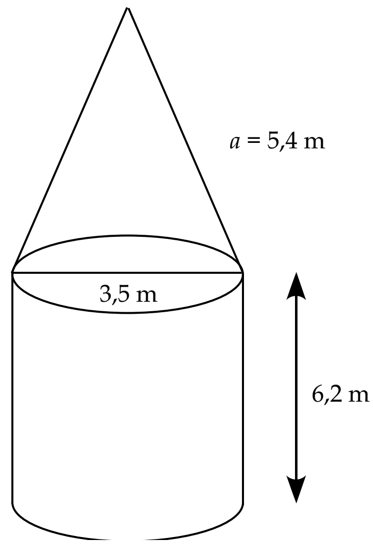
$115,83 = \pi\left(3,81^2\right)x$

$x = \dfrac{115,83}{\pi \times 14,516\ 1}$

$x = 2,539\ 926\ 986$

L'épaisseur d'une rondelle de hockey est de 2,54 cm, ce qui équivaut à 1 po. Ce serait un bon référent!

5. La tourelle sur un château est un toit construit en forme de cône au-dessus d'une structure cylindrique. Détermine l'aire latérale de la tourelle suivante. Arrondis ta réponse finale au centième de mètre^2 près.



Solution :

Cet objet est composé d'un cylindre et d'un cône. Trouve la somme des deux aires latérales pour déterminer l'aire latérale de l'objet.

$$A_L = A_{L\text{cône}} + A_{L\text{cylindre}}$$

$$A_L = \frac{1}{2}Ca + Ch \quad (\text{où } C = \pi\, d)$$

$$C = \pi\,(3,5)$$

$$C = 10,995\ 574\ 29$$

$$A_L = \frac{1}{2}(10,995\ 574\ 29)(5,4) + (10,995\ 574\ 29)(6,2)$$

$$A_L = 29,688\ 050\ 58 + 68,172\ 560\ 58$$

$$A_L \approx 97,86$$

L'aire latérale de cette tourelle est d'environ 97,86 m^2.

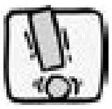
Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 4
La trigonométrie

Module 4
La trigonométrie

Introduction



Le mot trigonométrie vient de deux mots : *Trigone*, qui signifie triangle en grec, et *Metrie* qui signifie mesure. La trigonométrie est l'étude des relations entre les longueurs des côtés et les mesures des angles de triangles. Elle est utile quand tu dois déterminer des longueurs et des angles difficiles à mesurer physiquement. Par exemple, les mathématiciens grecs s'en servaient pour étudier les distances entre les corps célestes.

Le module 4 présente les trois principaux rapports trigonométriques, soit le sinus, le cosinus et la tangente. Tu les utiliseras pour déterminer les longueurs et les angles de triangles. Pour ce module, tu auras besoin d'un rapporteur d'angles et d'instruments de mesure, comme une verge, un mètre ou un ruban à mesurer.

Devoirs du module 4

Tu devras envoyer les quatre devoirs ci-dessous, ainsi que les six devoirs du module 3, à la Section de l'enseignement à distance quand tu auras terminé ce module.

Leçon	Numéro du devoir	Titre du devoir
1	Devoir 4.1	Le rapport tangente
2	Devoir 4.2	Utilisation des sinus, cosinus et tangente
3	Devoir 4.3	Rapports trigonométriques inverses
4	Devoir 4.4	Application des rapports trigonométriques

Examen de mi-session

Un rappel qu'à la fin de ce module, tu dois écrire l'examen de mi-session pour ce cours. Tu dois prendre les dispositions nécessaires pour écrire cet examen. Prends cette occasion de planifier à l'avance.

Si tu fréquentes l'école, ton examen sera envoyé à ton école lorsque tous les devoirs requis auront été soumis. Tu dois prendre des dispositions avec le facilitateur de l'Option Études indépendantes (OEI) de ton école pour déterminer la date, l'heure et le lieu de l'examen.

Si tu ne fréquentes pas l'école, consulte le formulaire de demande d'examen pour connaître tes options. Les formulaires sont disponibles sur le site Web de la Section de l'enseignement à distance, ou tu peux obtenir l'information voulue sur le système de gestion de l'apprentissage. Deux semaines avant de passer l'examen final, remplis le formulaire et envoie-le par la poste, par télécopieur ou par courriel à :

Section de l'enseignement à distance
555, rue Main, salle 500
CP 2020
Winkler (Manitoba) R6W 4B8
Télécopieur : 204 325-1719
Téléphone : 1 800 465-9915
Courriel: distance.learning@gov.mb.ca

Fiche-ressource

Lorsque tu te présenteras à l'examen de mi-session, tu auras le droit d'apporter avec toi une fiche-ressource d'examen. Cette fiche doit être sur une seule feuille de papier format lettre, soit 8½ po sur 11 po, écrite des deux côtés de ta main ou dactylographiée. Tu dois remettre cette feuille avec ton examen à la Section de l'enseignement à distance. Il n'y aura pas de points attribués à ta fiche-ressource d'examen de mi-session.

Pour beaucoup d'élèves, préparer une fiche-ressource d'examen est un excellent moyen de réviser la matière. Elle fournit un résumé des points importants de chaque module, que tu peux consulter en tout temps. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource pour chaque module afin de l'aider à étudier et à réviser. Des résumés de leçons te sont fournis à chaque fin de leçon, et des sommaires de modules à la fin de chaque module pour servir de référence.

Pour te préparer à faire cette fiche-ressource, utilise la liste de consignes ci-dessous, que tu appliqueras au fur et à mesure en faisant le module. Tu pourrais utiliser la fiche-ressource du module 4 pour noter les termes et formules de mathématiques, des exemples de questions ou une liste des endroits où tes erreurs sont plus fréquentes. Tu peux y écrire les notions dont tu as besoin, ou indiquer les numéros de page des leçons que tu devrais réviser plus attentivement quand tu étudieras pour les examens.

Lorsque tu auras terminé les fiches-ressources des modules 1 à 4, tu pourras essayer de les résumer pour en faire ta fiche-ressource de l'examen de mi-session. Rappelle-toi que cet examen ne porte que sur les quatre premiers modules du cours.

Fiche-ressource du module 4

1. Inscris les termes mathématiques qui sont mentionnés dans chaque leçon.
2. Inscris toutes les formules mentionnées dans chaque leçon.
3. Quelles stratégies de calcul ont été discutées dans chaque leçon?
4. Quelles sont les questions qui doivent être copiées sur ta fiche-ressource parce qu'elles sont représentatives des questions de chaque leçon?
5. Quelles étaient les questions les plus difficiles? Inscris les numéros de pages sur ta fiche-ressource de module pour pouvoir refaire ces questions avant l'examen. Si tu trouves l'un de ces problèmes particulièrement difficile, tu peux l'écrire ainsi que sa solution sur ta fiche-ressource d'examen de mi-session pour l'avoir à portée de la main à l'examen.
6. Quels sont les autres trucs aide-mémoire que tu as trouvés pour te préparer à l'examen?

Notes

Leçon 1 – Le rapport tangente

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu pourras

- ❑ réviser le théorème de Pythagore
- ❑ identifier les noms des côtés d'un triangle rectangle par rapport à un angle aigu donné
- ❑ découvrir le principal rapport trigonométrique de tangente et l'utiliser pour résoudre des triangles

Introduction

Dans cette leçon, nous réviserons le théorème de Pythagore et te présenterons le premier des rapports trigonométriques, la tangente. Tu utiliseras ce rapport pour trouver la longueur des côtés de triangles rectangles.

Révision des triangles

Les types de triangles

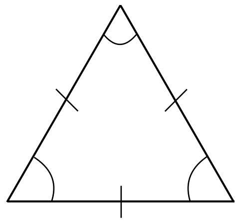
Un triangle est un polygone comportant trois côtés et trois angles. La somme des angles égale toujours 180°, mais il existe différents types de triangles ayant des caractéristiques géométriques uniques.

Triangles congruents : 2 ou plusieurs triangles ayant des côtés de même longueur ou dont les mesures sont les mêmes

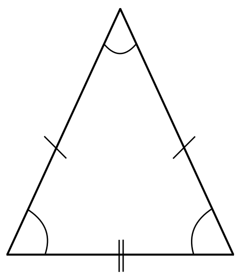
Triangles semblables : 2 ou plusieurs triangles ayant la même forme mais pas nécessairement les mêmes dimensions.

Les termes ci-dessous seront utilisés tout au long de ce module. Il serait utile d'inclure ces définitions sur ta fiche-ressource.

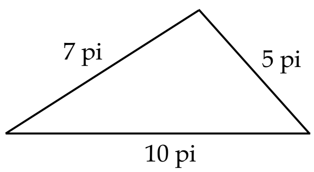
Triangle équilatéral : trois côtés congruents et trois angles congruents



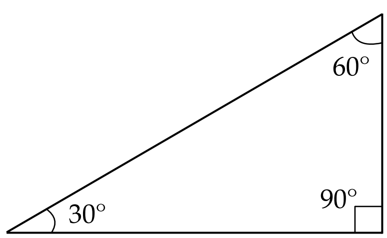
Triangle isocèle : comporte au moins deux côtés congruents et deux angles congruents

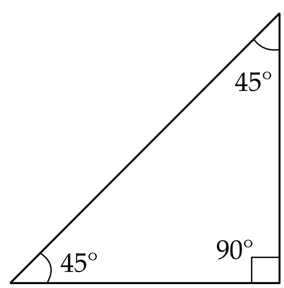


Triangle scalène : aucun côté congruent et aucun angle congruent

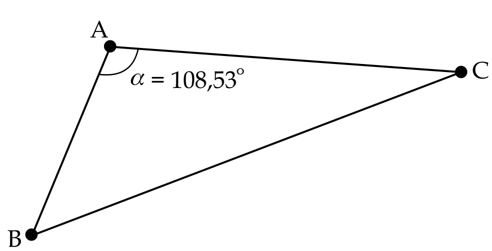


Triangle rectangle : contient un angle droit (qui mesure exactement 90°)

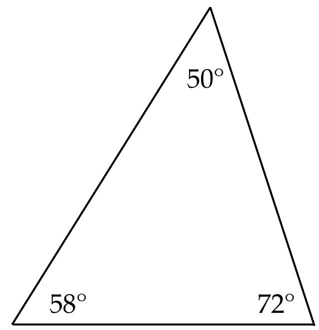




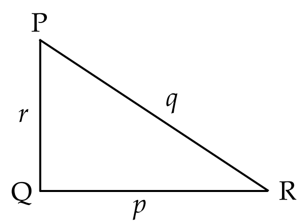
Triangle obtus : contient un angle obtus (qui mesure plus de 90° mais moins de 180°)



Triangle aigu : les trois angles sont aigus (mesurent plus de 0° mais moins de 90°)

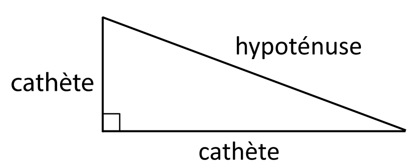


Note : Les lettres majuscules sont souvent utilisées pour étiqueter les sommets (angles) d'un triangle. Et pour étiqueter le côté opposé au sommet, on emploie la même lettre, mais en minuscule, que celle du sommet.

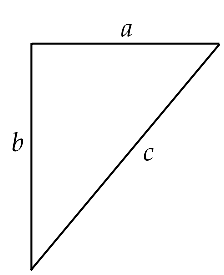


Les triangles rectangles

Le module 4 sera axé sur les triangles rectangles. Le côté le plus long d'un triangle rectangle est toujours opposé à l'angle droit; c'est l'hypoténuse. Pour trouver l'hypoténuse, il faut d'abord trouver l'angle droit, puis se rendre directement en face. Les deux côtés qui forment l'angle droit sont appelés les cathètes.

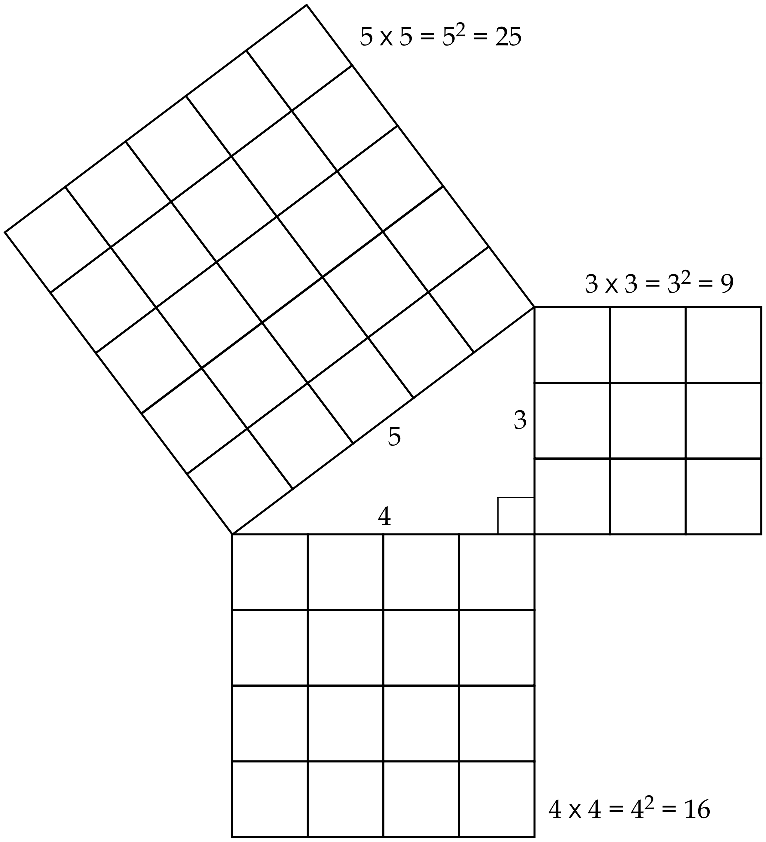


Le théorème de Pythagore stipule que, dans tout triangle rectangle, la somme des carrés des deux cathètes est égale au carré de l'hypoténuse. Si tu étiquettes les cathètes a et b et l'hypoténuse c, alors $a^2 + b^2 = c^2$.



Il serait sage d'inclure le théorème de Pythagore et le diagramme correspondant sur ta fiche-ressource.

Pour illustrer ce théorème, tu peux dessiner un carré le long de chaque côté du triangle et comparer leurs aires.

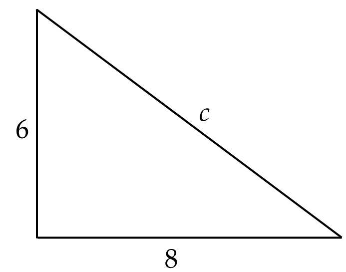


Dans ce triangle, $a = 3$, $b = 4$ et $c = 5$.

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$3^2 + 4^2 = 5^2$$
$$9 + 16 = 25$$
$$25 = 25$$

Exemple 1

Détermine la longueur de l'hypoténuse.



Solution :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$6^2 + 8^2 = c^2$$

$$36 + 64 = c^2$$

$$100 = c^2$$

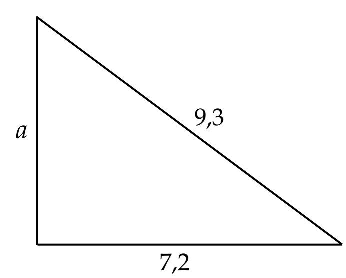
$$c = \sqrt{100}$$

$$c = 10$$

La longueur de l'hypoténuse égale 10 unités.

Exemple 2

Détermine la longueur du côté inconnu.



Solution :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + 7,2^2 = 9,3^2$$

$$a^2 = 9,3^2 - 7,2^2$$

$$a^2 = 86,49 - 51,84$$

$$a^2 = 34,65$$

$$a = \sqrt{34,65} = 5,886\ 425\ 061$$

La longueur du côté *a* est d'environ 5,9 unités.

Les noms des côtés d'un triangle rectangle

Les deux cathètes d'un triangle rectangle peuvent avoir différents noms. Contrairement à l'hypoténuse, qui est située directement en face de l'angle droit, les cathètes sont nommées en rapport avec l'un des deux autres angles du triangle, et ils sont interchangeables, selon l'angle auquel on se réfère.

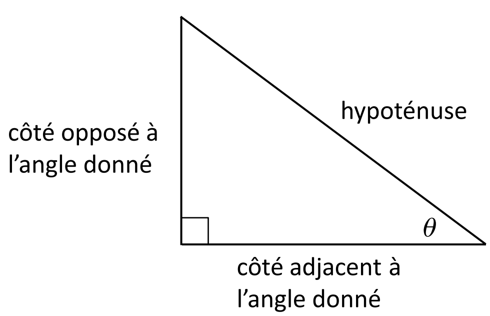
La cathète qui rencontre l'hypoténuse pour créer l'angle donné s'appelle le côté adjacent, et la cathète qui se trouve à l'opposé de l'angle donné s'appelle le côté opposé.

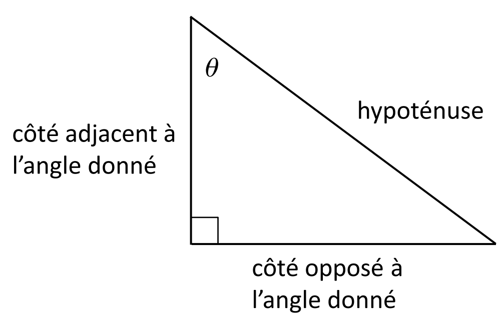
Trucs pour se rappeler de ces noms :

- Adjacent veut dire « à côté de », et le côté adjacent se trouve à côté de l'angle spécifié.
- Opposé est un mot parfois utilisé pour décrire des objets qui se font face (situés l'un en face de l'autre). Le côté opposé est situé de l'autre côté de l'angle donné.

L'angle spécifié peut être identifié par un symbole comme θ (la lettre grecque *theta*), x ou par une valeur donnée. L'angle spécifié ne sera jamais l'angle droit.

Tu voudrais probablement inclure les diagrammes ci-dessous sur ta fiche-ressource.

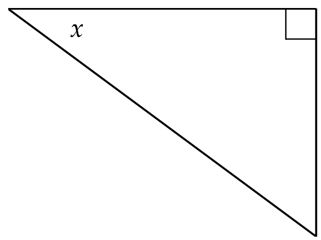


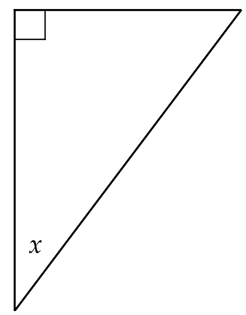


L'hypoténuse se trouve toujours à l'opposé (en face) de l'angle droit, le côté adjacent forme l'angle donné avec l'hypoténuse, et le côté opposé se trouve directement en face de l'angle donné.

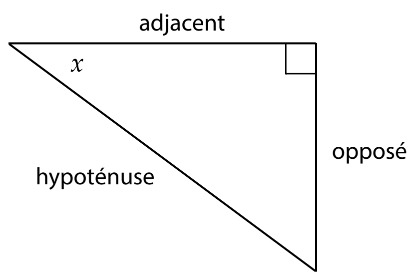
Exemple 3

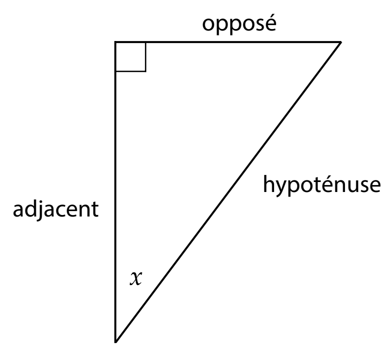
Étiquette les côtés de ces triangles rectangles étant donné l'angle x.





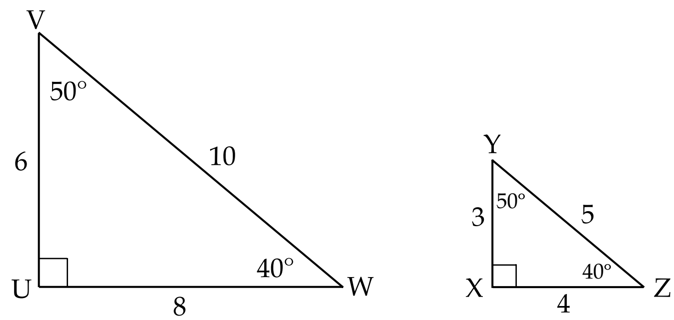
Solution :





Les triangles rectangles semblables

Deux triangles sont dits semblables s'ils ont la même forme, mais avec des côtés de longueurs différentes. Cela signifie que des triangles semblables ont des angles correspondants égaux, et des côtés correspondants proportionnels.



$\Delta UVW \sim \Delta XYZ$

Le triangle UVW est semblable au triangle XYZ. Les angles sont exactement les mêmes dans ces deux triangles, et les longueurs des côtés sont proportionnelles, dans un rapport de 2:1.

Les triangles rectangles semblables peuvent être utilisés pour explorer les rapports entre les longueurs des côtés.

Activité d'apprentissage 4.1

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. La circonférence d'un cercle est 32π. Quel est le rayon de ce cercle?
2. Simplifie $\frac{12}{45}$.
3. Quelle est la moyenne de 3, 4, 6 et 7?
4. Complète la régularité : -43, -38, -33, ____, ____.
5. Quelle est l'ordonnée à l'origine d'une droite dont l'équation est $y = 6x - 2$?
6. Tu veux acheter deux nouveaux DVD. Chaque DVD coûte 18,99 $. Peux-tu acheter les deux DVD avec 35 $?
7. Est-ce que 0 est un nombre rationnel ou irrationnel?
8. Le volume d'un cylindre est 12 cm^3. Quel est le volume d'un cône qui a la même base et la même hauteur que le cylindre?

suite

Activité d'apprentissage 4.1 (suite)

Partie B – Triangles rectangles et triangles semblables

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

Regarde les triangles semblables suivants, chacun avec la mesure d'un angle donné.

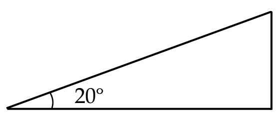
Étiquette l'hypoténuse, le côté opposé et le côté adjacent de chaque triangle.

À l'aide d'une règle métrique, mesure les longueurs des côtés opposé et adjacent dans chacun et inscris ces mesures dans le tableau qui suit, au dixième de cm près.

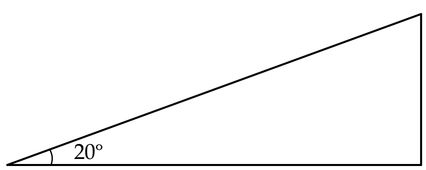
Écris le rapport des longueurs tel qu'indiqué dans la 4^{e} colonne.

Calcule la valeur du rapport à 2 décimales près à l'aide d'une calculatrice.

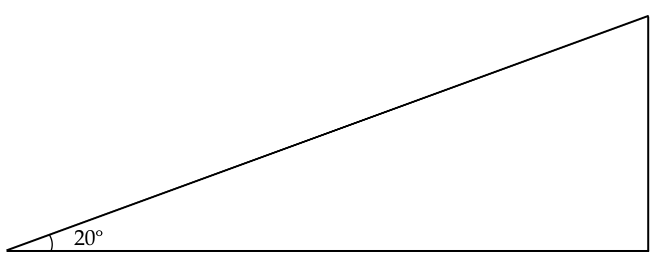
Triangle 1 :



Triangle 2 :

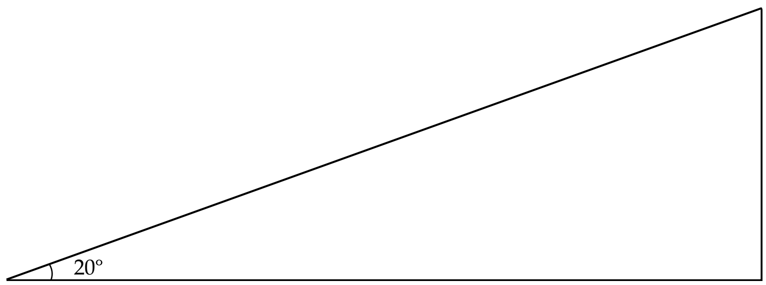


Triangle 3 :



suite

Triangle 4 :



Triangle	Côté opposé	Côté adjacent	$\dfrac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}}$	Valeur calculée du rapport
1				
2				
3				
4				

Le rapport tangente

As-tu remarqué que les valeurs des rapports étaient presque exactement les mêmes pour chaque triangle?

Par rapport à un angle de 20°, le rapport des longueurs du côté opposé et du côté adjacent dans un triangle rectangle est toujours de 0,36 à 1, ou $\dfrac{0,36}{1}$.

Ce rapport des longueurs des côtés a un nom spécial. C'est le rapport tangente.

Ta calculatrice utilise fort probablement l'abréviation TAN pour le rapport tangente. Trouve la touche TAN sur ta calculatrice et utilise-la pour déterminer la valeur de la tangente de 20.

Ta calculatrice doit toujours être dans le mode « DEG » ou « D », selon le modèle de calculatrice (il y a une touche DRG sur le clavier de ta calculatrice). Si ta calculatrice est dans le mode « RAD » ou « GRAD », aucune de tes réponses ne seront correctes. Vérifie ta calculatrice chaque fois que tu fais des calculs pour t'assurer qu'il est dans le mode DEG (ou D).

Consulte le mode d'emploi de ta calculatrice pour savoir dans quel ordre tu dois utiliser les touches. Tu devras peut-être faire

TAN	20	=	ou	20	TAN	ou	TAN	20	)	ENTER

Écris dans ta fiche-ressource la séquence de touches que tu dois utiliser avec ta calculatrice.

tan 20° = 0,363 970 234

C'est la valeur que tu as calculée quand tu as mesuré le rapport entre les longueurs des côtés opposé et adjacent des triangles rectangles semblables de l'activité d'apprentissage 4.1.

Dans tout triangle rectangle, pour un angle donné, la valeur de la tangente est égale au rapport du côté opposé sur le côté adjacent. Si A est l'angle donné, alors.

$$\tan A = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

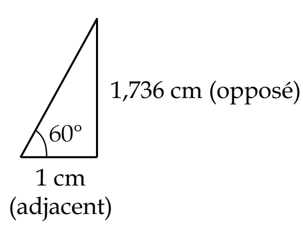
Exemple 4

Détermine la tangente de 60° et explique ce que cela signifie à l'aide d'un diagramme.

Solution :

Sur une calculatrice, la tangente de 60° est approximativement 1,732.

Comme le rapport tangente égale $\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$, tan 60°=1,732 signifie que dans un triangle rectangle avec un angle de 60°, le rapport des longueurs des côtés opposé et adjacent à l'angle de 60° serait d'environ $\frac{1{,}732}{1}$. Ce rapport peut être illustré sur un triangle rectangle comme suit :

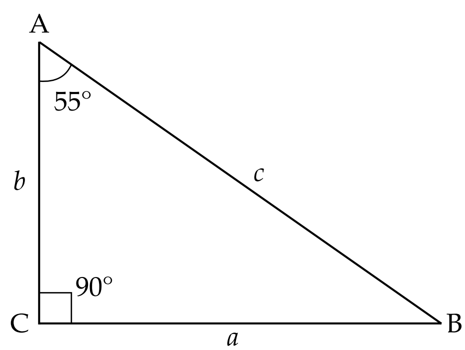


L'application du rapport tangente pour résoudre des triangles rectangles

Pour utiliser le théorème de Pythagore, il faut connaître les longueurs de deux côtés afin de trouver la longueur du troisième côté. Avec le rapport tangente, on peut trouver la longueur d'une cathète quand on connaît la valeur d'un angle et la longueur de l'autre cathète, que ce soit le côté opposé ou adjacent à cet angle.

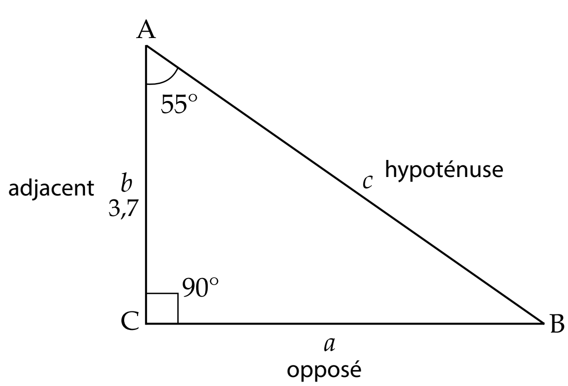
Exemple 5

Détermine la longueur du côté *a* si *b* égale 3,7 cm.



Solution :

Étiquette les côtés du triangle.



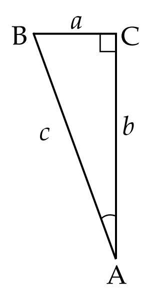
Tu sais que la longueur du côté adjacent à l'angle de 55° égale 3,7 cm et tu veux trouver la longueur du côté opposé. Le rapport tangente égale

$$\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}.$$

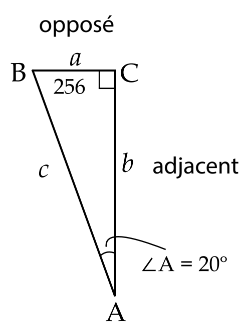
$\tan 55° = \dfrac{a}{3,7}$	Étape 1 : Établis le rapport.
	Étape 2 : Utilise ta calculatrice pour déterminer tan 55°.
$1,428... = \dfrac{a}{3,7}$	Étape 3 : Isole la variable en éliminant le dénominateur.
$(3,7)1,428... = \dfrac{a}{3,7}(3,7)$	Étape 4 : Multiplie par 3,7 les deux côtés de l'équation.
$5,284\ 147\ 625 = a$	Étape 5 : La longueur du côté *a* égale environ 5,3 cm.

Exemple 6

Détermine la longueur du côté b si $\angle A = 20°$, $\overline{BC} = 256$.



Solution :



$\tan\theta = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$ Établis le rapport.

$\tan 20° = \dfrac{256}{b}$ Substitue les valeurs connues. Note que la variable inconnue est au dénominateur.

$(b)\tan 20° = \dfrac{256}{b}(b)$

$\dfrac{\tan 20° b}{\tan 20°} = \dfrac{256}{\tan 20°}$ Isole la variable en multipliant les deux côtés de l'équation par b et en divisant les deux côtés par tan 20°.

$b = \dfrac{256}{\tan 20°}$ Note que tu as simplement interchangé la fonction trigonométrique (dans ce cas, tan 20°) et la variable b.

$b = \dfrac{256}{0{,}363...}$ Trouve la valeur de la variable inconnue.

$b = 703{,}354...$

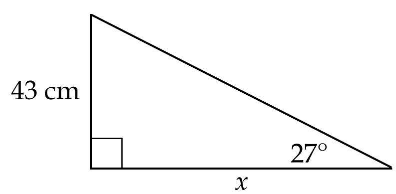
La longueur du côté b est d'environ 703,4 unités.

Exemple 7

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 27° égale 43 cm. Résous le triangle (trouve les valeurs des 3 côtés et des 3 angles). Inclus un diagramme.

Solution :

Résoudre un triangle rectangle signifie déterminer les longueurs des trois côtés et les valeurs de deux angles (tu sais déjà qu'il y a un angle de 90°). Un diagramme de ce triangle peut ressembler à ceci :



D'abord, trouve la longueur du côté inconnu (adjacent).

$$\tan\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

$$\tan 27° = \frac{43}{x}$$

$$(x)\tan 27° = \frac{43}{x}(x)$$

$$\frac{(x)\tan 27°}{\tan 27°} = \frac{43}{\tan 27°}$$

$$x = \frac{43}{\tan 27°}$$

$$x = 84{,}392\ 251\ 74$$

La longueur du côté adjacent est d'environ 84,4 cm.

Si tu connais les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle, tu peux trouver la valeur du troisième côté en utilisant le théorème de Pythagore.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$43^2 + 84{,}392\ 251\ 74^2 = c^2$$

$$8\ 971{,}052\ 153 = c^2$$

$$c = \sqrt{8\ 971{,}052\ 153}$$

$$c = 94{,}715\ 638\ 38$$

La longueur de l'hypoténuse est approximativement de 94,7 cm.

Si tu connais la mesure d'un angle dans un triangle rectangle, tu peux déterminer la mesure du troisième angle, puisque la somme des angles égale toujours 180°.

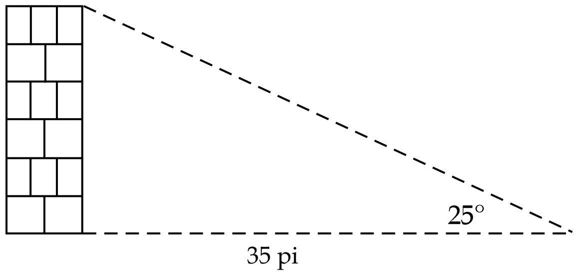
180 – 90 – 27 = 63

Ou alors, puisque tu sais que l'angle droit égale 90° et que la somme des deux autres angles doit donner 90°, calcule simplement 90 – 27 = 63.

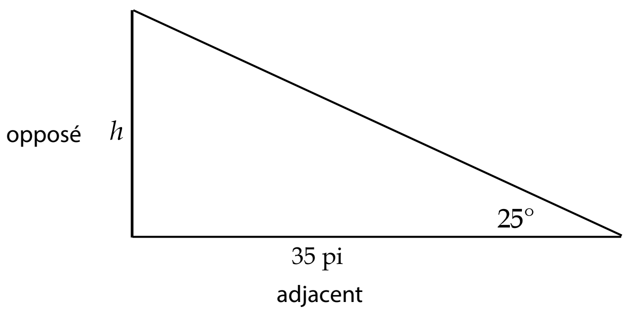
Le troisième angle mesure 63°.

Exemple 8

Quelle est la hauteur de l'édifice dans le diagramme ci-dessous?



Solution:



$$\tan 25° = \frac{h}{35}$$

$$h = 35 \tan 25°$$

$$h = 16{,}3 \text{ pi}$$

Activité d'apprentissage 4.2

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Évalue : 8^2.
2. Évalue : $\sqrt{100-64}$.
3. Le jardin dans ta cours a une aire de 1 verge^2. Convertis l'aire en pieds carrés.
4. Quel est le PPCM de 10 et 7?
5. Tu te trouves sur la ligne de fond d'un terrain de basketball. Par rapport à ta position, la ligne de lancer franc se situe à 25 pieds et la ligne du centre est à 47 pieds. Quelle est la distance entre la ligne de lancer franc et la ligne du centre?
6. La TPS (taxe sur les produits et les services) est 5 %. Si tu achètes des vêtements de 44,00 $ pour ton cousin nouveau-né, combien paieras-tu en TPS (la TPS est la seule taxe qui s'applique aux prix des vêtements des enfants)?
7. Continu ou discontinu? Le nombre de feux rouges auxquels tu t'arrêtes en fonction de la distance que tu parcours en ville.
8. Résous $15t - 5 = 40$.

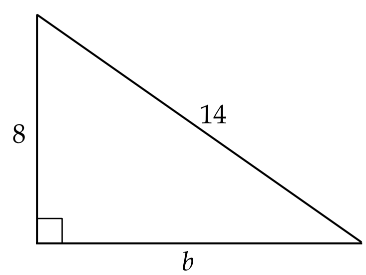
suite

Partie B – Le rapport tangente

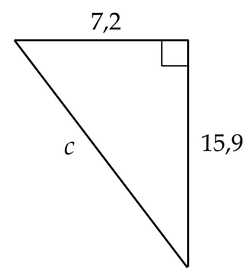
N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Utilise le théorème de Pythagore pour trouver les longueurs des côtés inconnus dans les triangles suivants, au dixième d'unité près.

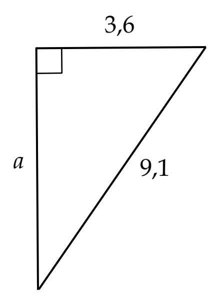
1. a)



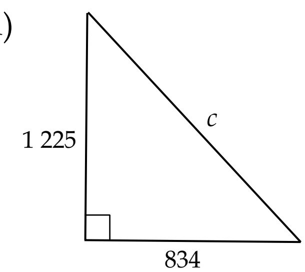
b)



c)



d)



2. Le pied d'une échelle de 13 m se trouve à 5 m de la base d'un grand édifice. À quelle hauteur l'échelle est-elle appuyée sur l'édifice? Dessine un diagramme.
3. Les longueurs énumérées ci-dessous peuvent-elles être les côtés d'un triangle rectangle? Explique pourquoi. (Rappelle-toi que l'hypoténuse est toujours le côté le plus long d'un triangle rectangle.)

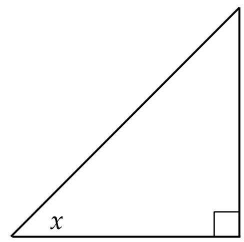
   a) 3, 4, 5
   b) 6, 11, 13
   c) 15, 8, 17
   d) 9, 9, 12

suite

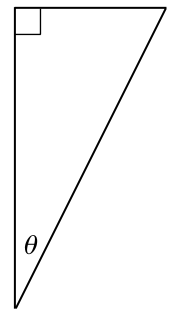
Activité d'apprentissage 4.2 (suite)

4. Étiquette les côtés des triangles suivants par rapport à l'angle donné.

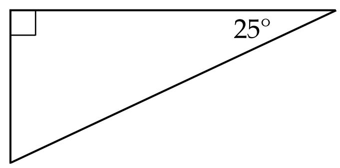
a)



b)



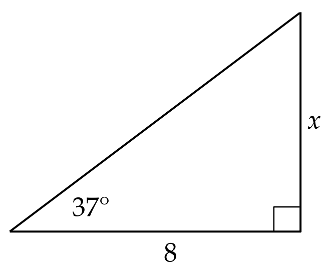
c)



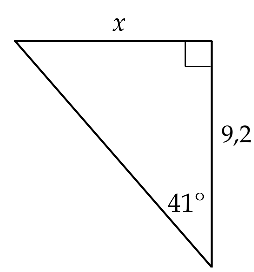
5. Calcule tan 15° à 3 décimales près et explique ce que cela signifie à l'aide d'un diagramme.

6. Utilise le rapport tangente pour trouver la longueur du côté inconnu x dans chaque triangle.

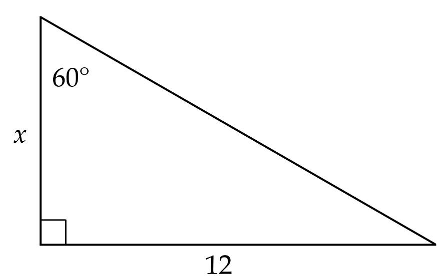
a)



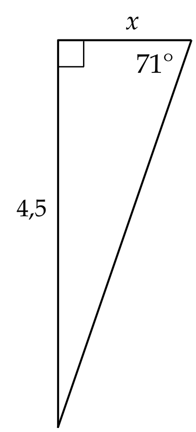
b)



c)



d)



Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as révisé comment trouver la longueur d'un côté inconnu dans un triangle rectangle à l'aide du théorème de Pythagore. Tu as appris comment étiqueter l'hypoténuse et les côtés opposé et adjacent par rapport à un angle donné. Tu as vu comment le rapport des longueurs du côté opposé et du côté adjacent dans des triangles semblables est défini dans le rapport tangente et comment les fonctions trigonométriques peuvent être utilisées pour aider à trouver les valeurs des côtés et des angles de triangles rectangles.

Dans la prochaine leçon, tu exploreras les rapports sinus et cosinus.

Devoir 4.1

Le rapport tangente

Total : 14 points

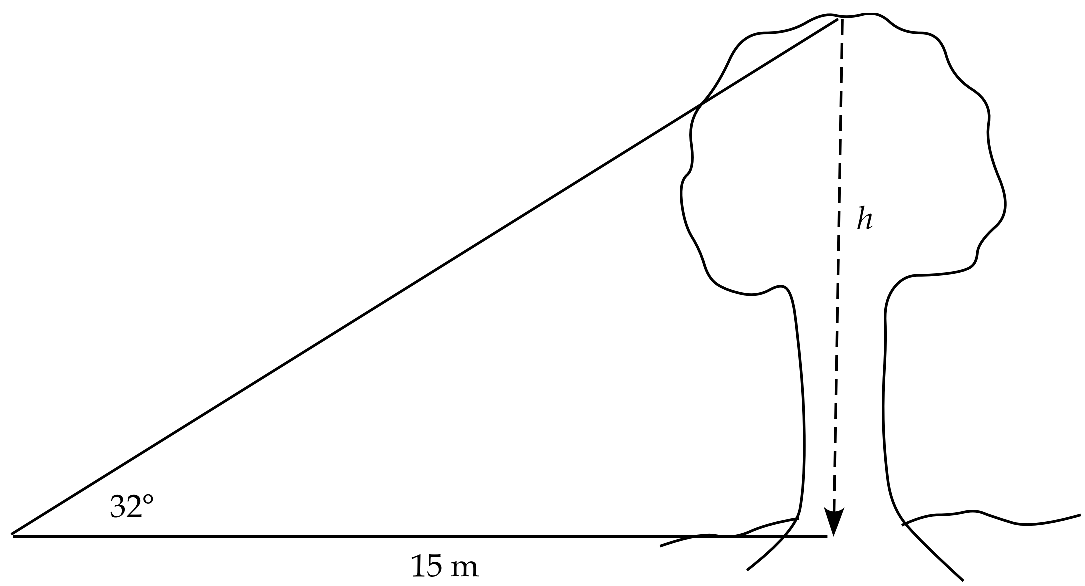
Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Le pied d'une échelle de 1,7 m se trouve à 0,8 m de la base d'une maison. À quelle hauteur sur le mur l'échelle s'appuie-t-elle? Dessine un diagramme et montre tes calculs. *(2 points)*

2. Calcule tan 56° au dixième près et explique ce que cela signifie à l'aide d'un diagramme. *(3 points)*

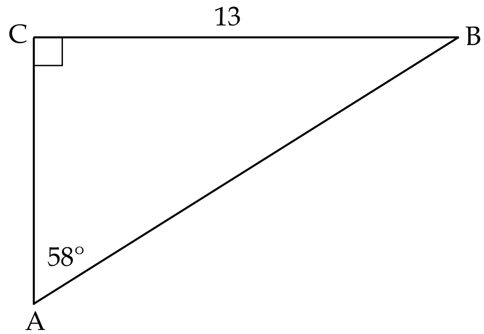
3. Pourquoi tan 45°=1? Explique ta réponse à l'aide d'un diagramme. (Indice : Tu voudrais peut-être dessiner un triangle à l'aide d'un rapporteur et d'une règle.) *(2 points)*

4. Quelle est la hauteur de l'arbre dans le diagramme ci-dessous? *(2 points)*

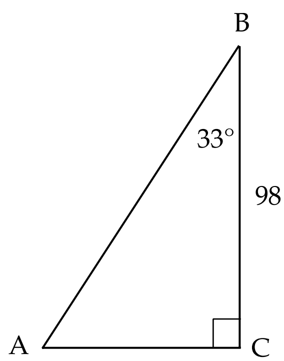


5. Résous les triangles suivants.

a) *(2 points)*



b) *(3 points)*



Notes

Leçon 2 – Les rapports sinus et cosinus

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ définir les rapports sinus et cosinus et les utiliser pour résoudre des problèmes sur des triangles rectangles
- ❑ résoudre des problèmes comportant des angles d’élévation et de dépression

Introduction

Dans la leçon 1, tu as défini le rapport tangente comme étant le rapport des longueurs des côtés opposé et adjacent d’un triangle rectangle. La leçon 2 t’aidera à reconnaître et à utiliser les rapports sinus (abréviation « sin ») et cosinus (abréviation « cos ») pour résoudre des problèmes de triangles, y compris des triangles avec des angles d’élévation et de dépression ainsi que des problèmes touchant à deux triangles.

Les rapports sinus et cosinus

Les rapports sinus et cosinus se calculent à partir de la longueur de l’hypoténuse et de la longueur du côté opposé ou côté adjacent d’un triangle rectangle. Complète l’activité d’apprentissage suivante pour déterminer quel côté est utilisé pour chaque rapport.

Activité d'apprentissage 4.3

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Un angle de 86° est-il aigu, obtus, plat ou rentrant?
2. Écris $\frac{29}{9}$ en nombre fractionnaire.
3. Tu te réveilles à 8 h 30 du matin. Il te faut 45 minutes pour te préparer. Tu marches ensuite au travail pendant 45 minutes. Tu travailles pendant 4 heures. Tu prends 35 minutes pour dîner. Quelle heure est-il maintenant?
4. Quels deux nombres ont un produit de 16 et une somme de 8?
5. Quels deux nombres ont un produit de -16 et une somme de 0?
6. Tu décides d'aller voir un jeu de baseball. Un billet pour assister au jeu de baseball coûte 12,50 $. Le coût pour stationner la voiture est 5 $. Une fois dans le stade de baseball, acheter du popcorn coûte 3,00 $, de la crème glacée, 3,15$ et une boisson, 2,50 $. Combien coûte au total une soirée de baseball?
7. Tu marches 500 mètres vers le nord. Ensuite tu fais demi-tour pour marcher 1 600 mètres. À combien de mètres es-tu de ton point de départ? Indique si tu es au nord ou au sud par rapport à ton point de départ.
8. Évalue $\frac{3}{15} \div \frac{1}{5}$.

suite

Activité d'apprentissage 4.3 (suite)

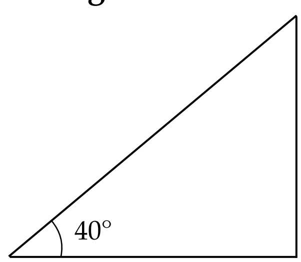
Partie B – Exploration des sinus et cosinus

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

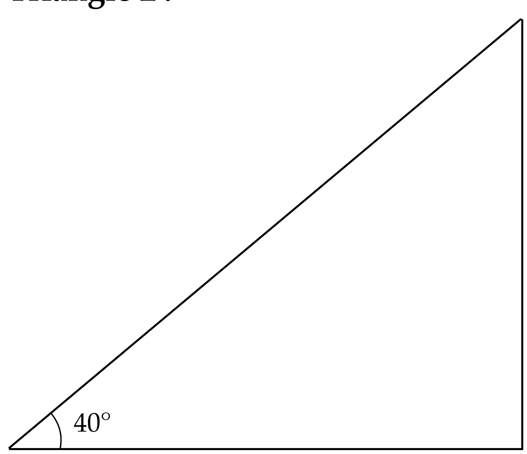
Dans chacun des triangles rectangles semblables suivants, étiquette les côtés, soit l'hypoténuse, le côté opposé ou le côté adjacent par rapport à l'angle de 40° donné. Mesure chaque côté au dixième de centimètre près et complète le tableau suivant.

Triangle	Opposé	Adjacent	Hypoténuse	$\frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}}$	Valeur du rapport	$\frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$	Valeur du rapport
1							
2							
3							

Triangle 1 :



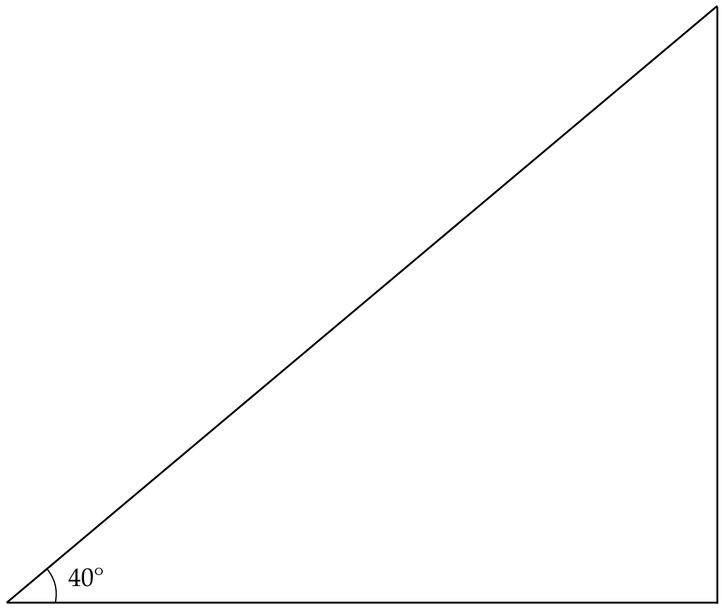
Triangle 2 :



suite

Activité d'apprentissage 4.3 (suite)

Triangle 3 :



À l'aide de ta calculatrice, détermine la valeur des rapports suivants :

sin 40° = ___________________ cos 40° = ____________________

D'après tes mesures et tes calculs, que peux-tu conclure au sujet des rapports trigonométriques de sinus et cosinus? Écris chacun sous forme de rapport des longueurs des côtés appropriés :

sinus d'un angle = _______________ cosinus d'un angle = _______________

Par conséquent, les rapports trigonométriques de sinus et cosinus sont définis comme suit :

$$\text{sinus d'un angle} = \frac{\text{côté opposé de l'angle}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\text{cosinus d'un angle} = \frac{\text{côté adjacent de l'angle}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\text{Un rappel que la tangente d'un angle} = \frac{\text{côté opposé de l'angle}}{\text{côté adjacent de l'angle}}.$$

Note : Les rapports trigonométriques sont toujours accompagnés de la mesure de l'angle.

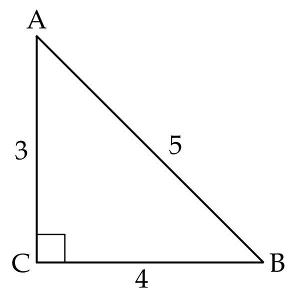
Il serait sage d'inscrire ces formules sur ta fiche-ressource.

Si on simplifie **sinus** de l'angle par **S**, cosinus de l'angle par **C**, **tangente** de l'angle par **T**, côté **opposé** de l'angle par **O**, côté **adjacent** de l'angle par **A** et **hypoténuse** par **H**, alors voici un truc de mémoire pour t'aider à te rappeler les trois rapports trignométriques.

$S\frac{O}{H}$ $\qquad C\frac{A}{H}$ $\qquad T\frac{O}{A}$ ou simplement SOH CAH TOA

Exemple 1

Trouve les valeurs du sinus, du cosinus et de la tangente de l'angle A.



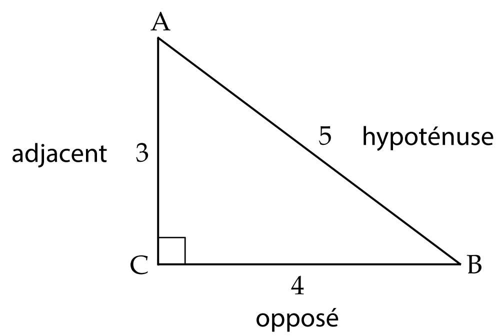
Solution :

Étiquettes les côtés par rapport à l'angle A.

$$\sin \angle A = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \text{ ou } \frac{4}{5}$$

$$\cos \angle A = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} \text{ ou } \frac{3}{5}$$

$$\tan \angle A = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} \text{ ou } \frac{4}{3}$$



La résolution de triangles à l'aide des rapports sinus et cosinus

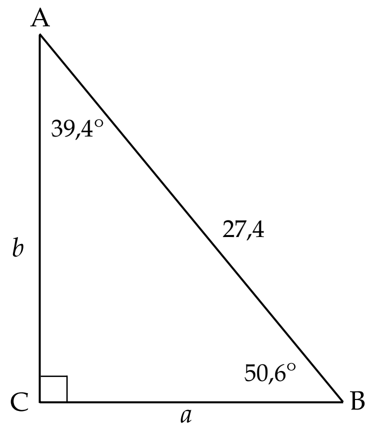
Les rapports trigonométriques de sinus, cosinus et tangente sont utiles pour trouver les longueurs des côtés de triangles rectangles. Mais comment peux-tu déterminer quel rapport utiliser? Cela dépend de quelle longueur de côté est connue et de celle que tu dois trouver. Fais un croquis, identifie les côtés et inscris les valeurs connues sur le diagramme, puis détermine quel rapport est le plus approprié.

Exemple 2

Soit le triangle ABC avec $\angle C = 90°$, $c = 27{,}4$ et $\angle B = 50{,}6°$. Résous ce triangle.

Solution :

Commence par faire le croquis et étiquette le triangle. Calcule la mesure du 3e angle.



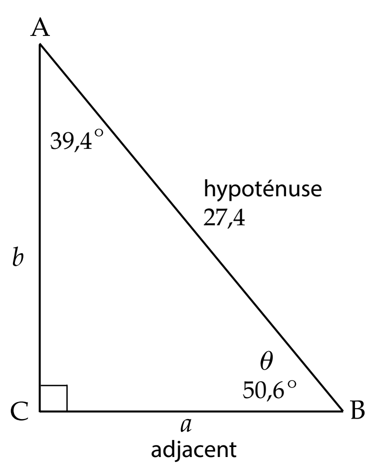
$90 – 50{,}6 = 39{,}4$
$\angle A = 39{,}4°$

Choisis d'abord le côté dont tu veux déterminer la longueur et l'angle que tu veux utiliser; ensuite, tu pourras déterminer quel rapport est approprié.

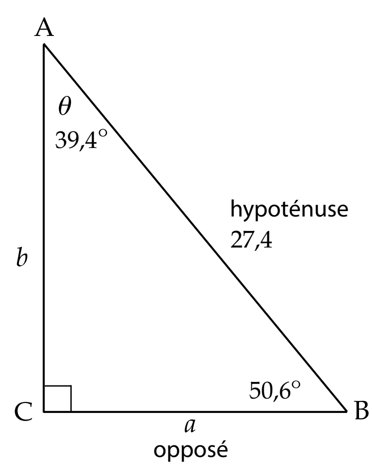
Si tu choisis de résoudre le côté *a* à partir de l'angle $\angle$ B, alors le côté *a* est le côté adjacent et tu dois utiliser le rapport CAH, le rapport de cosinus, parce que la longueur de l'hypoténuse est connue.

Si tu choisis de résoudre le côté *a* à partir de $\angle$ A, alors le côté *a* est le côté opposé et tu dois utiliser SOH, le rapport sinus.

Les deux méthodes sont correctes!



En utilisant $\angle B$ pour trouver *a*.



En utilisant $\angle A$ pour trouver *a*.

$$\cos\theta = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos 50{,}6° = \frac{a}{27{,}4}$$

$$(27{,}4)\cos 50{,}6° = \frac{a\cancel{(27{,}4)}}{\cancel{(27{,}4)}}$$

$$a = (27{,}4)(\cos 50{,}6°)$$

$$a = 17{,}391\ 616\ 06$$

$$a = 17{,}4 \text{ (au dixième près)}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin 39{,}4° = \frac{a}{27{,}4}$$

$$a = (\sin 39{,}4°)(27{,}4)$$

$$a = 17{,}391\ 616\ 06$$

Remarque que les deux réponses sont identiques.

Comme la longueur de l'hypoténuse est donnée à une place décimale, nous arrondissons les cathètes à une place décimale.

Si tu connais deux côtés d'un triangle rectangle, tu peux choisir d'utiliser un rapport trigonométrique pour trouver la longueur du 3e côté, ou utiliser le théorème de Pythagore.

En utilisant le théorème de Pythagore pour résoudre le côté b :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$17{,}4^2 + b^2 = 27{,}4^2$$

$$b^2 = 27{,}4^2 - 17{,}4^2$$

$$b^2 = 448$$

$$b = \sqrt{448}$$

$$b = 21{,}166\ 010\ 49$$

$$b = 21{,}2$$

Si on utilise les rapports trigonométriques pour résoudre le côté b, les solutions suivantes seraient appropriées :

Si tu choisis $\angle$ A, b est le côté adjacent, donc tu peux utiliser les rapports cos ou tan.

$$\cos 39{,}4° = \frac{b}{27{,}4}$$

$$b = 21{,}2$$

ou

$$\tan 39{,}4° = \frac{17{,}4}{b}$$

$$b = 21{,}2$$

En utilisant $\angle$ B, b est le côté opposé, donc tu peux utiliser sin ou tan.

$$\sin 50,6° = \frac{b}{27,4}$$
$$b = 21,2$$

ou

$$\tan 50,6° = \frac{b}{17,4}$$
$$b = 21,2$$

Tu constateras que chacun des rapports trigonométriques donne à peu près les mêmes réponses.

$\angle A = 39,4°$ $\quad\angle B = 50,6°$ $\quad\angle C = 90°$

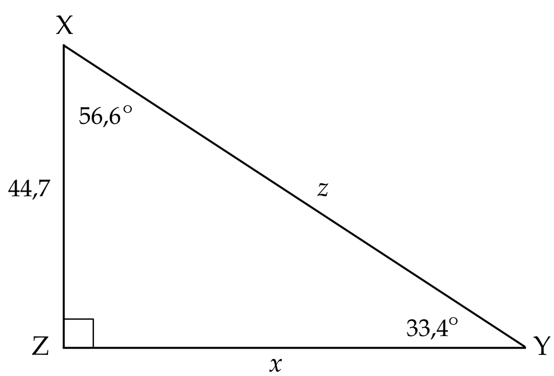
$a = 17,4$ $\quad b = 21,2$ $\quad c = 27,4$

Une façon de vérifier si les réponses sont raisonnables est de comparer la longueur des côtés à la mesure de l'angle opposé. Dans la liste ci-dessus, les angles sont écrits en ordre croissant. Remarque que le côté le plus court, le côté a, est opposé le plus petit angle. Le côté c est le côté le plus long et est opposé l'angle le plus grand. Ceci devrait être vrai de tout triangle.

Exemple 3

Soit le triangle XYZ, avec $\angle Z = 90°$, $y = 44,7$ et $\angle X = 56,6°$. Résous ce triangle.

Solution :



90 – 56,6 = 33,4
$\angle Y = 33,4°$

Une façon possible de commencer serait d'utiliser $\angle$ X et le rapport cosinus pour trouver la valeur de l'hypoténuse.

$$\cos X = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos 56,6° = \frac{44,7}{z}$$

$$z = \frac{44,7}{\cos 56,6°}$$

$$z = 81,201...$$

Ensuite, tu peux appliquer le théorème de Pythagore pour trouver la valeur de x.

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$x^2 + 44,7^2 = (81,201...)^2$$

$$x^2 = (81,201...)^2 - 44,7^2$$

$$x^2 = 4\ 595,634...$$

$$x = \sqrt{4\ 595,634...}$$

$$x = 67,791\ 108\ 34$$

$\angle X = 56,6°$ $\angle Y = 33,4°$ $\angle Z = 90°$

$x = 67,8$ $y = 44,7$ $z = 81,2$

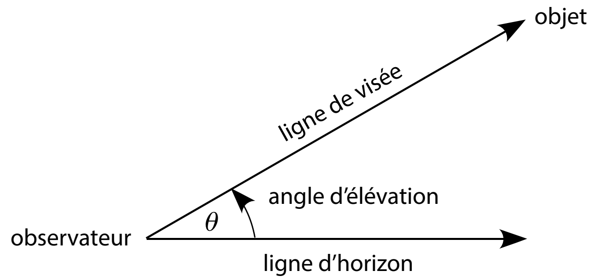
Fais des essais avec les autres rapports trigonométriques pour trouver différentes façons de résoudre ce triangle. Note que le côté le plus court est opposé à l'angle le plus faible, et que le côté le plus long (l'hypoténuse) est opposé au plus grand angle (l'angle droit).

Les angles d'élévation et de dépression

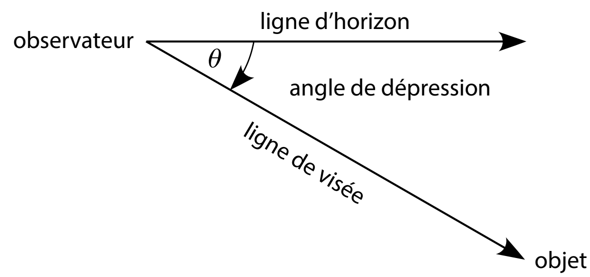
Quand tu regardes autour de toi, ta ligne de visée (ou ligne visuelle) suit généralement une ligne d'horizon imaginaire.

Observateur $\longrightarrow$ ligne de visée horizontale

Quand tu regardes pour voir un objet au-dessus de toi, un **angle d'élévation** est créé entre la ligne d'horizon et ta ligne de visée ascendante.

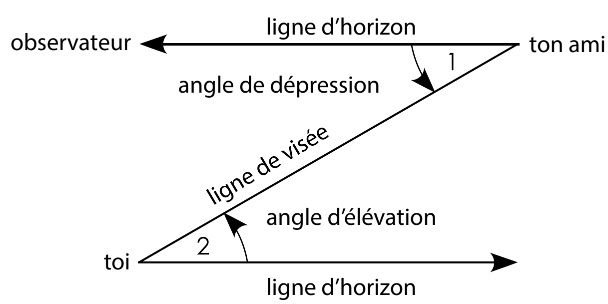


De même, si tu regardes vers le bas, un **angle de dépression** est formé entre la ligne d'horizon et ta ligne de visée descendante.



Il peut être pratique d'avoir ces deux définitions sur ta fiche-ressource.

Si tu regardes un ami qui se trouve plus haut que toi, l'angle d'élévation de ta ligne de visée sera égal à l'angle de dépression de la sienne étant donné que les lignes horizontales sont parallèles.



$\angle 1 = \angle 2$

Ces angles congruents sont des **angles alternes-internes**, car ils sont situés de part et d'autres (en alternance, ou de chaque côté) d'une droite qui coupe en diagonale des lignes parallèles.

Les angles d'élévation et de dépression peuvent t'aider à résoudre des problèmes portant sur des triangles. Suis les mêmes étapes que pour la résolution des problèmes sur des triangles.

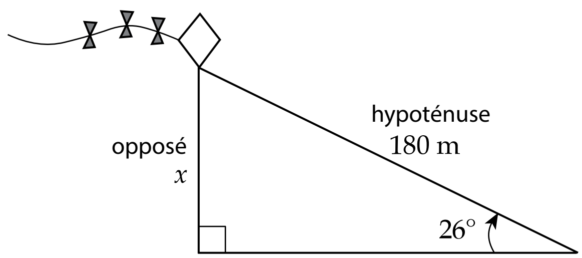
1. Dessine un diagramme illustrant la situation.
2. Étiquette le diagramme en inscrivant les valeurs connues et en identifiant les valeurs inconnues.
3. Résous le triangle afin de trouver les valeurs inconnues – montre tes calculs.
4. Donne la réponse au problème en précisant les unités.

Si tu as de la difficulté à te rappeler ces étapes, tu peux les noter sur ta fiche-ressource.

Exemple 4

À quelle hauteur se trouve un cerf-volant si la corde mesure 180 m et si l'angle d'élévation est de 26° par rapport au sol?

Solution :



$$\sin \theta = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin 26° = \frac{x}{180}$$

$$x = (\sin 26°)(180)$$

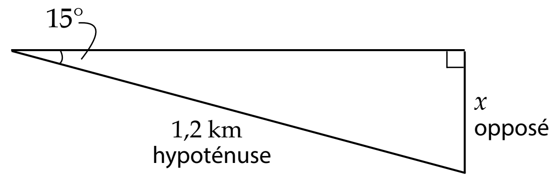
$$x = 78{,}906\ 806\ 42$$

Le cerf-volant est à environ 78,9 m au-dessus du sol.

Exemple 5

Un puits de mine comprend une galerie inclinée qui pénètre dans le sol à un angle de dépression de 15°. Si un mineur avance de 1,2 km dans la galerie inclinée, à quelle profondeur se trouve-t-il de la surface?

Solution :



$$\sin\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin 15° = \frac{x}{1,2}$$

$$x = \sin 15°(1,2)$$

$$x = 0,310\ 582\ 854\ 1$$

Le mineur se trouve à environ 0,31 km ou 310 m sous la surface.

Activité d’apprentissage 4.4

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l’aide du corrigé des activités d’apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

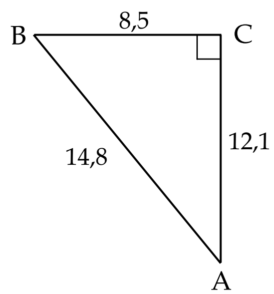
1. Résous 3 – g = 15
2. Quels deux nombres ont un produit de -27 et une somme de 6?
3. Ta maman a le choix de la crème glacée qu’elle achète au magasin. Le magasin ne vend que les saveurs caramel, fraise, chocolat et vanille. Si ta maman n’aime pas la saveur fraise, ton papa n’aime pas la saveur chocolat et tu n’aimes pas la vanille, quelle saveur devrait-elle acheter ?
4. Quel est le rapport trigonométrique pour la tangente?
5. Classe les nombres suivants par ordre décroissant : $\frac{1}{2}$, 0,29, $\frac{3}{4}$, 0,65, 0,34.
6. Évalue $\sqrt[3]{125}$.
7. En musique, une octave contient 8 notes. Combien de notes y a-t-il dans la moitié d’une octave?
8. À Venise, les rues sont des canaux remplis d’eau. Afin d’aller au magasin qui est en face de chez toi, tu dois marcher jusqu’au pont le plus proche. Si le pont est à 6 m de chez toi et qu’il mesure 2 m de longueur, quelle distance dois-tu marcher pour te rendre au magasin?

suite

Partie B – L'application des rapports sinus et cosinus

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

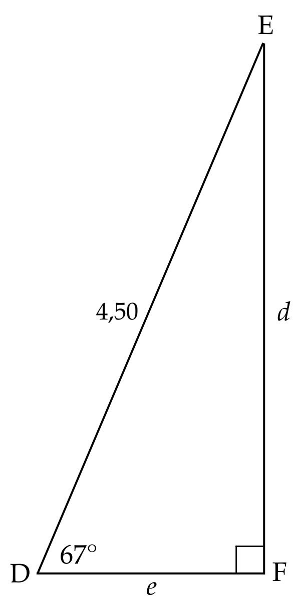
1. Écris le rapport pour sin, cos et tan de l'angle A.



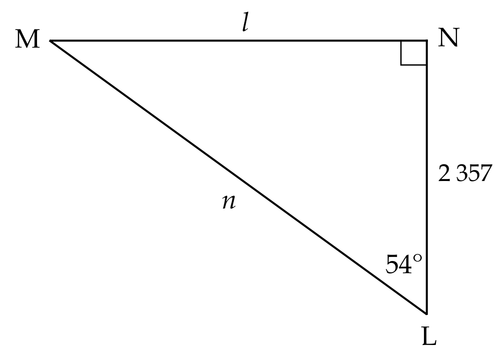
2. Explique ce que signifie cos 35°.

3. Résous les triangles suivants. Arrondis tes réponses selon le nombre de places décimales des données.

a)



b)



4. Un triangle rectangle a des angles de 36° et de 54°. Trouve la longueur de la cathète la plus courte si l'hypoténuse mesure 44 cm.

5. Un câble de soutien (hauban) d'un lampadaire est attaché au sommet du poteau, à 35 pieds au-dessus du sol. Quelle longueur doit avoir le câble s'il fait un angle de 68° avec le sol?

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as utilisé les rapports trigonométriques de sinus et cosinus pour résoudre des problèmes touchant des triangles rectangles. Certaines questions comportaient des angles d'élévation et de dépression. Dans la prochaine leçon, tu utiliseras les fonctions trigonométriques inverses de $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$ pour trouver les valeurs d'angles inconnus dans des triangles rectangles.

Notes

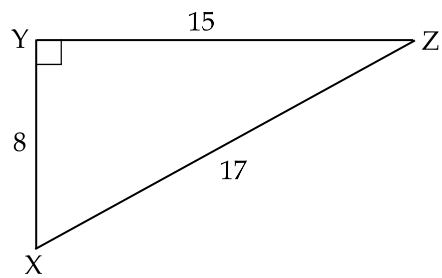
Devoir 4.2

Utilisation de sinus, cosinus et tangente

Total : 20 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

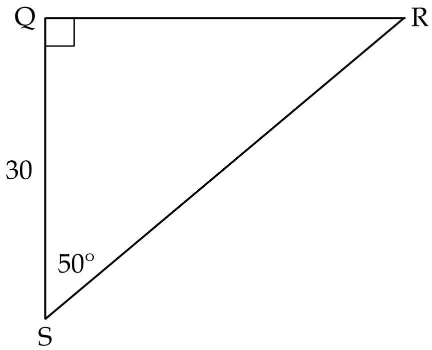
1. Écris le rapport correspondant aux sin, cos et tan de l'angle Z. *(3 points)*



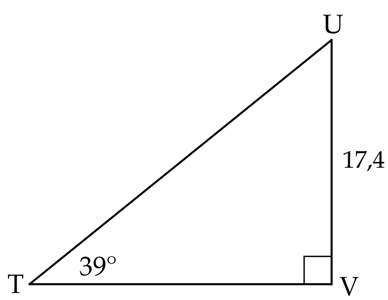
2. Explique ce que signifie sin 71°. *(2 points)*

3. Résous les triangles suivants.

a) *(4 points)*



b) *(4 points)*



4. Trouve la longueur de la cathète la plus longue d'un triangle rectangle ayant des angles de 68° et de 22°, et une hypoténuse de 5,9 m. *(2 points)*

5. Crée un problème illustrant un angle d'élévation ou un angle de dépression, et où tu dois utiliser le rapport sinus, cosinus ou tangente pour trouver la longueur d'un côté inconnu. Trace un diagramme et donne la solution. *(5 points)*

Notes

Leçon 3 – La résolution d'angles

Objectif de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ utiliser les rapports trigonométriques inverses de $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$ pour trouver les mesures d'angles de triangles rectangles.

Introduction

Étant donné que la somme des mesures des angles d'un triangle égale 180°, et qu'un angle droit mesure 90°, quand on connaît un angle d'un triangle rectangle, on peut trouver la mesure du 3e angle en soustrayant le 2e de 90°. Mais qu'arrive-t-il si on ne connaît pas la mesure de ni l'un ni l'autre des deux autres angles du triangle rectangle? Une autre application des trois principales fonctions trigonométriques consiste à les utiliser pour trouver la mesure d'angles de triangles rectangles, en utilisant les rapports inverses $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$.

Que fait-on quand la valeur de l'angle est inconnue?

Les rapports trigonométriques inverses

Jusqu'à présent, tu as utilisé les rapports trigonométriques sin, cos et tan pour résoudre les longueurs des côtés de triangles rectangles quand un angle était connu. On peut aussi faire le calcul inverse. Si tu connais le rapport des longueurs des côtés, tu peux calculer la mesure de l'angle à l'aide de la fonction trigonométrique inverse.

Les fonctions trigonométriques inverses de $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$ sont généralement indiquées sur les mêmes touches de calculatrice que les fonctions sin, cos et tan, mais souvent, on doit d'abord appuyer sur la touche « 2nd », « shift » ou « INV ».

Exemple 1

Trouve la mesure de $\angle$A si sin A = 0,669 1.

Solution :

sin A=0,669 1 signifie que le rapport des longueurs du côté opposé et de l'hypoténuse est $\frac{0,669\ 1}{1}$. Une seule mesure d'angle correspond à cette valeur.

Pour déterminer la mesure de cet angle, calcule $\sin^{-1}$(0,669 1). Consulte le mode d'emploi de ta calculatrice si tu n'es pas sûr des touches à utiliser. Par exemple, tu pourais faire :

$\boxed{\text{0,669 1}}$ ensuite $\boxed{\text{INV}}$ et $\boxed{\text{SIN}}$ ou $\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{SIN}}$ $\boxed{\text{0,669 1}}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ ou $\boxed{=}$.

Inscris la séquence de touches que ta calculatrice utilise pour trouver la réponse. Assure-toi que ta calculatrice est dans le mode DEG (ou D) avant de commencer tes calculs.

$\boxed{\quad}$ $\boxed{\quad}$ $\boxed{\quad}$ $\boxed{\quad}$ $\boxed{\quad}$

Si sin A=0,669 1, alors $\angle$A = $\sin^{-1}$(0,669 1) = 41,997 640 32

L'angle dont le rapport entre la longueur du côté opposé et l'hypoténuse égale 0,669 1 est d'environ 42°.

Il serait sage d'inscrire la séquence de touches pour les rapports trigonométriques inverses sur ta feuille-ressource.

Exemple 2

Trouve la mesure de $\angle$X si tan X = 3,2.

Solution:

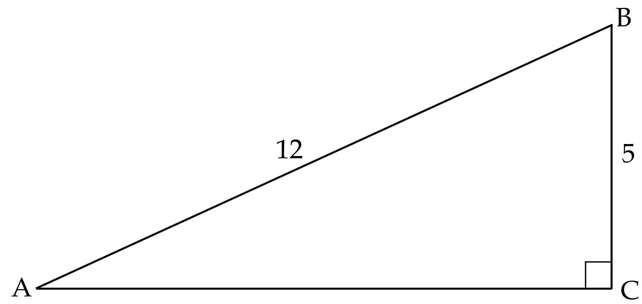
tan X = 3,2

$\angle$X = $\tan^{-1}$ (3,2)

$\angle$X = 72,6°

Exemple 3

Trouve la mesure de $\angle B$ dans le diagramme ci-dessous.



Solution :

Par rapport à l'angle donné, tu connais les longueurs de l'hypoténuse et du côté adjacent. Utilise le rapport inverse de cosinus pour trouver l'angle B.

$$\cos B = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos B = \frac{5}{12}$$

$$\cos B = 0,41\overline{6}$$

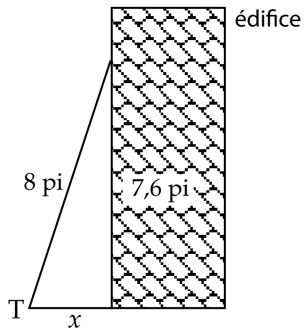
$$\angle B = \cos^{-1}\left(0,41\overline{6}\right)$$

$$\angle B = 65,4^\circ$$

Exemple 4

Une échelle de 8 pieds appuyée contre un bâtiment touche au mur à 7,6 pieds de hauteur. Trouve la mesure de l'angle avec lequel l'échelle touche au sol. À quelle distance se trouve le pied de l'échelle du bâtiment?

Solution :



$$\sin \mathrm{T} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin \mathrm{T} = \frac{7,6}{8,0}$$

$$\sin \mathrm{T} = 0,95$$

$$\angle \mathrm{T} = \sin^{-1}(0,95)$$

$$\angle \mathrm{T} = 71,805\ 127\ 66^{\circ}$$

L'échelle fait un angle de 71,8° avec le sol.

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$x^2 + 7,6^2 = 8,0^2$$

$$x^2 = 64 - 57,76$$

$$x^2 = 6,24$$

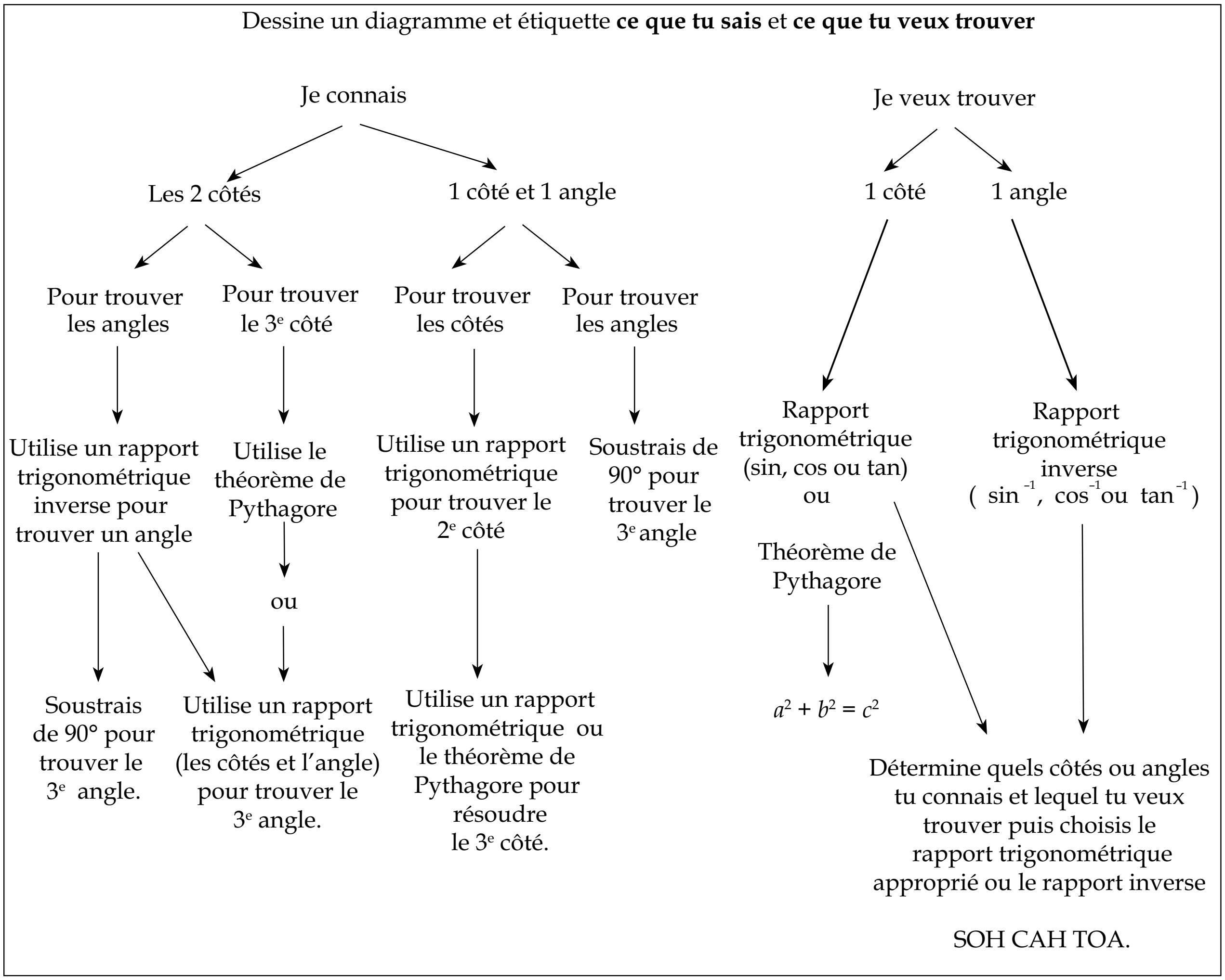
$$x = \sqrt{6,24}$$

$$x = 2,497\ 999\ 199$$

Le pied de l'échelle se trouve à environ 2,5 pieds du bâtiment.

Carte de stratégie

Il est parfois difficile de savoir par où commencer et quel rapport trigonométrique utiliser pour résoudre des triangles rectangles. Voici quelques trucs pour démarrer!



Ce diagramme est très utile pour résoudre des triangles. Il serait prudent de le noter (du moins sous forme abrégée) sur ta fiche-ressource.

Activité d'apprentissage 4.5

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Dans la trilogie des romans « *Le Seigneur des anneaux* », il y a plusieurs anneaux de pouvoir; les hommes en ont reçu 9, les nains, 7, les elfes, 3, et Sauron, le Seigneur des ténèbres, 1. Combien d'anneaux de pouvoir y a-t-il au total?
2. Évalue $x^{\frac{-1}{6}}$.
3. Quel serait l'image vraisemblable d'un graphique qui compare l'âge d'une personne avec sa taille en centimètres (de sa naissance jusqu'à sa mort)?
4. Un échiquier consiste d'un tableau de 8 cases de long sur 8 cases de large. Combien de cases y a-t-il en tout dans un échiquier?
5. Les cases d'un échiquier alternent entre les couleurs noires et blanches. Combien de cases sont noires?
6. Résous $h + 12 = 32$.
7. Quel est le rapport trigonométrique du cosinus?
8. Quels deux nombres ont un produit de 21 et une somme de 22?

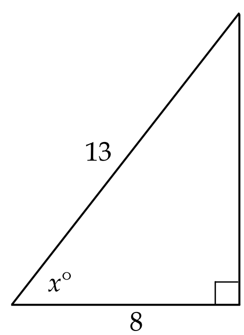
suite

Activité d'apprentissage 4.5 (suite)

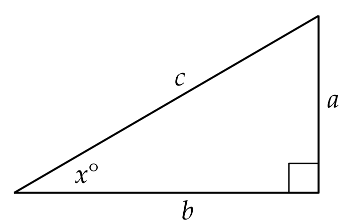
Partie B – Les rapports trigonométriques inverses

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Trouve la mesure de l'angle dont le rapport trigonométrique est donné ci-dessous. Arrondis ta réponse au dixième de degré près.
   a) cos B = 0,455 6
   b) sin Y = 0,5
   c) tan P = 6,78
   d) cos T = 0,001 3
2. Trouve la valeur de x au degré près.



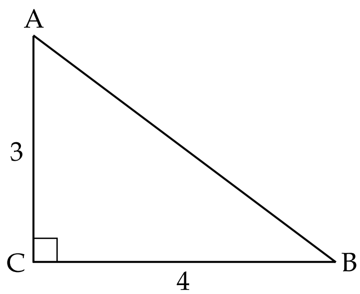
3. Trouve la valeur de x au degré près si :
   a) $a = 5$ et $c = 10$
   b) $c = 20$ et $b = 4$
   c) $a = 4$ et $b = 2$



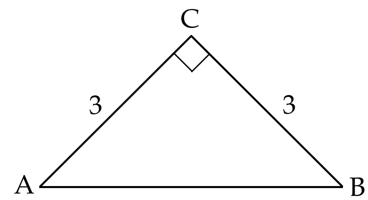
suite

4. Il y a trois mesures données pour chacun des triangles ci-dessous. Résous les triangles en trouvant la valeur des trois mesures qui manquent. Arrondis tes réponses à deux décimales près.

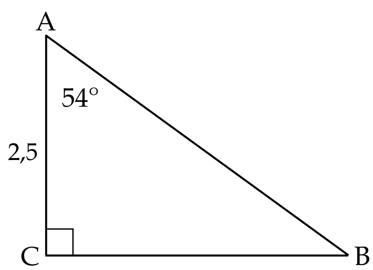
a)



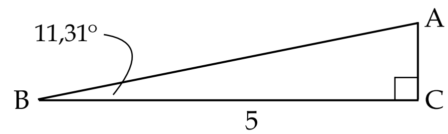
b)



c)



d)



5. Trouve la mesure de l'angle entre la diagonale et le côté le plus court d'un rectangle qui mesure 20 cm de long sur 8 cm de large. Arrondis au dixième de degrés près.

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as appris à suivre le processus inverse, c'est-à-dire utiliser les fonctions trigonométriques inverses pour trouver l'angle associé au rapport donné des longueurs de côtés. Maintenant, tu as les connaissances nécessaires pour résoudre des triangles rectangles! Tu appliqueras ces notions dans la prochaine leçon pour trouver la solution de problèmes contextuels.

Devoir 4.3

Rapports trigonométriques inverses

Total : 33 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Trouve la mesure de l'angle dont le rapport trigonométrique est donné ci-dessous. Arrondis ta réponse au degré près. *(4 points)*

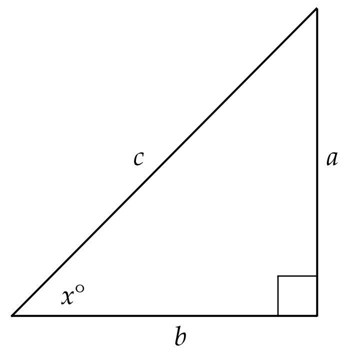
   a) sin Q = 0,984 8

   b) tan H = 2,29

   c) cos X = 0,935 4

   d) sin K = 0,165 0

2. Trouve la valeur de x au degré près si :



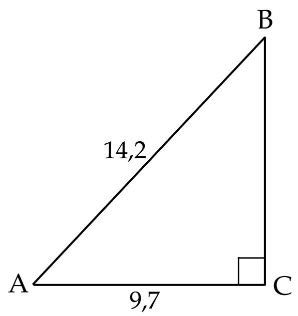
a) $a = 7$ et $c = 10$ *(2 points)*

b) $a = 10$ et $b = 10$ *(2 points)*

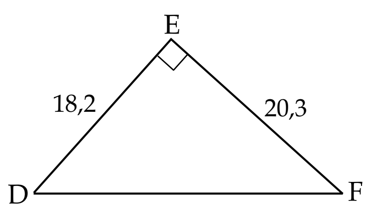
c) $c = 12$ et $b = 6$ *(2 points)*

3. Résous les triangles suivants. Montre tous tes calculs. Formule tes réponses clairement. Arrondis toutes les mesures au dixième près.

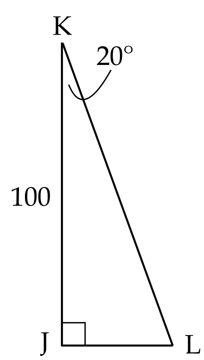
   a) *(5 points)*



   b) *(5 points)*



   c) *(5 points)*



4. Trouve la mesure de l'angle formé par une diagonale et le côté le plus long d'un rectangle qui a 12 m de long et 9 m de large. Dessine un diagramme. *(3 points)*

5. Un ami a manqué l'école et a besoin d'explications sur la façon de résoudre des angles d'un triangle rectangle. Explique dans tes propres mots comment faire et ce que les fonctions trigonométriques inverses signifient. *(5 points)*

Leçon 4 – La résolution de triangles rectangles

Objectif de la leçon

Dans cette leçon, tu devras

- ❑ résoudre des problèmes portant sur un ou deux triangles rectangles à l'aide des rapports trigonométriques, des fonctions trigonométriques inverses et du théorème de Pythagore.

Introduction

La leçon 4 t'offre une foule d'occasions d'exercer tes habiletés dans la résolution de triangles et de les appliquer dans des situations particulières. Tu devras résoudre une variété de problèmes sur les triangles, dont certains requièrent l'utilisation d'instruments de mesure tels qu'un mètre ou un clinomètre (utilisé pour mesurer l'angle d'élévation).

Il serait le temps de t'inscrire à l'examen de mi-session. Tu devrais t'inscrire à ton examen avant de compléter le dernier devoir de ce module.

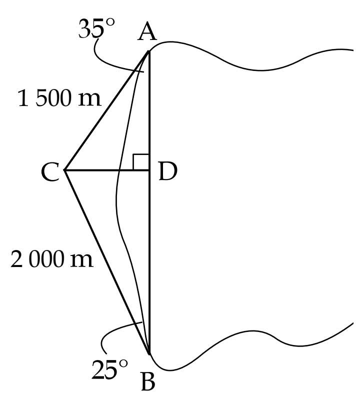
La résolution de problèmes sur des triangles rectangles

Questions portant sur deux triangles

À l'occasion, tu devras créer un diagramme consistant en deux triangles rectangles afin de résoudre un problème.

Exemple 1

À partir de deux points A et B sur les côtés opposés d'une baie, la distance vers un point C égale 1 500 m et 2 000 m respectivement.



Si $\angle A = 35°$ et $\angle B = 25°$, trouve la distance AB entre les deux côtés de la baie.

Solution :

Dessine une perpendiculaire de C à $\overline{AB}$. Étiquette le point d'intersection D.

$$\cos 35° = \frac{AD}{1\ 500} \qquad \cos 25° = \frac{BD}{2\ 000}$$

$$AD = 1\ 228{,}728...\ \text{m} \qquad BD = 1\ 812{,}615...\ \text{m}$$

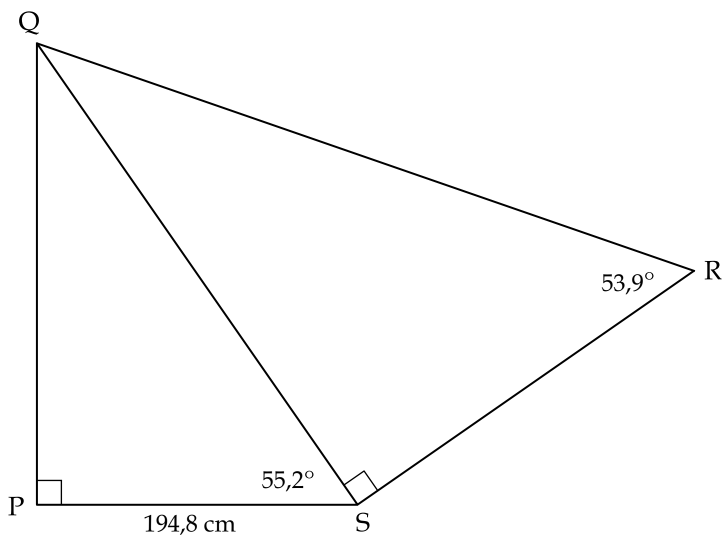
La distance AB à travers la baie = 1 228,728... + 1 812,615...

= 3 041,343...

Au dixième près, on obtient 3 041,3 m.

Exemple 2

Trouve la longueur de QR étant donné le diagramme suivant.



Solution :

Il n'y a aucune longueur de côté donnée dans le ΔQRS, mais le côté QS fait partie des deux ΔQRS et ΔQSP. Trouve la longueur du côté QS et utilise cette valeur pour trouver la longueur de QR.

$$\cos 55{,}2° = \frac{194{,}8}{QS}$$

$$QS = \frac{194{,}8}{\cos 55{,}2°}$$

$$QS = 341{,}327\ 087\ 8$$

Note : N'arrondis pas les valeurs qui seront utilisées dans des calculs ultérieurement. Tu dois arrondir les réponses finales seulement.

$$\sin 53,9° = \frac{341,327\ 087\ 8}{QR}$$

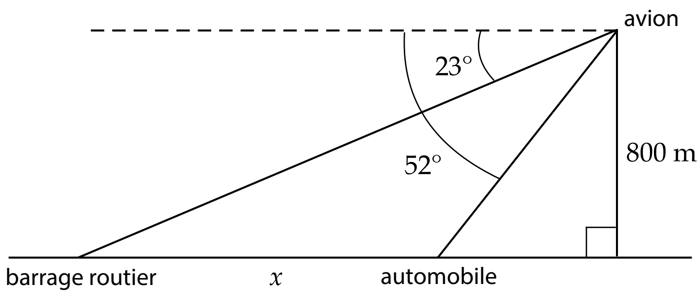
$$QR = \frac{341,327\ 087\ 8}{\sin 53,9°}$$

$$QR = 422,439\ 803\ 5$$

La longueur de QR est d'environ 422,4 cm.

Exemple 3

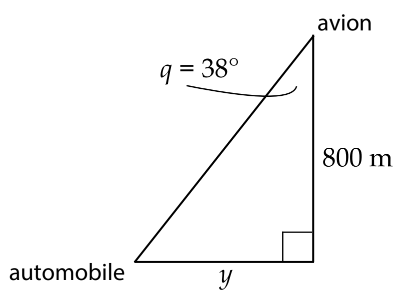
Un avion de la police, volant à une altitude de 800 m, observe une automobile qui dépasse la limite de vitesse sur un angle de dépression de 52°. Si un barrage routier est mis en place le long de la même autoroute, à un angle de dépression de 23°, trouve la distance qui sépare l'automobile du barrage routier, au centième de kilomètre près.



Solution:

La distance horizontale entre l'avion et l'automobile peut être calculée en utilisant un triangle rectangle, comme suit :

Note: $q = 90 - 52$
$q = 38°$

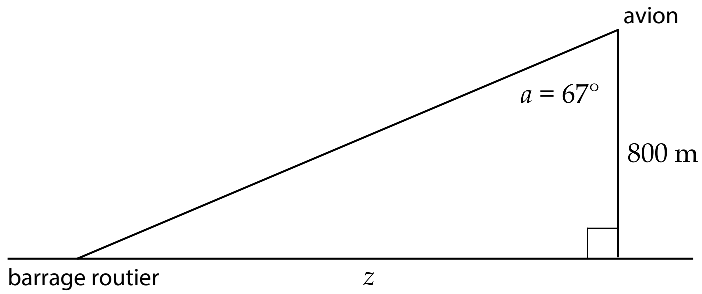


$$\tan 38° = \frac{y}{800}$$

$$y = 800 \tan 38°$$

$$y = 625,028...\ \text{m}$$

De la même façon, la distance horizontale de l'avion au barrage routier peut être calculée ainsi :



Note: $a = 90 - 23$
$a = 67°$

$$\tan 67° = \frac{z}{800}$$
$$z = 800 \tan 67°$$
$$z = 1\ 884,681\ldots \text{ m}$$

La distance x est donc :

$$x = z - y$$
$$x = 1\ 884,681\ldots - 625,028\ldots$$
$$x = 1\ 259,653\ldots \text{ m}$$
$$x = 1,26 \text{ km}$$

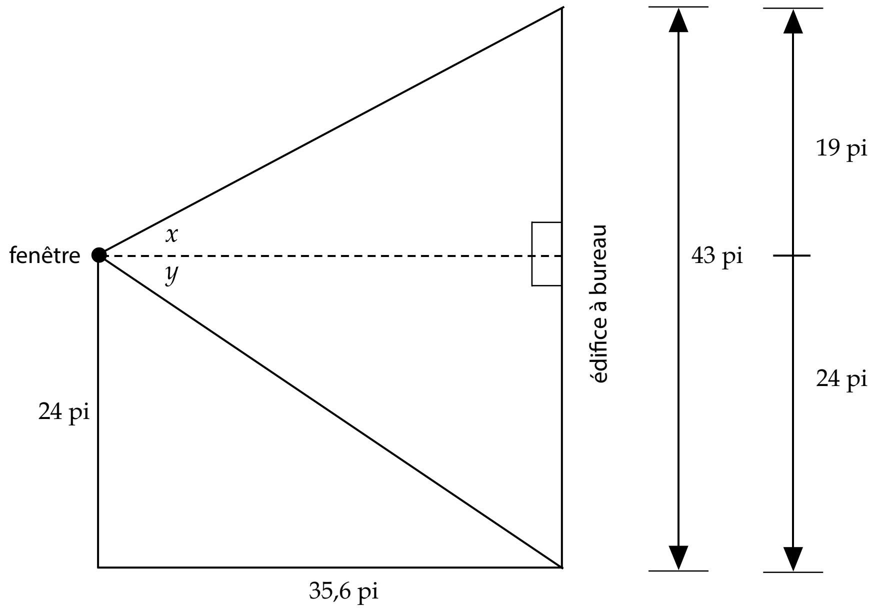
Par conséquent, la distance entre l'automobile et le barrage routier est 1,26 km.

Exemple 4

Tu regardes par la fenêtre de ton appartement qui est à 24 pieds au-dessus du sol vers un édifice à bureaux se trouvant à 35,6 pieds de distance de l'autre côté de la rue. Cet édifice mesure 43 pieds de hauteur. Trouve l'angle d'élévation de ta ligne de visée vers le sommet du bâtiment et l'angle de dépression par rapport au bas de l'édifice.

Solution :

Note : N'oublie pas qu'un diagramme est toujours très utile.



angle de dépression

$$\tan\, y = \frac{24}{35{,}6}$$

$$\angle y = \tan^{-1}\left(\frac{24}{35{,}6}\right)$$

$$\angle y = 34°$$

angle d'élévation

$$\tan\, x = \frac{19}{35{,}6}$$

$$\angle x = \tan^{-1}\left(\frac{19}{35{,}6}\right)$$

$$\angle x = 28°$$

Activité d’apprentissage 4.6

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l’aide du corrigé des activités d’apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. L’aire de la surface d’un globe terrestre (sphère) est 100π cm^2. Quel est le rayon de cette sphère?
2. Le rapport du globe terrestre à la Terre est 1 cm : 800 milles. En te servant de ta réponse à la question #1, quel est le rayon approximatif de la Terre?
3. Si tu achètes une chemise de 8 $ et des jeans de 32 $, combien dépenses-tu en total?
4. Si 20 % de ta classe de 20 élèves a terminé le projet de sciences humaines, combien d’élèves ont terminé le projet?
5. Quel est le rapport trigonométrique du sinus?
6. Le volume d’une pyramide est de 5 m^3. Quel est le volume d’un prisme qui a la même base et la même hauteur que la pyramide?
7. Le montant d’argent dans ton compte bancaire sur une période de temps représente-t-il une relation continue ou discontinue?
8. Est-ce que le nombre 1 est un nombre premier, un nombre composé ou ni l’un ni l’autre?

suite

Activité d'apprentissage 4.6 (suite)

Partie B – L'application des rapports trigonométriques

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Dans le ΔABC, $\angle$ A = 90°, a = 15 m et c = 10 m. Trouve les mesures des deux autres angles. Arrondis les mesures au dixième près.

2. Dans le ΔPQR, $\angle$ R = 90°, $\angle$ Q =40° et p = 30. Trouve les longueurs des deux autres côtés. Arrondis les mesures au dixième près.

3. Une montgolfière faisant la publicité d'une compagnie immobilière se trouve à 250 m du sol. L'angle de dépression à partir de la montgolfière par rapport au terrain d'atterrissage est de 30°. À quelle distance de la piste d'atterrissage se trouve un point situé directement sous la montgolfière au sol?

4. Un arpenteur utilise un théodolite (un appareil servant à mesurer les angles) pour déterminer l'angle d'élévation entre le théodolite et le sommet d'un bâtiment, qui donne 34°. La distance horizontale à partir du haut de l'appareil jusqu'au bâtiment est de 34 m, et la hauteur du théodolite est de 1,9 m. Quelle est la hauteur du bâtiment?

5. L'ombre projetée au sol par un arbre de 2,50 m mesure 4,36 m de long. Calcule l'angle d'élévation du sol jusqu'au soleil, au degré près.

6. Du haut d'une tour de vigie de 100 m de hauteur, un garde-feu observe deux incendies, l'un à un angle de dépression de 5° et l'autre à un angle de dépression de 2°. En supposant que les incendies et la tour sont situés sur une ligne droite, à quelle distance se trouvent les incendies l'un de l'autre si :

   a) les deux feux sont du même côté de la tour?

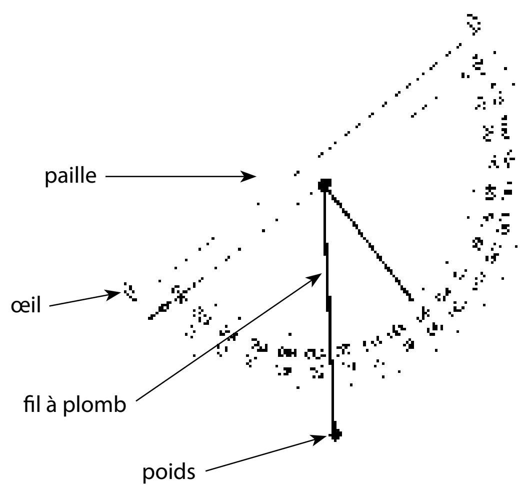
   b) il y a un feu de chaque côté de la tour?

7. À partir d'un point situé à 133 m du centre de la base du Palais législatif du Manitoba, l'angle d'élévation de la ligne de visée vers le haut de la torche du Golden Boy est de 30°. À partir du même point, l'angle d'élévation aux pieds de la statue est de 24°. Trouve la hauteur du Golden Boy au dixième de mètre près.

suite

Activité d'apprentissage 4.6 (suite)

8. Un clinomètre est un appareil servant à mesurer des angles d'élévation ou de dépression. Tu peux construire un clinomètre en collant une paille sur le bord d'un rapporteur en plastique avec du ruban adhésif. Prépare un fil à plomb en fixant un petit poids (p. ex., un petit écrou de métal ou un trombone à l'extrémité d'une corde ou d'une ligne à pêche. Attache la corde de sorte qu'elle puisse se balancer librement à partir du centre de la ligne horizontale zéro le long du bord du rapporteur (voir le diagramme). En tenant la paille horizontale, le fil à plomb devrait passer vis-à-vis du point de 90°.



À l'aide de ton clinomètre, d'un appareil de mesure en unités impériales (comme un ruban à mesurer ou une verge) et de la trigonométrie, montre dans un croquis comment tu vérifierais si un panier de basket-ball est à 10 pieds du plancher d'un gymnase.

Résumé de la leçon

Cette leçon résume les concepts que tu as appris aux leçons 1,2 et 3. Tu t'es exercé à résoudre des triangles à l'aide des angles d'élévation et de dépression, et des diagrammes comportant deux triangles. Tu as eu l'occasion d'appliquer des mesures indirectes à l'aide d'un clinomètre et d'outils de mesure pour trouver la hauteur d'objets de grandes dimensions. Si tu as des questions, n'hésite pas à communiquer avec ton tuteur ou correcteur pour préciser ces concepts avant l'examen.

Assure-toi de t'être inscrit à l'examen de mi-session avant de compléter le dernier devoir de ce module.

Devoir 4.4

Application des rapports trigonométriques

Total : 30 points

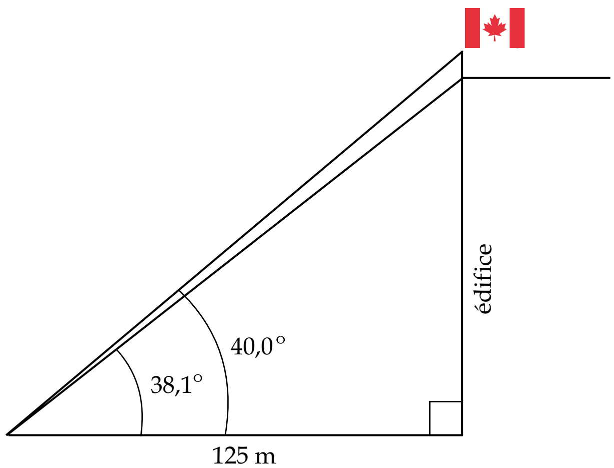
Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Les longueurs des côtés d'un triangle sont de 7, 9 et 12 cm. Utilise le théorème de Pythagore pour vérifier s'il s'agit d'un triangle rectangle ou non. Montre tes calculs. *(2 points)*

2. Un skieur dévale la pente sur 600 m pour atteindre le bas de la piste. Si la hauteur verticale est de 165 m, trouve l'angle d'élévation de la pente de ski au degré près. Inclus un diagramme étiqueté. *(3 points)*

3. Tu te tiens à 45 m du Gateway Arch à St. Louis, au Missouri. L’angle d’élévation vers le sommet de l’arche est de 78°. Quelle est la hauteur de l’arche au dixième de mètre près? *(2 points)*

4. À partir d'un point situé à 125 m du pied d'un édifice, les angles d'élévation du haut et du bas d'un mât de drapeau sont 40,0° et 38,1° respectivement. Le mât de drapeau se trouve sur le toit de l'édifice.

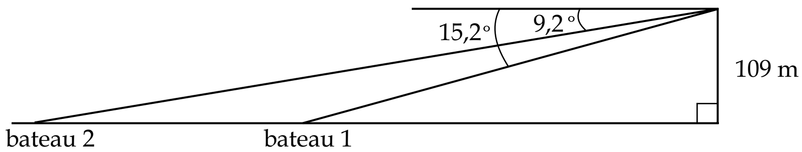


Trouve :

a) la hauteur de l'édifice, au dixième de mètre près; *(2 points)*

b) la hauteur du mât de drapeau, au dixième de mètre près. *(2 points)*

5. À partir du haut d'une falaise de 109 m, les angles de dépression de deux petits bateaux dans l'eau sont de 9,2° et 15,2°

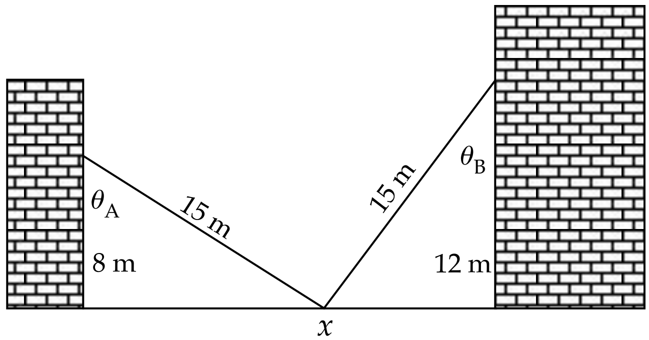


Trouve la distance :

a) du pied de la falaise au bateau le plus près; *(2 points)*

b) entre les bateaux s'ils sont sur la même ligne de visée. *(2 points)*

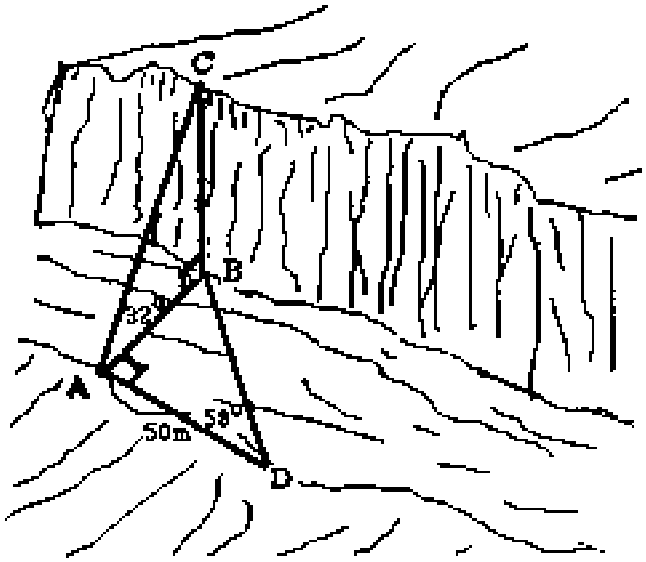
6. Une échelle d’une longueur de 15 m est placée dans une ruelle entre deux édifices de telle façon qu’elle puisse atteindre une hauteur de 12 m sur l’un des édifices. Si le pied de l’échelle n’est pas déplacé, elle peut atteindre une hauteur de 8 m sur l’autre édifice.



a) Quelle est la largeur de la ruelle qui sépare les deux édifices? *(3 points)*

b) Quels angles (θ_A et θ_B) l’échelle forme-t-elle avec les deux murs? *(4 points)*

7. Un arpenteur aimerait trouver la hauteur BC d'une falaise. Pour ce faire, il installe son théodolite au point A et trouve que la mesure de ∠CAB = 32°. Il établit une ligne de base AD de sorte que ∠BAD = 90° et AD = 50 m. Il trouve que ∠ADB = 58°. Trouve la hauteur de la falaise. *(3 points)*

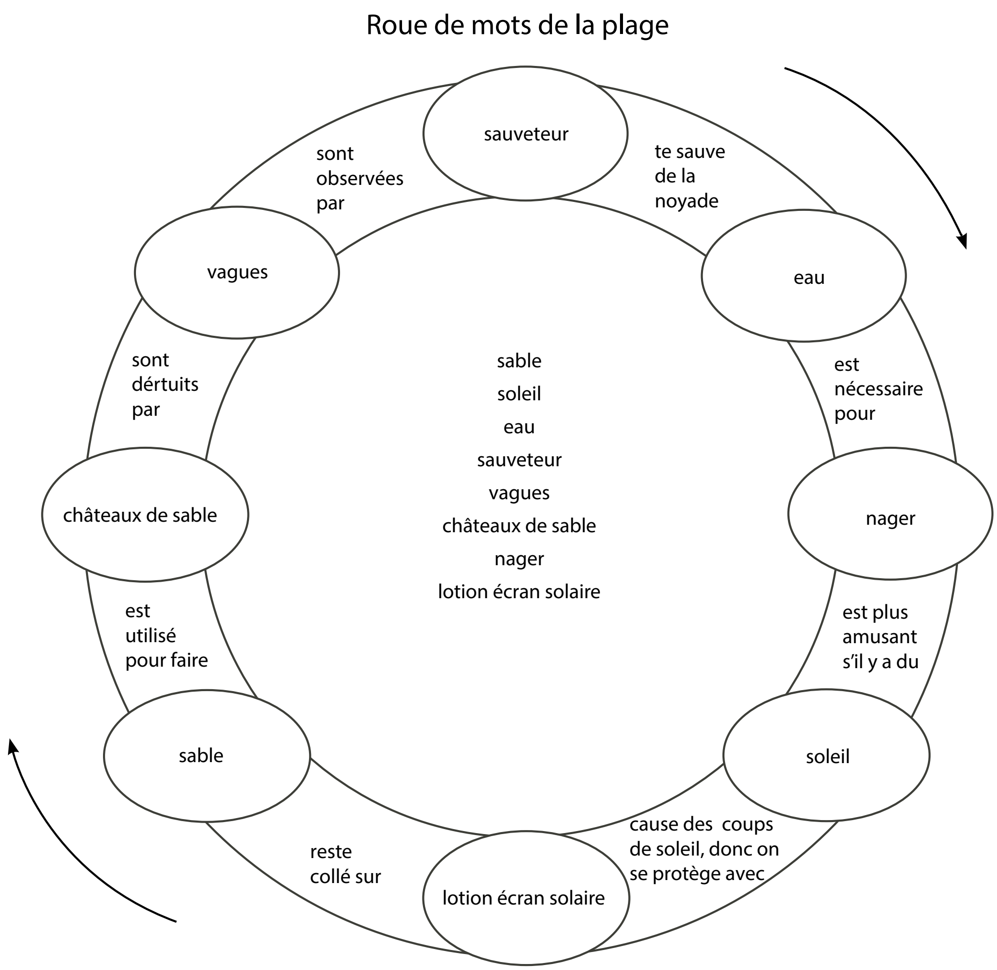


8. Une « roue de mots » est un outil d'organisation qui peut servir à montrer comment des concepts sont liés entre eux. Les 8 mots du centre de la roue doivent être placés dans n'importe quel ordre dans de petits cercles autour du centre. Dans l'espace entre les cercles au centre de la roue, tu peux écrire une explication de la façon dont les deux concepts adjacents sont liés. Il n'y a pas un seul ordre ou une seule solution - tu peux choisir la disposition des mots et donner tes explications personnelles.

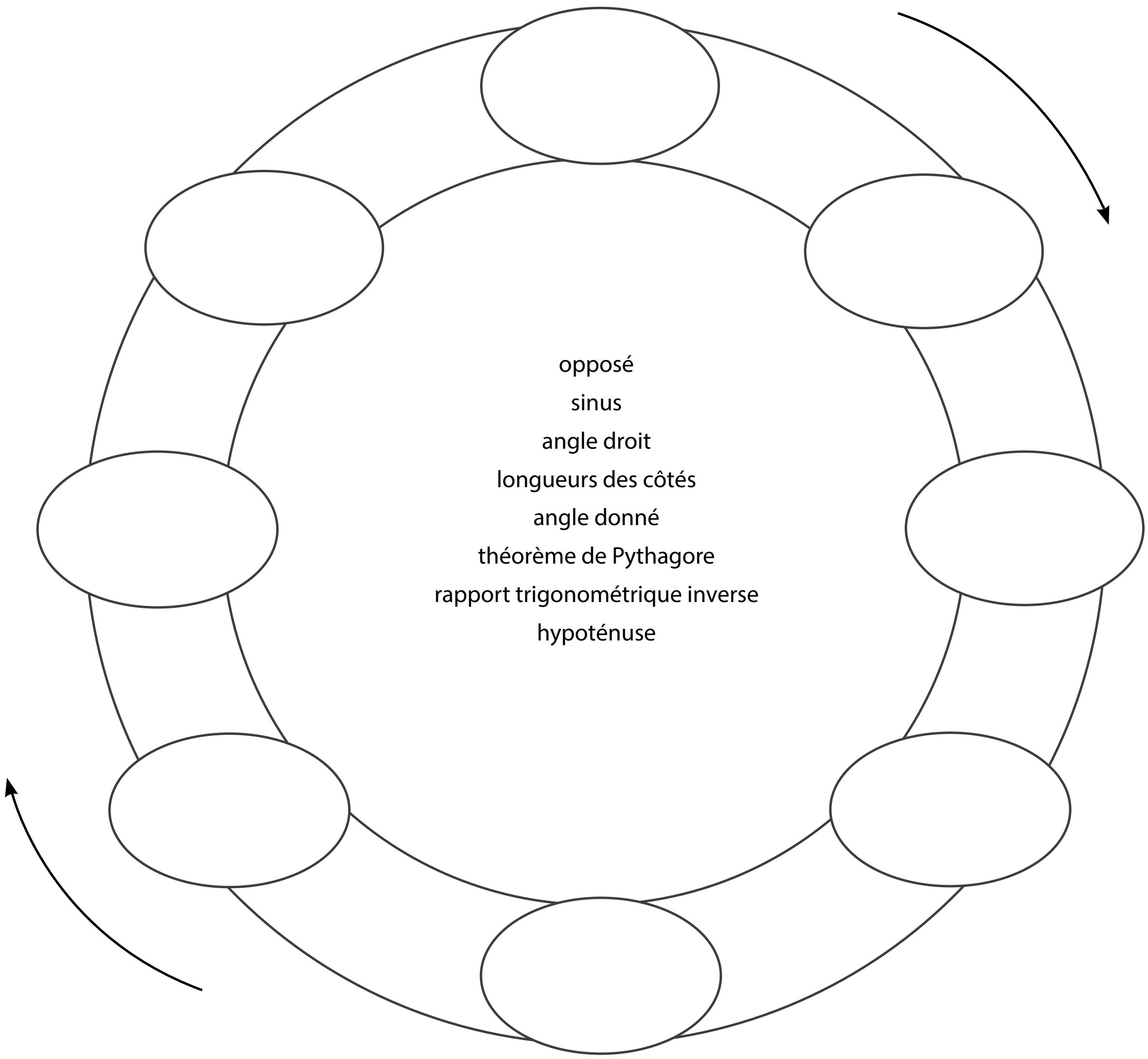
   Tu trouveras ci-dessous un exemple de roue des mots montrant les liens entre différentes choses qu'on trouve sur la plage.

   Complète la roue de mots à la page suivante sur la trigonométrie avec l'arrangement de ton choix et tes propres descriptions des liens qui les unissent. *(5 points)*

   Exemple :



Roue de mots de la trigonométrie



Sommaire du module 4

Félicitations, tu as terminé le quatrième module du cours.

La trigonométrie est une branche des mathématiques qui offre une foule d'applications pratiques. Elle peut servir à obtenir des mesures indirectes d'angles et de longueurs, et dans des cours de mathématiques ultérieurs, tu exploreras bien d'autres usages et prolongements de ces concepts.

Dans le module 4, tu as vu des exemples d'un nouvel outil d'organisation, la roue de mots. Cet outil peut servir à d'autres concepts et d'autres cours. Nous espérons que tu trouveras cette roue utile pour tes études actuelles et futures.

Comme tu es arrivé au milieu de ce cours, il serait maintenant temps de revoir les objectifs que tu visais pour toi-même au début du cours. Est-ce que tu t'approches de ta destination (ton but ultime) en mathématiques? Est-ce que tes objectifs, le stade où tu veux te rendre grâce à ce cours, ont changé? Les étapes que tu avais déterminées sont elles encore réalistes et judicieuses? L'autoévaluation est un élément capital de ta réussite en mathématiques!

Rappelle-toi des étapes que tu as suivies quand tu as fixé tes objectifs :

- Regarder en arrière – réfléchir à ce que tu sais, au point où tu es rendu
- Regarder en avant – déterminer ce que tu veux savoir, établir des objectifs
- Regarder autour – évaluer si tu es en voie d'atteindre tes objectifs, déterminer si tu as appris ou compris de nouveaux concepts, et vérifier tes progrès.

Regarde ce que tu as écrit au tableau de la leçon 1, module 1, et apporte tout changement qui te semble nécessaire (révise tes objectifs à court terme ou à long terme ou change les étapes de ton parcours dans la poursuite de tes objectifs). Trace ton nouveau parcours et ta destination révisée dans le tableau et dans l'espace qui suivent, en expliquant pourquoi tu considères ces changements nécessaires.

Historiques	Cheminement	Destination

Réflexions : Commente les changements que tu as apportés aux étapes ou à ta destination, décris les progrès que tu as constatés depuis le début du cours, et réfléchis aux étapes que tu suivras vers ton but ultime.

Remise des devoirs

C'est maintenant le temps d'envoyer les devoirs des modules 3 et 4 à la Section de l'enseignement à distance pour des commentaires sur tes progrès. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d'obtenir ton crédit.

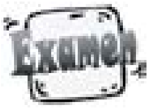
Assure-toi de placer tes documents dans l'ordre suivant :

Feuille de présentation des modules 3 et 4 (fournie à la fin de l'introduction)

Devoir 3.1	Unités, aire et volume
Devoir 3.2	Mesures sur pied à coulisse et micromètre
Devoir 3.3	Conversion d'unités de mesure
Devoir 3.4	Volume de prismes et de pyramides
Devoir 3.5	Aire de prismes et de pyramides
Devoir 3.6	Aire et volume de sphères, de cylindres et de cônes
Devoir 4.1	Le rapport tangente
Devoir 4.2	Utilisation des sinus, cosinus et tangente
Devoir 4.3	Rapports trigonométriques inverses
Devoir 4.4	Application des rapports trigonométriques

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Écrire l’examen de mi-session



Maintenant que tu as complété ce module, tu écriras ton examen de mi-session en présence d’un surveillant. Tu dois prendre les dispositions nécessaires pour écrire ton examen.

Si tu fréquentes l’école, ton examen sera envoyé à ton école lorsque tous les devoirs requis auront été soumis. Tu dois prendre des dispositions avec le facilitateur de l’Option Études indépendantes (OEI) de ton école pour déterminer la date, l’heure et le lieu de l’examen.

Si tu ne fréquentes pas l’école, consulte le formulaire de demande d’examen pour connaître tes options. Les formulaires sont disponibles sur le site Web de la Section de l’enseignement à distance, ou obtenir l’information voulue sur le système de gestion de l’apprentissage. Deux semaines avant de passer l’examen final, remplis le formulaire et envoie-le par la poste, par télécopieur ou par courriel à :

Section de l’enseignement à distance
555, rue Main, salle 500
CP 2020
Winkler (Manitoba) R6W 4B8
Télécopieur : 204 325-1719
Téléphone : 1 800 465-9915
Courriel: distance.learning@gov.mb.ca

Cet examen vaut 20 pour cent de ta note finale. Tu passeras cet examen sous la supervision d’un surveillant.

Pour bien réussir à l’examen, tu dois réviser tous tes travaux des modules faits jusqu’à présent, tes devoirs, tes activités d’apprentissage, etc.

À ce stade, tu devras aussi combiner tes fiches-ressources des quatre premiers modules sur une feuille de 8½ po sur 11 po (tu peux utiliser les deux côtés). Assure-toi d’avoir inscrit toutes les formules, les définitions et les stratégies qui pourraient te servir. Tu peux apporter cette feuille à l’examen.

Apporte le matériel suivant à l’examen : des crayons à mine noire/stylos, du papier brouillon, une règle métrique et une règle en unités impériales, un rapporteur, ta fiche-ressource de l’examen de mi-session ainsi qu’une calculatrice scientifique.

Tu auras au maximum 2 heures pour faire l’examen. Quand tu auras terminé, remets tes feuilles d’examen au surveillant, qui les enverra à la Section de l’enseignement à distance pour être corrigées. Bon succès!

Tu auras avantage à utiliser l’examen de préparation pour voir jusqu’à quel point tu connais et tu comprends le matériel que tu as appris jusqu’à maintenant. Tu peux télécharger l’examen préparatoire de mi-session et le corrigé à partir du système de gestion de l’apprentissage.

Comment profiter le plus de l'examen de préparation de mi-session

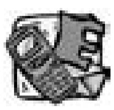
Comme l'examen de mi-session que tu écriras, l'examen de préparation est basé sur les modules 1 à 4 et est très semblable à l'examen de mi-session actuel. Par conséquent, si tu réussis bien l'examen de mi-session de préparation, tu devrais bien réussir l'examen de mi-session actuel puisque tu auras bien maîtrisé le contenu. Ceci t'aidera aussi à avoir plus de confiance en écrivant l'examen. Pour retirer le plus possible de l'examen de préparation, suis les étapes suivantes :

Étudie pour ton examen de préparation comme si c'était l'examen actuel.

Revois les activités d'apprentissage et les devoirs des modules 1 à 4 qui t'ont donné le plus de difficulté. Relis les leçons associées à ces concepts attentivement et apprends-les.

Consulte ton partenaire d'études et ton tuteur/correcteur si tu as besoin d'aide.

Revois tes leçons des modules 1 à 4, y inclus toutes tes notes, tes activités d'apprentissage et tes devoirs.



Prépare ta fiche-ressource de l'examen de mi-session.

Tu devras avoir en main le matériel suivant pour passer l'examen de mi-session de préparation : plumes/stylos bille, crayons à mine noire, papier brouillon, règle métrique, règle en unités impériales, rapporteur, calculatrice scientifique et fiche-ressource.

Écris ton examen de préparation comme si c'était l'examen actuel. Par conséquent, écris l'examen de préparation pendant une seule session et ne vérifie pas tes réponses avant d'avoir complété l'examen de préparation au complet.

Une fois l'examen de préparation de mi-session complété, vérifie tes réponses contre le corrigé. Revois les questions auxquelles tu aurais répondues incorrectement. Pour chacune de ces questions, retourne dans les modules et apprends ce que tu aurais manqué.

Notes

Sommaire du module 4

Félicitations, tu as terminé le quatrième module du cours.

La trigonométrie est une branche des mathématiques qui offre une foule d'applications pratiques. Elle peut servir à obtenir des mesures indirectes d'angles et de longueurs, et dans des cours de mathématiques ultérieurs, tu exploreras bien d'autres usages et prolongements de ces concepts.

Dans le module 4, tu as vu des exemples d'un nouvel outil d'organisation, la roue de mots. Cet outil peut servir à d'autres concepts et d'autres cours. Nous espérons que tu trouveras cette roue utile pour tes études actuelles et futures.

Comme tu es arrivé au milieu de ce cours, il serait maintenant temps de revoir les objectifs que tu visais pour toi-même au début du cours. Est-ce que tu t'approches de ta destination (ton but ultime) en mathématiques? Est-ce que tes objectifs, le stade où tu veux te rendre grâce à ce cours, ont changé? Les étapes que tu avais déterminées sont elles encore réalistes et judicieuses? L'autoévaluation est un élément capital de ta réussite en mathématiques!

Rappelle-toi des étapes que tu as suivies quand tu as fixé tes objectifs :

- Regarder en arrière – réfléchir à ce que tu sais, au point où tu es rendu
- Regarder en avant – déterminer ce que tu veux savoir, établir des objectifs
- Regarder autour – évaluer si tu es en voie d'atteindre tes objectifs, déterminer si tu as appris ou compris de nouveaux concepts, et vérifier tes progrès.

Regarde ce que tu as écrit au tableau de la leçon 1, module 1, et apporte tout changement qui te semble nécessaire (révise tes objectifs à court terme ou à long terme ou change les étapes de ton parcours dans la poursuite de tes objectifs). Trace ton nouveau parcours et ta destination révisée dans le tableau et dans l'espace qui suivent, en expliquant pourquoi tu considères ces changements nécessaires.

Historiques	Cheminement	Destination
Réflexions : Commente les changements que tu as apportés aux étapes ou à ta destination, décris les progrès que tu as constatés depuis le début du cours, et réfléchis aux étapes que tu suivras vers ton but ultime.		

Remise des devoirs

C'est maintenant le temps d'envoyer les devoirs des modules 3 et 4 à la Section de l'enseignement à distance pour des commentaires sur tes progrès. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d'obtenir ton crédit.

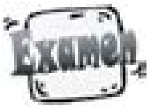
Assure-toi de placer tes documents dans l'ordre suivant :

Feuille de présentation des modules 3 et 4 (fournie à la fin de l'introduction)

Devoir 3.1	Unités, aire et volume
Devoir 3.2	Mesures sur pied à coulisse et micromètre
Devoir 3.3	Conversion d'unités de mesure
Devoir 3.4	Volume de prismes et de pyramides
Devoir 3.5	Aire de prismes et de pyramides
Devoir 3.6	Aire et volume de sphères, de cylindres et de cônes
Devoir 4.1	Le rapport tangente
Devoir 4.2	Utilisation des sinus, cosinus et tangente
Devoir 4.3	Rapports trigonométriques inverses
Devoir 4.4	Application des rapports trigonométriques

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Écrire l'examen de mi-session



Maintenant que tu as complété ce module, tu écriras ton examen de mi-session en présence d'un surveillant. Tu dois prendre les dispositions nécessaires pour écrire ton examen.

Si tu fréquentes l'école, ton examen sera envoyé à ton école lorsque tous les devoirs requis auront été soumis. Tu dois prendre des dispositions avec le facilitateur de l'Option Études indépendantes (OEI) de ton école pour déterminer la date, l'heure et le lieu de l'examen.

Si tu ne fréquentes pas l'école, consulte le formulaire de demande d'examen pour connaître tes options. Les formulaires sont disponibles sur le site Web de la Section de l'enseignement à distance, ou obtenir l'information voulue sur le système de gestion de l'apprentissage. Deux semaines avant de passer l'examen final, remplis le formulaire et envoie-le par la poste, par télécopieur ou par courriel à :

Section de l'enseignement à distance
555, rue Main, salle 500
CP 2020
Winkler (Manitoba) R6W 4B8
Télécopieur : 204 325-1719
Téléphone : 1 800 465-9915
Courriel: distance.learning@gov.mb.ca

Cet examen vaut 20 pour cent de ta note finale. Tu passeras cet examen sous la supervision d'un surveillant.

Pour bien réussir à l'examen, tu dois réviser tous tes travaux des modules faits jusqu'à présent, tes devoirs, tes activités d'apprentissage, etc.

À ce stade, tu devras aussi combiner tes fiches-ressources des quatre premiers modules sur une feuille de 8½ po sur 11 po (tu peux utiliser les deux côtés). Assure-toi d'avoir inscrit toutes les formules, les définitions et les stratégies qui pourraient te servir. Tu peux apporter cette feuille à l'examen.

Apporte le matériel suivant à l'examen : des crayons à mine noire/stylos, du papier brouillon, une règle métrique et une règle en unités impériales, un rapporteur, ta fiche-ressource de l'examen de mi-session ainsi qu'une calculatrice scientifique.

Tu auras au maximum 2 heures pour faire l'examen. Quand tu auras terminé, remets tes feuilles d'examen au surveillant, qui les enverra à la Section de l'enseignement à distance pour être corrigées. Bon succès!

Tu auras avantage à utiliser l'examen de préparation pour voir jusqu'à quel point tu connais et tu comprends le matériel que tu as appris jusqu'à maintenant. Tu peux télécharger l'examen préparatoire de mi-session et le corrigé à partir du système de gestion de l'apprentissage.

Comment profiter le plus de l'examen de préparation de mi-session

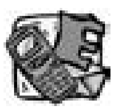
Comme l'examen de mi-session que tu écriras, l'examen de préparation est basé sur les modules 1 à 4 et est très semblable à l'examen de mi-session actuel. Par conséquent, si tu réussis bien l'examen de mi-session de préparation, tu devrais bien réussir l'examen de mi-session actuel puisque tu auras bien maîtrisé le contenu. Ceci t'aidera aussi à avoir plus de confiance en écrivant l'examen. Pour retirer le plus possible de l'examen de préparation, suis les étapes suivantes :

Étudie pour ton examen de préparation comme si c'était l'examen actuel.

Revois les activités d'apprentissage et les devoirs des modules 1 à 4 qui t'ont donné le plus de difficulté. Relis les leçons associées à ces concepts attentivement et apprends-les.

Consulte ton partenaire d'études et ton tuteur/correcteur si tu as besoin d'aide.

Revois tes leçons des modules 1 à 4, y inclus toutes tes notes, tes activités d'apprentissage et tes devoirs.



Prépare ta fiche-ressource de l'examen de mi-session.

Tu devras avoir en main le matériel suivant pour passer l'examen de mi-session de préparation : plumes/stylos bille, crayons à mine noire, papier brouillon, règle métrique, règle en unités impériales, rapporteur, calculatrice scientifique et fiche-ressource.

Écris ton examen de préparation comme si c'était l'examen actuel. Par conséquent, écris l'examen de préparation pendant une seule session et ne vérifie pas tes réponses avant d'avoir complété l'examen de préparation au complet.

Une fois l'examen de préparation de mi-session complété, vérifie tes réponses contre le corrigé. Revois les questions auxquelles tu aurais répondues incorrectement. Pour chacune de ces questions, retourne dans les modules et apprends ce que tu aurais manqué.

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 4
La trigonométrie

Corrigé des activités d'apprentissage

Module 4
La trigonométrie

Activité d'apprentissage 4.1

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. La circonférence d'un cercle est 32π. Quel est le rayon de ce cercle?
2. Simplifie $\frac{12}{45}$.
3. Quelle est la moyenne de 3, 4, 6 et 7?
4. Complète la régularité : -43, -38, -33, ____, ____.
5. Quelle est l'ordonnée à l'origine d'une droite dont l'équation est $y = 6x - 2$?
6. Tu veux acheter deux nouveaux DVD. Chaque DVD coûte 18,99 $. Peux-tu acheter les deux DVD avec 35 $?
7. Est-ce que 0 est un nombre rationnel ou irrationnel?
8. Le volume d'un cylindre est 12 cm^3. Quel est le volume d'un cône qui a la même base et la même hauteur que le cylindre?

Solutions :

1. 16 ($C = 2\pi r$ ou $32 = 2r$, $r = 32 \div 2$)
2. $\frac{4}{15}\left(\frac{12}{45} \div \frac{3}{3}\right)$
3. 5 (4 + 6 = 10; 3 + 7 = 10; 10 + 10 = 20; 20 ÷ 4 = 5)
4. –28 et –23 (Tu additionnes 5)
5. –2 ($y = 6(0) - 2$)
6. Non. (18,99$ est environ 19 et 19 × 2 = 38 $)
7. Rationnel
8. 4 cm^3 (Le volume d'un cône est un tiers du volume d'un cylindre ayant la même base et la même hauteur, alors 12 ÷ 3 = 4)

Partie B – Triangles rectangles et triangles semblables

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

Regarde les triangles semblables suivants, chacun avec la mesure d'un angle donné.

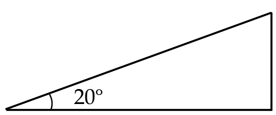
Étiquette l'hypoténuse, le côté opposé et le côté adjacent de chaque triangle.

À l'aide d'une règle métrique, mesure les longueurs des côtés opposé et adjacent dans chacun et inscris ces mesures dans le tableau qui suit, au dixième de cm près.

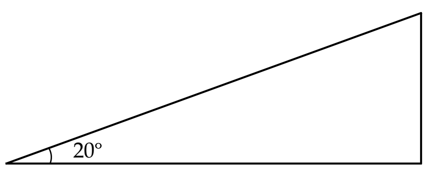
Écris le rapport des longueurs tel qu'indiqué dans la 4e colonne.

Calcule la valeur du rapport à 2 décimales près à l'aide d'une calculatrice.

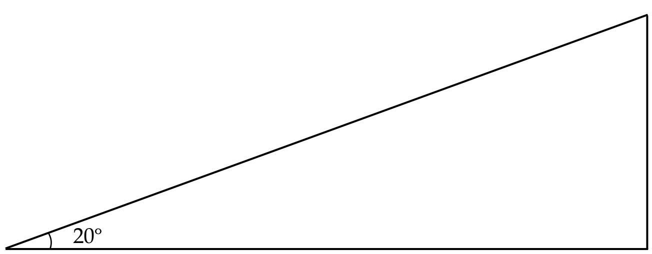
Triangle 1 :



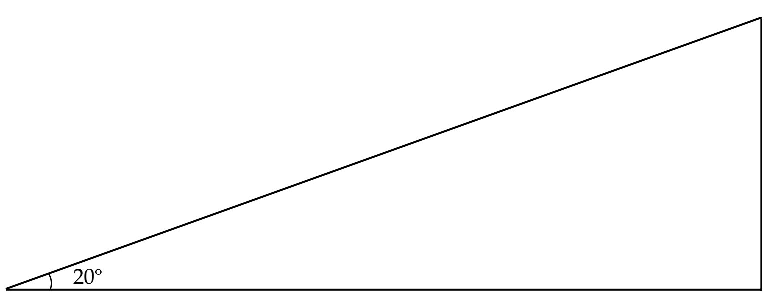
Triangle 2 :



Triangle 3 :



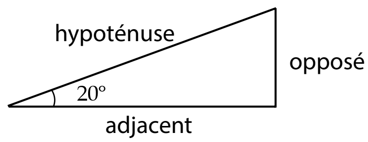
Triangle 4 :



Triangle	Côté opposé	Côté adjacent	$\frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}}$	Valeur calculée du rapport
1				
2				
3				
4				

Solutions :

Dans chaque triangle, les côtés devraient être étiquetés comme suit :



Triangle	Côté opposé	Côté adjacent	$\frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}}$	Valeur calculée du rapport
1	1,3	3,5	$\frac{1,3}{3,5}$	0,37
2	2,0	5,5	$\frac{2,0}{5,5}$	0,36
3	3,1	8,5	$\frac{3,1}{8,5}$	0,36
4	3,6	10,0	$\frac{3,6}{10,0}$	0,36

Activité d’apprentissage 4.2

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. Évalue 8^2.
2. Évalue $\sqrt{100-64}$.
3. Le jardin dans ta cours a une aire de 1 verge^2. Convertis l’aire en pieds carrés.
4. Quel est le PPCM de 10 et 7?
5. Tu te trouves sur la ligne de fond d’un terrain de basketball. Par rapport à ta position, la ligne de lancer franc se situe à 25 pieds et la ligne du centre est à 47 pieds. Quelle est la distance entre la ligne de lancer franc et la ligne du centre?
6. La TPS (taxe sur les produits et les services) est 5 %. Si tu achètes des vêtements de 44,00 $ pour ton cousin nouveau-né, combien paieras-tu en TPS (la TPS est la seule taxe qui s’applique aux prix des vêtements des enfants)?
7. Continu ou discontinu? Le nombre de feux rouges auxquels tu t’arrêtes en fonction de la distance que tu parcours en ville.
8. Résous $15t - 5 = 40$.

Solutions :

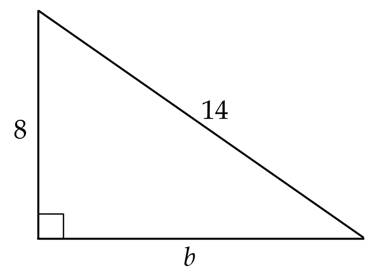
1. 64
2. $6 \left(\sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6\right)$
3. 9 pieds^2 (1 verge = 3 pieds, alors 1 verge^2 = $(3 \text{ pieds})^2$ = 9 pieds^2)
4. 70 (10×7 car 10 et 7 n’ont que 1 comme facteur commun)
5. 22 pieds (47 – 2 = 45 pieds, 45 – 25 = 20 pieds, alors 2 + 20 = 22 pieds)
6. 2,20 $ (10 % de 44,00 = 4,40 (déplace la décimale de 1 position vers la gauche), 5 % est la moitié de 10 % alors 4,40 $ ÷ 2 = 2,20 $)
7. Discontinu (On ne compte les feux rouges qu’en nombres entiers)
8. $t = 3$ ($t = (40 + 5) \div 15$)

Partie B – Le rapport tangente

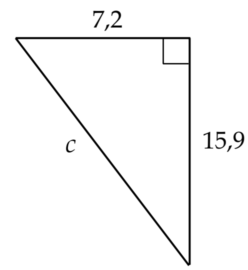
N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Utilise le théorème de Pythagore pour trouver les longueurs des côtés inconnus dans les triangles suivants, au dixième d'unité près.

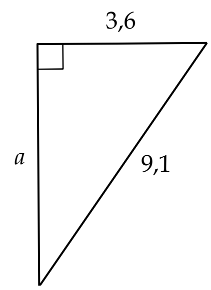
1. a)



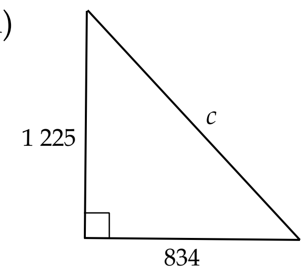
b)



c)



d)



Solutions :

a)

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 8^2 + b^2 &= 14^2 \\ b^2 &= 14^2 - 8^2 \\ b^2 &= 196 - 64 \\ b^2 &= 132 \\ b &= \sqrt{132} \\ b &= 11,5 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 7,2^2 + 15,9^2 &= c^2 \\ 51,84 + 252,81 &= c^2 \\ 304,65 &= c^2 \\ c &= \sqrt{304,65} \\ c &= 17,5 \end{aligned}$$

c)

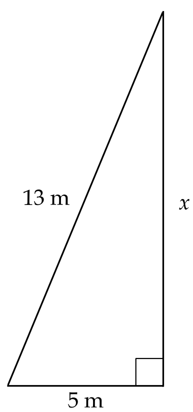
$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ a^2 + 3,6^2 &= 9,1^2 \\ a^2 &= 9,1^2 - 3,6^2 \\ a^2 &= 82,81 - 12,96 \\ a^2 &= 69,85 \\ a &= \sqrt{69,85} \\ a &= 8,4 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 1\ 225^2 + 834^2 &= c^2 \\ 1\ 500\ 625 + 695\ 556 &= c^2 \\ 2\ 196\ 181 &= c^2 \\ c &= \sqrt{2\ 196\ 181} \\ c &= 1\ 482,0 \end{aligned}$$

2. Le pied d'une échelle de 13 m se trouve à 5 m de la base d'un grand édifice. À quelle hauteur l'échelle est-elle appuyée sur l'édifice? Dessine un diagramme.

Solution :



$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 5^2 + x^2 &= 13^2 \\ 13^2 - 5^2 &= x^2 \\ 169 - 25 &= x^2 \\ x^2 &= 144 \\ x &= \sqrt{144} \\ x &= 12 \end{aligned}$$

L'échelle est appuyée sur l'édifice à une hauteur de 12 m.

3. Les longueurs énumérées ci-dessous peuvent-elles être les côtés d'un triangle rectangle? Explique pourquoi. (Rappelle-toi que l'hypoténuse est toujours le côté le plus long d'un triangle rectangle.)

a) 3, 4, 5   b) 6, 11, 13

c) 15, 8, 17   d) 9, 9, 12

Solutions :

a) Oui

$a^2 + b^2$		c^2
$3^2 + 4^2$		5^2
$9 + 16$		25
25	$=$	25

b) Non

$a^2 + b^2$		c^2
$6^2 + 11^2$		13^2
$36 + 121$		169
157	$\neq$	169

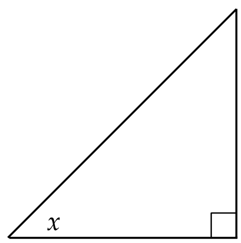
c) Oui

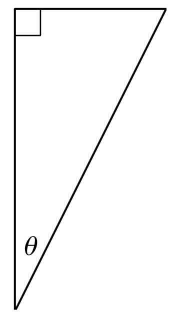
$a^2 + b^2$	c^2
$15^2 + 8^2$	17^2
$225 + 64$	289
$289 =$	289

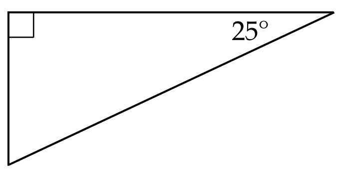
d) Non

$a^2 + b^2$	c^2
$9^2 + 9^2$	12^2
$81 + 81$	144
$162 \neq$	144

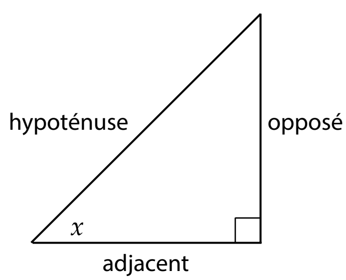
4. Étiquette les côtés des triangles suivants par rapport à l'angle donné.

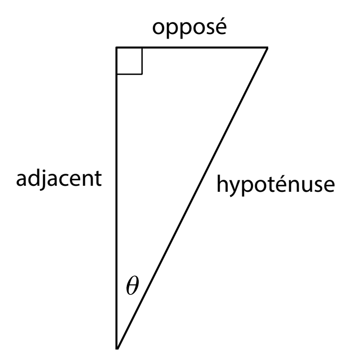
a) 

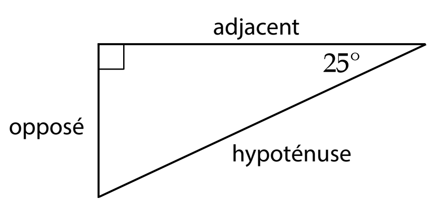
b) 

c) 

Solutions :

a) 

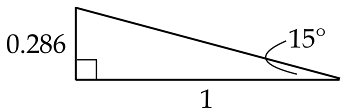
b) 

c) 

5. Calcule tan 15° à 3 décimales près et explique ce que cela signifie à l'aide d'un diagramme.

Solution :

tan 15° = 0,268

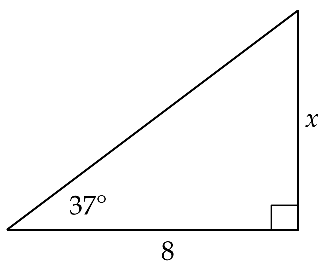


Le rapport est $\frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$.

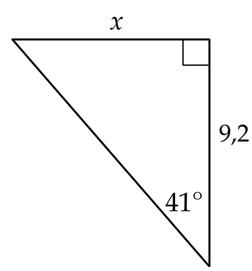
Dans un triangle rectangle, le rapport du côté opposé au côté adjacent d'un angle donné est de 0,268 à 1.

6. Utilise le rapport tangente pour trouver la longueur du côté inconnu *x* dans chaque triangle.

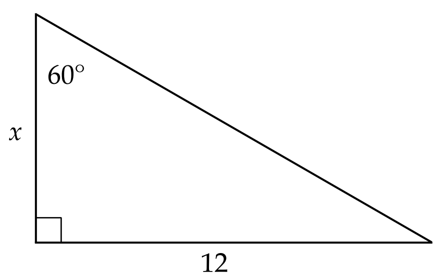
a)



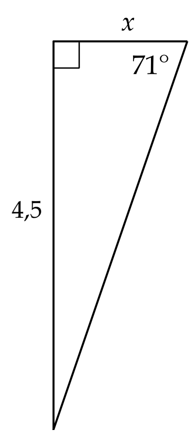
b)



c)



d)



Solutions :

a)
$$\tan 37° = \frac{x}{8}$$
$$(8)\tan 37° = \frac{x}{\cancel{8}}\cancel{(8)}$$
$$x = 6{,}0$$

b)
$$\tan 41° = \frac{x}{9{,}2}$$
$$(9{,}2)\tan 41° = \frac{x}{\cancel{9{,}2}}\cancel{(9{,}2)}$$
$$x = 8{,}0$$

c)
$$\tan 60° = \frac{12}{x}$$
$$x = \frac{12}{\tan 60°}$$
$$x = 6{,}9$$

d)
$$\tan 71° = \frac{4{,}5}{x}$$
$$x = \frac{4{,}5}{\tan 71°}$$
$$x = 1{,}5$$

Activité d'apprentissage 4.3

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Un angle de 86° est-il aigu, obtus, plat ou rentrant?
2. Écris $\frac{29}{9}$ en nombre fractionnaire.
3. Tu te réveilles à 8 h 30 du matin. Il te faut 45 minutes pour te préparer. Tu marches ensuite au travail pendant 45 minutes. Tu travailles pendant 4 heures. Tu prends 35 minutes pour dîner. Quelle heure est-il maintenant?
4. Quels deux nombres ont un produit de 16 et une somme de 8?
5. Quels deux nombres ont un produit de -16 et une somme de 0?
6. Tu décides d'aller voir un jeu de baseball. Un billet pour assister au jeu de baseball coûte 12,50 $. Le coût pour stationner la voiture est 5 $. Une fois dans le stade de baseball, acheter du popcorn coûte 3,00 $, de la crème glacée, 3,15 $ et une boisson, 2,50 $. Combien coûte au total une soirée de baseball?
7. Tu marches 500 mètres vers le nord. Ensuite tu fais demi-tour pour marcher 1 600 mètres. À combien de mètres es-tu de ton point de départ? Indique si tu es au nord ou au sud par rapport à ton point de départ.
8. Évalue $\frac{3}{15} \div \frac{1}{5}$.

Solutions :

1. Aigu (c'est un angle qui est moins que 90°)
2. $3\frac{2}{9}$ (9 × 3 = 27, 29 – 27 = 2, alors 9 est compris 3 fois dans 29 et il reste 2)
3. 14 h 35 ou 2 h 35 de l'après-midi (8 h 30 + 0 h 45 donne 9 h 15; 9 h 15 + 0 h 45 donne 10 h; 10 h + 4 h = 14 h; 14 h + 0 h 35 = 14 h 35)
4. 4 et 4 (4 × 4 = 16, 4 + 4 = 8)
5. 4 et -4 (4 × -4 = -16, 4 + -4 = 0)
6. 26,15 $ (Additionne les dollars : 12 + 5 + 3 + 3 + 2 = 25; additionne les cents : 0,50 + 0,15 + 0,50 = 1,15; combine les dollars et les cents : 25 + 1,15 = 26,15 $)
7. 1 100 mètres au sud (Tu te déplaces 500 m vers le nord, puis 1 600 m vers le sud, alors, 500 – 1 600 = –1 100; le signe - indique que tu es plus au sud qu'au nord)
8. $1 \left(\frac{3}{15} \times \frac{5}{1} = \frac{15}{15}\right)$

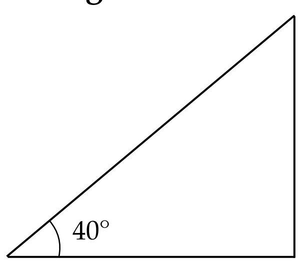
Partie B – Exploration des sinus et cosinus

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

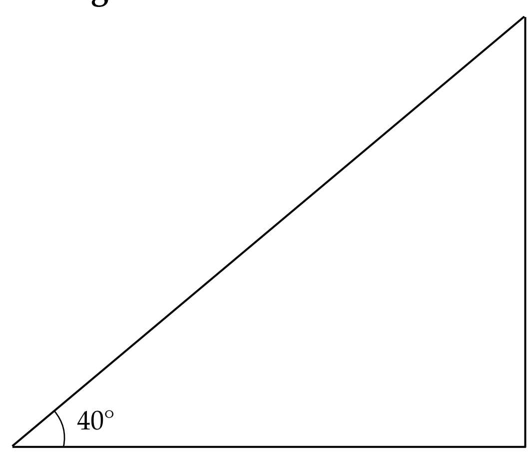
Dans chacun des triangles rectangles semblables suivants, étiquette les côtés, soit l'hypoténuse, le côté opposé ou le côté adjacent par rapport à l'angle de 40° donné. Mesure chaque côté au dixième de centimètre près et complète le tableau suivant.

Triangle	Côté opposé	Côté adjacent	Hypoténuse	$\frac{\text{Côté opposé}}{\text{Hypoténuse}}$	Valeur du rapport	$\frac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$	Valeur du rapport
1							
2							
3							

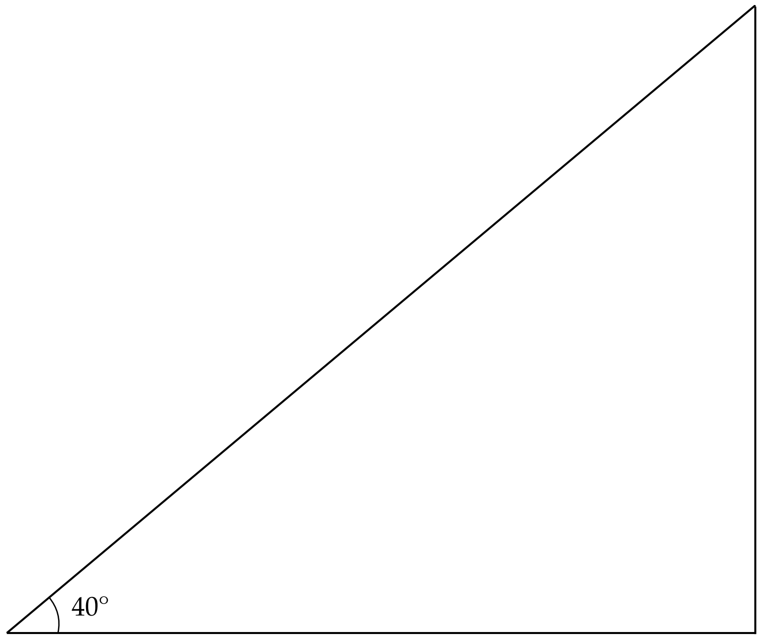
Triangle 1 :



Triangle 2 :



Triangle 3 :



À l'aide de ta calculatrice, détermine la valeur des rapports suivants :

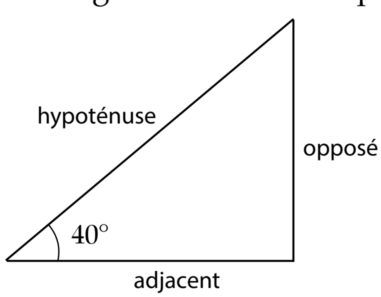
sin 40° = ____________________ cos 40° = _____________________

D'après tes mesures et tes calculs, que peux-tu conclure au sujet des rapports trigonométriques de sinus et cosinus? Écris chacun sous forme de rapport des longueurs des côtés appropriés :

sinus de l'angle = _________________ cosinus de l'angle = __________________

Solutions :

Chaque triangle devrait être étiqueté comme suit :



Triangle	Côté opposé	Côté adjacent	Hypoténuse	$\frac{\text{Côté opposé}}{\text{Hypoténuse}}$	Valeur du rapport	$\frac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$	Valeur du rapport
1	3,2	3,8	5,0	$\frac{3,2}{5,0}$	0,64	$\frac{3,8}{5,0}$	0,76
2	5,7	6,8	8,9	$\frac{5,7}{8,9}$	0,64	$\frac{6,8}{8,9}$	0,76
3	8,3	9,9	12,9	$\frac{8,3}{12,9}$	0,64	$\frac{9,9}{12,9}$	0,77

En utilisant une calculatrice, on détermine les rapports suivants :

sin 40° = 0,642 787 609 7   cos 40° = 0,766 044 443 1

Activité d'apprentissage 4.4

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Résous $3 - g = 15$
2. Quels deux nombres ont un produit de –27 et une somme de 6?
3. Ta maman a le choix de la crème glacée qu'elle achète au magasin. Le magasin ne vend que les saveurs caramel, fraise, chocolat et vanille. Si ta maman n'aime pas la saveur fraise, ton papa n'aime pas la saveur chocolat et tu n'aimes pas la vanille, quelle saveur devrait-elle acheter ?
4. Quel est le rapport trigonométrique pour la tangente?
5. Classe les nombres suivants par ordre décroissant : $\frac{1}{2}$, 0,29, $\frac{3}{4}$, 0,65, 0,34.
6. Évalue $\sqrt[3]{125}$.
7. En musique, une octave contient 8 notes. Combien de notes y a-t-il dans la moitié d'une octave?
8. À Venise, les rues sont des canaux remplis d'eau. Afin d'aller au magasin qui est en face de chez toi, tu dois marcher jusqu'au pont le plus proche. Si le pont est à 6 m de chez toi et qu'il mesure 2 m de longueur, quelle distance dois-tu marcher pour te rendre au magasin?

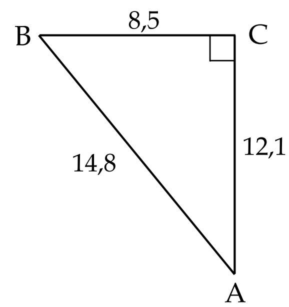
Solutions :

1. –12 ($-g = 15 - 3 = 12$, mais puisque le signe de g est encore négatif, alors il faut multiplier les deux côtés par -1)
2. 9 et –3 ($9 \times -3 = -27$ et $9 + -3 = 6$)
3. La crème glacée au caramel.
4. $\tan \theta = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$
5. $\frac{3}{4}$; 0,65; $\frac{1}{2}$; 0,34; 0,29
6. $5\left(\sqrt[3]{5 \times 5 \times 5}\right)$
7. 4 ($8 \div 2$)
8. 14 m (Tu marches 6 m jusqu'au pont, plus 2 m pour le traverser et ensuite 6 m pour aller au magasin, alors 6 + 2 + 6)

Partie B – L'application des rapports sinus et cosinus

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Écris le rapport pour sin, cos et tan de l'angle A.



Solution :

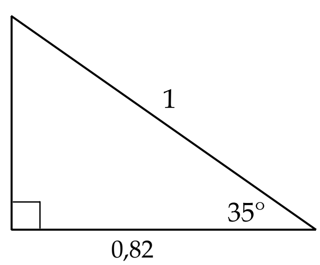
$$\sin\ A = \frac{8{,}5}{14{,}8},\ \cos\ A = \frac{12{,}1}{14{,}8},\ \tan\ A = \frac{8{,}5}{12{,}1}$$

2. Explique ce que signifie cos 35°.

Solution :

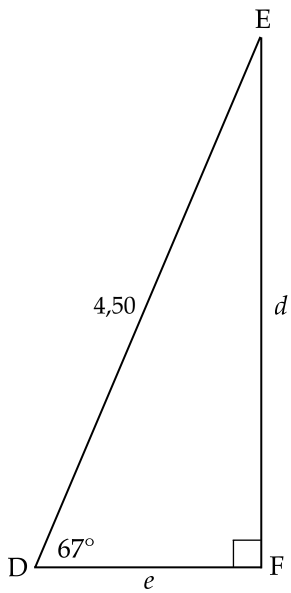
cos 35° = 0,819 152 044 3

Le rapport cosinus égale $\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$. Cela signifie que dans un triangle rectangle, le côté adjacent à l'angle 35° sera approximativement de 0,82 unité si l'hypoténuse est de 1 unité. Le rapport des longueurs des côtés $\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ sera de $\frac{0{,}82}{1}$.

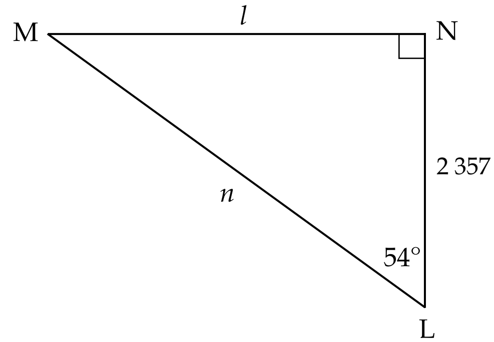


3. Résous les triangles suivants. Arrondis tes réponses selon le nombre de places décimales des données.

a)



b)



Solutions :

a) $\angle E = 90 - 67 = 23°$

$$\sin 67° = \frac{d}{4,5}$$

$$d = 4,142\ 271\ 841$$

$$\cos 67° = \frac{e}{4,5}$$

$$e = 1,758\ 290\ 078$$

$\angle D = 67°$	$\angle E = 23°$	$\angle F = 90°$
$d = 4{,}14$	$e = 1{,}76$	$f = 4{,}50$

b) $\angle M = 90 - 54 = 36°$

$$\cos 54° = \frac{2\ 357}{n}$$

$$n = \frac{2\ 357}{\cos 54°}$$

$$n = 4\ 009,967\ 911$$

$$\tan 54° = \frac{l}{2\ 357}$$

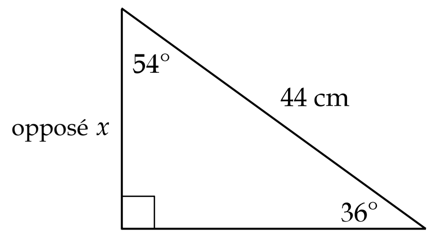
$$l = 3\ 244,132\ 187$$

$\angle L = 54°$	$\angle M = 36°$	$\angle N = 90°$
$l = 3\ 244$	$m = 2\ 357$	$n = 4\ 010$

4. Un triangle rectangle a des angles de 36° et de 54°. Trouve la longueur de la cathète la plus courte si l'hypoténuse mesure 44 cm.

   Solution :

   Le côté le plus court est opposé à l'angle le plus faible.

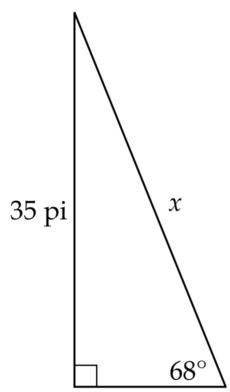


$$\sin 36° = \frac{x}{44}$$
$$x = \sin 36°(44)$$
$$x = 25{,}862\ 551\ 1$$

   Le côté le plus court mesure environ 25,9 cm.

5. Un câble de soutien (hauban) d'un lampadaire est attaché au sommet du poteau, à 35 pieds au-dessus du sol. Quelle longueur doit avoir le câble s'il fait un angle de 68° avec le sol?

   Solution :



$$\sin 68° = \frac{35}{x}$$
$$(x)\sin 68° = 35$$
$$x = \frac{35}{\sin 68°}$$
$$x = 37{,}748\ 715\ 99$$

   Le câble doit mesurer 37,7 pieds de longueur.

Activité d'apprentissage 4.5

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Dans la trilogie des romans « *Le Seigneur des anneaux* », il y a plusieurs anneaux de pouvoir; les hommes en ont reçu 9, les nains, 7, les elfes, 3, et Sauron, le Seigneur des ténèbres, 1. Combien d'anneaux de pouvoir y a-t-il au total?
2. Evalue $x^{\frac{-1}{6}}$.
3. Quel serait l'image vraisemblable d'un graphique qui compare l'âge d'une personne avec sa taille en centimètres (de sa naissance jusqu'à sa mort)?
4. Un échiquier consiste d'un tableau de 8 cases de long sur 8 cases de large. Combien de cases y a-t-il en tout dans un échiquier?
5. Les cases d'un échiquier alternent entre les couleurs noires et blanches. Combien de cases sont noires?
6. Résous $h + 12 = 32$.
7. Quel est le rapport trigonométrique du cosinus?
8. Quels deux nombres ont un produit de 21 et une somme de 22?

Solutions :

1. 20 (9 + 1 = 10, 10 + 7 = 17, 17 + 3 = 20)
2. $\dfrac{1}{\sqrt[6]{x}}$
3. Environ 40 cm à 200 cm (50 cm à 250 cm pourrait à la limite être acceptable)
4. 64 (8 × 8)
5. 32 (64 ÷ 2)
6. $h = 20$ (32 – 12)
7. $\cos\theta = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$
8. 1 et 21 (1 × 21 = 21 et 1 + 21 = 22)

Partie B – Les rapports trigonométriques inverses

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Trouve la mesure de l'angle dont le rapport trigonométrique est donné ci-dessous. Arrondis ta réponse au dixième de degré près.
   a) cos B = 0,455 6
   b) sin Y = 0,5
   c) tan P = 6,78
   d) cos T = 0,001 3

   Solutions :

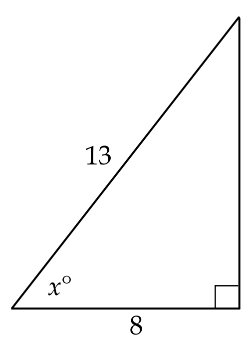
   a) $\cos B = 0,455\ 6$
   $\angle B = \cos^{-1}(0,455\ 6)$
   $\angle B = 62,9°$

   b) $\sin Y = 0,5$
   $\angle Y = \sin^{-1}(0,5)$
   $\angle Y = 30°$

   c) $\tan P = 6,78$
   $\angle P = \tan^{-1}(6,78)$
   $\angle P = 81,6°$

   d) $\cos T = 0,001\ 3$
   $\angle T = \cos^{-1}(0,001\ 3)$
   $\angle T = 89,9°$

2. Trouve la valeur de x au degré près.



Solution :

$$\cos x = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos x = \frac{8}{13}$$

$$x = \cos^{-1}(0,615\ 384\ 615\ 4)$$

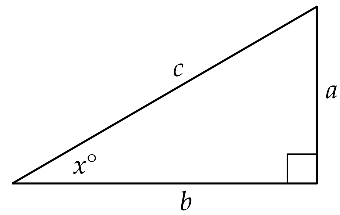
$$x = 52°$$

3. Trouve la valeur de x au degré près si :

   a) $a = 5$ et $c = 10$

   b) $c = 20$ et $b = 4$

   c) $a = 4$ et $b = 2$



   Solutions :

   a) $\sin x = \dfrac{5}{10}$

   $$x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

   $$x = 30°$$

   b) $\cos x = \dfrac{4}{20}$

   $$x = \cos^{-1}(0,2)$$

   $$x = 78°$$

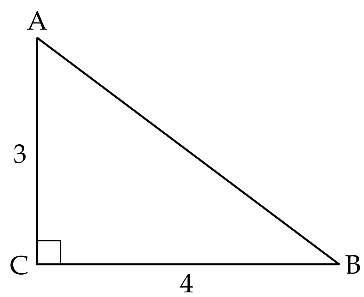
   c) $\tan x = \dfrac{4}{2}$

   $$x = \tan^{-1}(2)$$

   $$x = 63°$$

4. Il y a trois mesures données pour chacun des triangles ci-dessous. Résous les triangles en trouvant la valeur des trois mesures qui manquent. Arrondis tes réponses à deux décimales près.

   a)



   Solution :

   Soit : $b = 3$, $a = 4$, $\angle C = 90°$

   Utilise le théorème de Pythagore

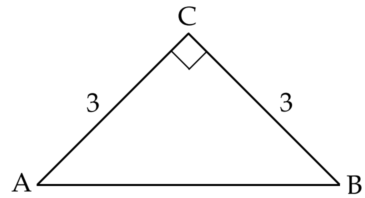
   $$c^2 = a^2 + b^2$$
   $$c^2 = 3^2 + 4^2$$
   $$c^2 = 9 + 16$$
   $$c^2 = 25$$
   $$c = \pm 5$$

   $$\tan B = \frac{3}{4} \qquad B = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \qquad B = 36,87°$$

   $$\tan A = \frac{4}{3} \qquad A = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \qquad A = 53,13°$$

   par contre c est une longueur, donc $c = 5$

b)



Solution :

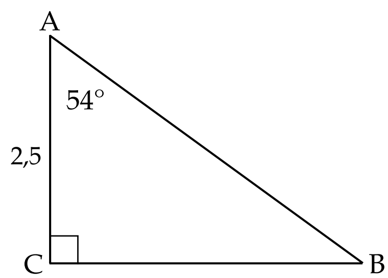
Soit : a = 3, b = 3, C = 90°

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 3^2 + 3^2$$
$$c^2 = 9 + 9$$
$$c^2 = 18$$
$$c = 4,24$$

$$\tan A = \frac{3}{3}$$
$$= 1$$
$$A = \tan^{-1}(1)$$
$$= 45°$$

$$\tan B = \frac{3}{3}$$
$$= 1$$
$$B = \tan^{-1}(1)$$
$$= 45°$$

c)



Solution :

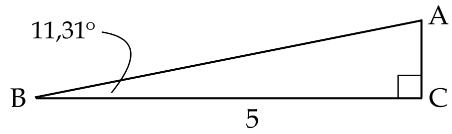
Soit : b = 2.5, ∠A = 54°, ∠C = 90°

∠B = 180° – 90° – 54°

= 36°

$$\cos 54° = \frac{2,5}{c}$$
$$c = \frac{2,5}{\cos 54°}$$
$$c = 4,25$$

$$\tan 54° = \frac{a}{2,5}$$
$$a = \tan 54°(2,5)$$
$$a = 3,44$$

d) 

Solution :

Soit : $a = 5$, $\angle B = 11{,}31°$, $\angle C = 90°$

$\angle A = 180° - 90° - 11{,}31°$

$= 78{,}69°$

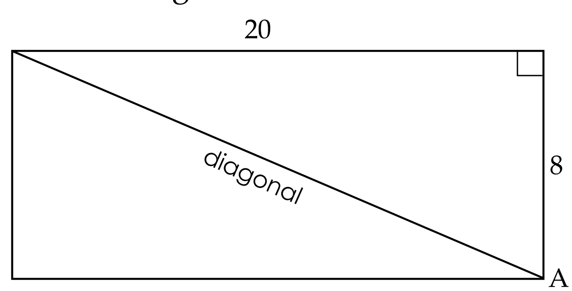
$$\tan 11{,}31° = \frac{b}{5}$$
$$b = 1{,}00$$

$$\cos 11{,}31° = \frac{5}{c}$$
$$c = \frac{5}{\cos 11{,}31°}$$
$$c = 5{,}10$$

5. Trouve la mesure de l'angle entre la diagonale et le côté le plus court d'un rectangle qui mesure 20 cm de long sur 8 cm de large. Arrondis au dixième de degré près.

   Solution :

   Dessine un diagramme.



Le côté qui mesure 20 cm est opposé à l'angle recherché et le côté de 8 cm de longueur est adjacent à l'angle recherché.

$$\tan A = \frac{20}{8} = 2{,}5$$

Utilise la fonction $\tan^{-1}$ pour trouver l'angle associé à ce rapport.

$A = \tan^{-1} 2{,}5$

$\angle A = 68{,}2°$

Activité d'apprentissage 4.6

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. L'aire de la surface d'un globe terrestre (sphère) est 100π cm^2. Quel est le rayon de cette sphère?
2. Le rapport du globe terrestre à la Terre est 1 cm : 800 milles. En te servant de ta réponse à la question #1, quel est le rayon approximatif de la Terre?
3. Si tu achètes une chemise de 8 $ et des jeans de 32 $, combien dépenses-tu en total?
4. Si 20 % de ta classe de 20 élèves a terminé le projet de sciences humaines, combien d'élèves ont terminé le projet?
5. Quel est le rapport trigonométrique du sinus?
6. Le volume d'une pyramide est de 5 m^3. Quel est le volume d'un prisme qui a la même base et la même hauteur que la pyramide?
7. Le montant d'argent dans ton compte bancaire sur une période de temps représente-t-il une relation continue ou discontinue?
8. Est-ce que le nombre 1 est un nombre premier, un nombre composé ou ni l'un ni l'autre?

Solutions :

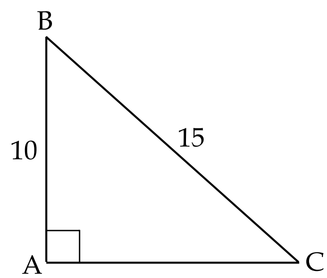
1. 5 cm ($A_{\text{sphère}} = 4\pi r^2$ alors $100 \div 4 = 25$, $\sqrt{25} = 5$)
2. 4 000 miles (5 cm × 800)
3. 40 $
4. 4 élèves (10 % de 20 = 2; 2 × 10 % = 20 %, alors 2 × 2 = 4)
5. $\sin\theta = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$
6. 15 m^3 (Un prisme est 3 fois le volume d'une pyramide ayant la même base et la même hauteur, donc 5 × 3 = 15)
7. Discontinu. (Tu ne déposes ni ne retires de l'argent de façon continue, seulement en montants spécifiques)
8. Ni l'un, ni l'autre (1 est un nombre entier qui n'est ni premier ni composé)

Partie B – L'application des rapports trigonométriques

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Dans le ΔABC, $\angle$ A = 90°, a = 15 m et c = 10 m. Trouve les mesures des deux autres angles. Arrondis les mesures au dixième près.

   Solution :

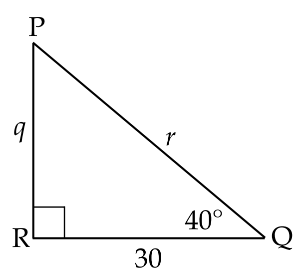


$$\sin \angle C = \frac{10}{15} = 0,\bar{6}$$
$$\angle C = \sin^{-1}\left(0,\bar{6}\right)$$
$$= 41,8°$$

$$\therefore \angle B = 180° - \left(90° + 41,8°\right)$$
$$\angle B = 48,2°$$

2. Dans le ΔPQR, $\angle$ R = 90°, $\angle$ Q =40° et p = 30. Trouve les longueurs des deux autres côtés. Arrondis les mesures au dixième près.

   Solution :

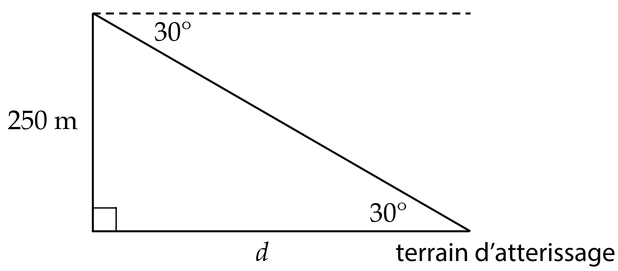


$$\tan\ 40° = \frac{q}{30}$$
$$30\ \tan\ 40° = q$$
$$25,2 = q$$

$$\cos\ 40° = \frac{30}{r}$$
$$r = \frac{30}{\cos\ 40°}$$
$$r = 39,2$$

3. Une montgolfière faisant la publicité d'une compagnie immobilière se trouve à 250 m du sol. L'angle de dépression à partir de la montgolfière par rapport au terrain d'atterrissage est de 30°. À quelle distance du terrain d'atterrissage se trouve un point situé directement sous la montgolfière au sol?

   Solution :

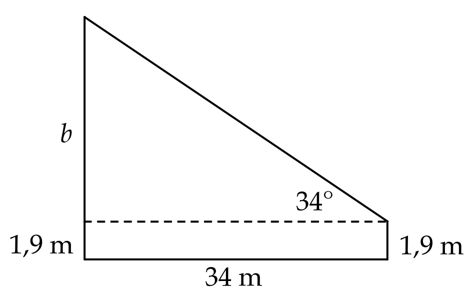
   

   $$\tan 30° = \frac{250}{d}$$
   $$d = \frac{250}{\tan 30°}$$
   $$d = 433,012\ 701\ 9$$

   La distance entre un point au sol situé directement sous la montgolfière et le terrain d'atterrissage est d'environ 433 m.

4. Un arpenteur utilise un théodolite (un appareil servant à mesurer les angles) pour déterminer l'angle d'élévation entre le théodolite et le sommet d'un bâtiment, qui donne 34°. La distance horizontale à partir du haut de l'appareil jusqu'au bâtiment est de 34 m, et la hauteur du théodolite est de 1,9 m. Quelle est la hauteur du bâtiment?

   Solution :

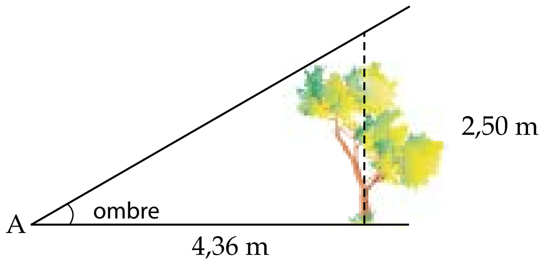
   

   $$\tan 34° = \frac{b}{34}$$
   $$34 \tan 34° = b$$
   $$22,9 = b$$

   L'édifice est 22,9 m + 1,9 m = 24,8 m de haut.

5. L'ombre projetée au sol par un arbre de 2,50 m mesure 4,36 m de long. Calcule l'angle d'élévation du sol jusqu'au soleil, au degré près.

Solution :



$$\tan \angle A = \frac{2,50}{4,36}$$

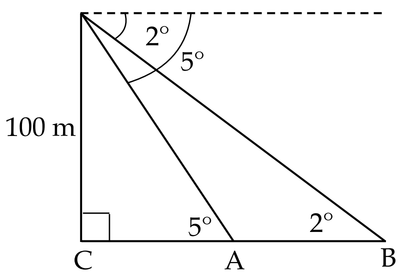
$$\angle A = \tan^{-1}\left(\frac{2,50}{4,36}\right)$$

$$\angle A = 30°$$

6. Du haut d'une tour de vigie de 100 m de hauteur, un garde-feu observe deux incendies, l'un à un angle de dépression de 5° et l'autre à un angle de dépression de 2°. En supposant que les incendies et la tour sont situés sur une ligne droite, à quelle distance se trouvent les incendies l'un de l'autre si :

a) les deux feux sont du même côté de la tour?

Solution :



$$\tan\ 2° = \frac{100}{BC}$$

$$BC = \frac{100}{\tan\ 2°}$$

$$BC = 2\ 863,625\ 328$$

$$\tan\ 5° = \frac{100}{AC}$$

$$AC = \frac{100}{\tan\ 5°}$$

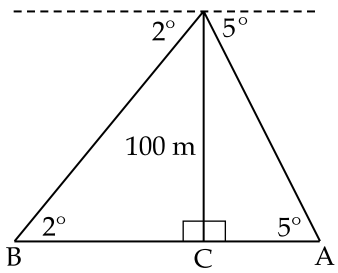
$$AC = 1\ 143,005\ 23$$

Par conséquent, la distance entre les deux feux est

AB = 2 863,625 328 – 1 143,005 23 = 1 720,6 m.

b) il y a un feu de chaque côté de la tour?

Solution :



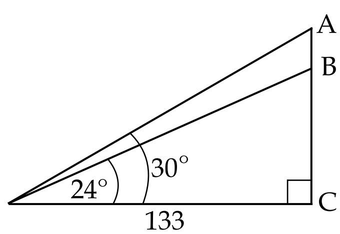
Tel que dans (a), BC = 2 863,625... et AC = 1 143,005...

$\therefore$ AB = 2 863,625... + 1 143,005... = 4 006,630 558

La distance entre les deux feux, s'ils sont de part et d'autre de la tour, est d'environ 4 006,6 m.

7. À partir d'un point situé à 133 m du centre de la base du Palais législatif du Manitoba, l'angle d'élévation de la ligne de visée vers le haut de la torche du Golden Boy est de 30°. À partir du même point, l'angle d'élévation aux pieds de la statue est de 24°. Trouve la hauteur du Golden Boy au dixième de mètre près.

   Solution :



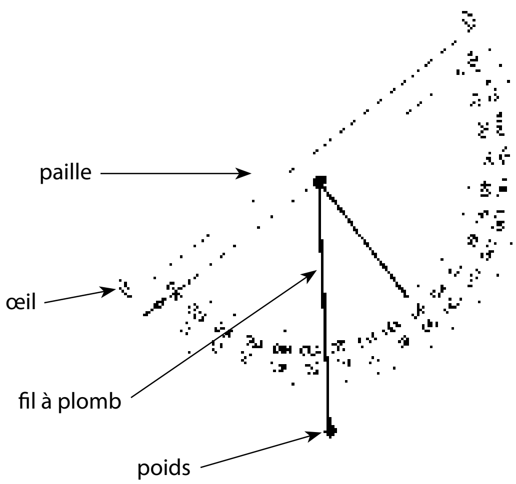
$$\tan 24° = \frac{BC}{133} \qquad \tan 30° = \frac{AC}{133}$$

$$BC = 133 \tan 24° \qquad AC = 133 \tan 30°$$

$$BC = 59{,}215\ 415\ 15 \qquad AC = 76{,}787\ 585\ 8$$

La hauteur du Golden Boy est 76,787... – 59,215 = 17,6 m.

8. Un clinomètre est un appareil servant à mesurer des angles d'élévation ou de dépression. Tu peux construire un clinomètre en collant une paille sur le bord d'un rapporteur de plastique avec du ruban adhésif. Prépare un fil à plomb en fixant un petit poids (p. ex., un petit écrou de métal ou une trombone à l'extrémité d'une corde ou d'une ligne à pêche. Attache la corde de sorte qu'elle puisse se balancer librement à partir du centre de la ligne horizontale zéro le long du bord du rapporteur (voir le diagramme). En tenant la paille horizontale, le fil à plomb devrait passer vis-à-vis du point de 90°.



À l'aide de ton clinomètre, d'un appareil de mesure en unités impériales (comme un ruban à mesurer ou une verge) et de la trigonométrie, montre dans un croquis comment tu vérifierais si un panier de basket ball est à 10 pieds du plancher d'un gymnase.

Solution :

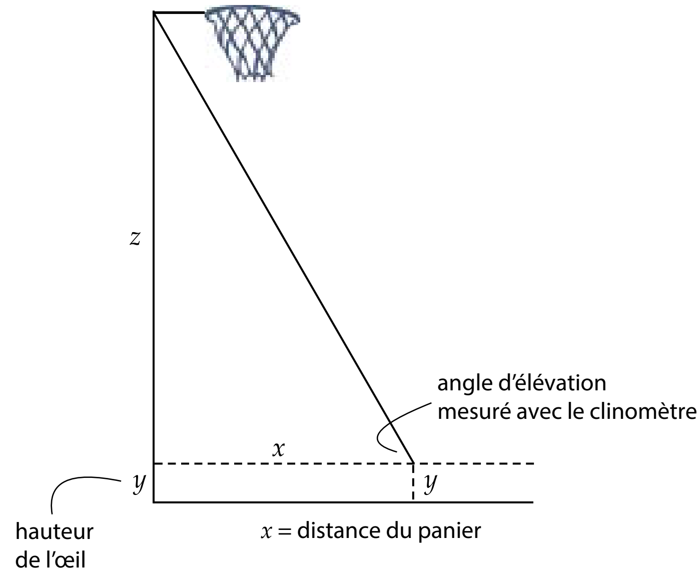
Mesure la distance du plancher à ton œil (y).

Déplace-toi d'un point directement sous le panier de basket ball à un point x quelconque. Mesure cette distance (c-à-d, du point directement sous le panier au point x).

Regarde par la paille du clinomètre jusqu'à ce que tu puisses voir le panier de basket ball.

Note l'angle que fait le fil à plomb avec la ligne de 90° sur le rapporteur. Par exemple, si le fil à plomb se trouve à 60°, alors l'angle est de 90° - 60° = 30°. Cet angle représente l'angle d'élévation du panier de basket ball par rapport à une ligne d'horizon au niveau de l'œil.

Le diagramme ci-dessous donne le triangle rectangle à résoudre.



En utilisant la trigonométrie pour trouver z, $z + y$ devrait être 10 pieds.

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 5
Les relations et les fonctions

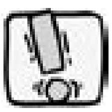
Module 5
Les relations et les fonctions

Avant de commencer…

Avant d'entreprendre la prochaine partie du cours, il serait temps d'examiner ta fiche-ressource de l'examen de mi-session. Réponds aux questions suivantes pour que quand tu prépareras ta fiche-ressource pour l'examen final, tu puisses apporter les changements qui te semblent utiles.

- Y a-t-il des informations que tu aurais aimé avoir sur ta fiche-ressource durant l'examen de mi-session et qui n'étaient pas indiquées?
- Y a-t-il des informations sur ta fiche-ressource que tu n'avais pas besoin d'avoir par écrit?
- Y a-t-il des informations sur ta fiche-ressource dont tu ne te rappelais pas ou que tu ne comprenais pas durant l'examen de mi-session?

Introduction



Au début de ce cours, dans le module 1, tu as exploré les graphiques et les relations. Tu as examiné les relations entre des ensembles de données et décrit leurs caractéristiques (y compris la pente, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image) à l'aide de graphiques, de mots, d'équations et de coordonnées. Le module 5 s'appuie sur ces connaissances, mettant l'accent sur une relation particulière appelée « fonction ». Tu apprendras comment exprimer le domaine et l'image en utilisant différents types de notation, et à utiliser la notation fonctionnelle pour exprimer des équations linéaires. De plus, tu réviseras la représentation graphique de fonctions linéaires.

Devoirs du module 5

Tu devras faire les devoirs ci-dessous et les envoyer à la Section de l'enseignement à distance quand tu auras terminé les modules 5 et 6.

Leçon	Numéro du devoir	Titre du devoir
1	Devoir 5.1	Relations et fonctions
2	Devoir 5.2	Notation du domaine et de l'image
3	Devoir 5.3	Notation fonctionnelle

Fiche-ressource

Lorsque tu te présenteras à l’examen final, tu auras le droit d’apporter avec toi une fiche-ressource d’examen. Cette fiche doit être sur une seule feuille de papier format lettre, soit 8½ po sur 11 po, écrite des deux côtés de ta main ou dactylographiée. Tu dois remettre cette feuille avec ton examen à la Section de l’enseignement à distance. Il n’y aura pas de points attribués à ta fiche-ressource d’examen final.

Pour beaucoup d’élèves, préparer une fiche-ressource d’examen est un excellent moyen de réviser la matière. Elle fournit un résumé des points importants de chaque module, que tu peux consulter en tout temps. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource pour chaque module afin de l’aider à étudier et à réviser. Des résumés de leçons te sont fournis à chaque fin de leçon, et des sommaires de modules à la fin de chaque module pour servir de référence.

Pour te préparer à faire cette fiche-ressource, utilise la liste de consignes ci-dessous, que tu appliqueras au fur et à mesure en faisant le module. Tu pourrais utiliser la fiche-ressource du module 5 pour noter les termes et formules de mathématiques, des exemples de questions ou une liste des endroits où tes erreurs sont plus fréquentes. Tu peux y écrire les notions dont tu as besoin, ou indiquer les numéros de page des leçons que tu devrais réviser plus attentivement quand tu étudieras pour l’examen.

Lorsque tu auras terminé les fiches-ressources des modules 1 à 8, tu pourras essayer de les résumer pour en faire ta fiche-ressource de l’examen final. Rappelle-toi que cet examen porte sur les huit modules du cours.

Fiche-ressource pour le module 5

1. Inscris les termes mathématiques qui sont mentionnés dans chaque leçon.
2. Inscris toutes les formules mentionnées dans chaque leçon.
3. Quelles stratégies de calcul ont été discutées dans chaque leçon?
4. Quelles sont les questions qui doivent être copiées dans ta fiche-ressource parce qu’elles sont représentatives des questions de chaque leçon?
5. Quelles étaient les questions les plus difficiles? Inscris les numéros de pages sur ta fiche-ressource de module pour pouvoir refaire ces questions avant l’examen. Si tu trouves l’un de ces problèmes particulièrement difficile, tu peux l’écrire ainsi que sa solution sur ta fiche-ressource d’examen final pour l’avoir à portée de la main à l’examen.
6. Quels sont les autres trucs aide-mémoire que tu as trouvés pour te préparer à l’examen?

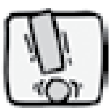
Leçon 1 – Les fonctions

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ considérer le domaine et l'image comme étant les données initiales et les résultats d'une relation
- ❑ représenter les relations sous forme de coordonnées, à l'aide d'un tableau de valeurs, d'un diagramme sagittal (diagramme de correspondance), d'un graphique, d'une règle (énoncé) ou d'une équation
- ❑ déterminer si une relation représente une fonction

Introduction



Dans le module 1, tu as d'abord appris à reconnaître une relation linéaire entre des données en représentant graphiquement des coordonnées sur un diagramme à dispersion et en vérifiant s'il était possible de joindre ces points au moyen d'une ligne droite. Maintenant, tu peux reconnaître une relation linéaire d'après son équation explicite, et partant de là, déterminer la pente et les coordonnées à l'origine de la droite. La leçon 1 met l'accent sur un type de relation spécifique, la fonction.

Qu'est-ce qu'une fonction?

La représentation des relations

Une relation est un ensemble de coordonnées (x, y) décrivant le rapport entre deux variables. Les coordonnées sont nommées dans un ordre précis. Les valeurs possibles de la première variable, x, sont appelées les éléments du domaine de la relation. Les valeurs de la deuxième variable, y, déterminent l'image de la relation.

Il serait utile d'avoir la définition d'une relation sur ta fiche-ressource.

Exemple 1

Indique le domaine et l'image de la relation suivante.

A = {(1,2) (3,4) (5,6) (7,8)}

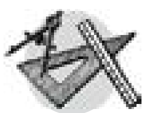
Solution :

Le domaine comprend toutes les valeurs possibles de x. D = {1, 3, 5, 7}

L'image comprend toutes les valeurs valides de y. I = {2, 4, 6, 8}

Une relation peut aussi être écrite sous forme de tableau de valeurs, d'équation ou de règle (énoncé), ou encore représentée graphiquement.

Exemple 2



Ce type de question sera abordé dans le cours de mathématiques appliquées, mais les méthodes démontrées sont utilisées dans les deux cours, mathématiques pré-calcul et appliquées.

La taxe de vente provinciale du Manitoba est de 7 % du prix courant (prix de liste). Écris la relation illustrant le lien entre le prix de liste et le coût total de l'article acheté par le consommateur. Indique le domaine et l'image de cette relation.

Solution :

Voici quelques-unes des paires ordonnées de cette relation : (10,00 $, 10,70 $), (20,00 $, 21,40 $), (0,70 $, 0,75 $). Les possibilités de prix courants et de coût total des articles sont infinies. Pour simplifier, tu pourrais exprimer cette relation à l'aide d'une formule avec des variables pour représenter la relation. Le coût total correspond à la somme du prix de liste et de la taxe de 7 % sur le prix de liste.

$$C = L + 0{,}07L$$

ou

$$C = 1{,}07L$$

où C est le coût total (le prix plus les taxes) payé par le consommateur et L est le prix de liste (prix courant).

Le domaine de cette relation est l'ensemble de tous les prix de liste, et l'image est le coût total pour le consommateur quand la taxe est ajoutée au prix de liste. Ces valeurs formeront un sous-ensemble des nombres réels positifs.

Dans l'exemple ci-dessus, il est évident que le domaine (l'ensemble des prix de liste des articles) influence l'image (le coût total). Tu peux penser à cette relation en données initiales et résultats, c'est-à-dire la valeur de x appliquée à la relation, qui détermine la valeur de y résultante. Organisées sous forme de tableau, ces valeurs peuvent se présenter comme suit :

Données initiales	Résultats
L	*C*
10,00 $	10,70 $
20,00 $	21,40 $
0,70 $	0,75 $

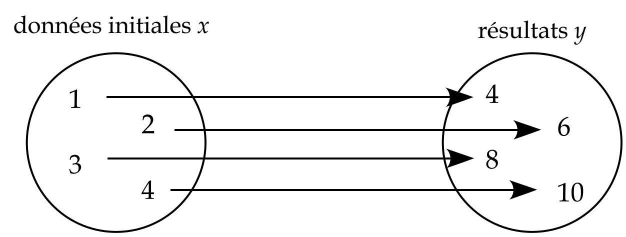
Exemple 3

À partir des coordonnées suivantes, indique le domaine et l'image de la relation.

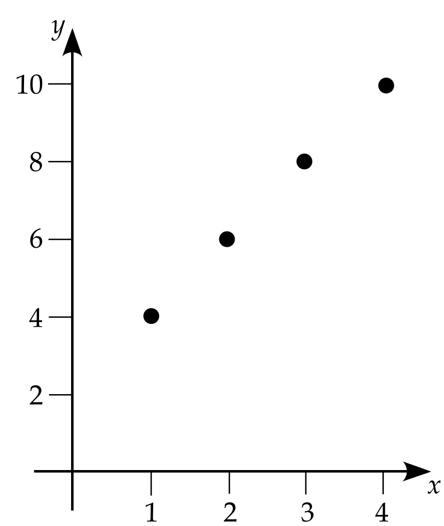
{(1,4) (2,6) (3,8) (4,10)}

Solution :

Les fonctions peuvent aussi être représentées au moyen d'un diagramme sagittal (diagramme de correspondance). Pense à ce diagramme comme à un type de tableau de valeurs avec des flèches indiquant quel résultat correspond à chaque donnée initiale.



Cette relation pourrait aussi être représentée par un graphique.



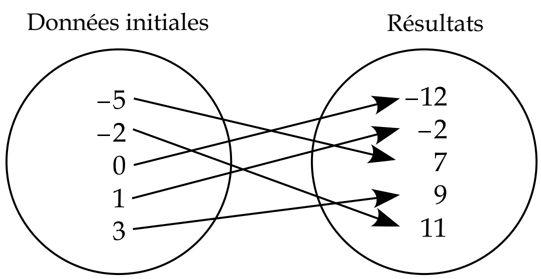
Si tu veux écrire cette relation sous forme d'équation ou de règle (énoncé), elle pourrait être exprimée comme suit :

$y = 2x + 2$ où $x \in \{1, 2, 3, 4\}$. (Le symbole $\in$ signifie élément, donc « $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ » se lit ainsi : « x est un élément de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4\}$ » ou encore « x peut être 1, 2, 3, 4 »)

Quand on utilise une règle (énoncé) ou une équation pour représenter une fonction, on doit indiquer le domaine afin de montrer quels nombres sont admissibles comme valeurs de x dans la formule. Dans le cas présent, seuls les quatre nombres naturels font partie du domaine, tel qu'indiqué dans la règle de correspondance ci-dessus.

Les fonctions

Examine la relation représentée par le diagramme sagittal suivant. Les flèches relient chaque élément du domaine avec l'élément de l'image correspondant. Dans cet exemple, tu peux tracer une seule flèche de chaque donnée initiale vers un résultat.



Il s'agit là d'un type spécial de relation appelé **fonction**.

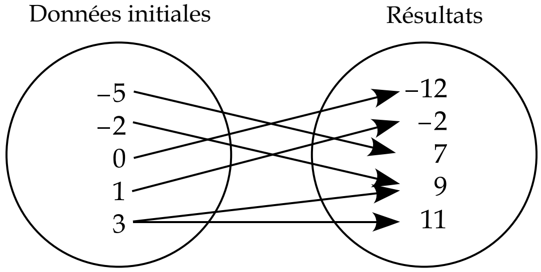
> Une fonction est une relation, un ensemble de coordonnées (x, y), telles que chaque valeur de x correspond à exactement une valeur de y.

À noter que toutes les fonctions sont des relations, mais seules les relations qui satisfont à la définition ci-dessus sont considérées comme des fonctions.

Tu aurais avantage à inscrire sur ta fiche-ressource cette information sur les fonctions.

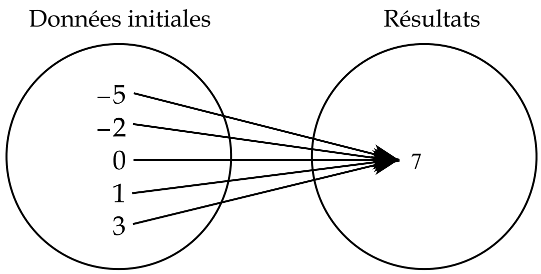
Exemple 4

Détermine si les trois diagrammes sagittaux ci-dessous représentent des fonctions ou des simples relations.

a) 

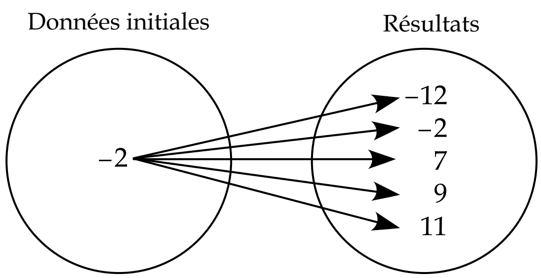
Solution :

Ce diagramme représente une relation, mais ce n'est pas une fonction. La donnée initiale 3 comporte deux flèches, indiquant deux résultats possibles. Dans une fonction, chaque élément du domaine ne doit avoir qu'une seule valeur d'image possible. Donc, cette relation n'est pas une fonction.

b) 

Solution :

Chaque donnée initiale dans cette relation ne peut donner qu'un seul résultat possible. Bien que la valeur de l'image soit la même pour chaque élément du domaine, il s'agit à la fois d'une relation et d'une fonction.

c) 

Solution :

La donnée initiale donne des résultats multiples, donc il s'agit d'une relation et non d'une fonction.

Exemple 5

Détermine si les coordonnées suivantes représentent des fonctions ou des relations.

a) (0, 1) (1, 2) (2, 3) (3, 4) (4, 5)

b) (2, –3) (2, 5) (2, 0) (2, 1) (2, –2)

c) (–4, –1) (3, –1) (0, –1) (–1, –1) (5, –1)

d) (5, 3) (4, 3) (–3, 3) (0, 5) (–3, –1)

e) (–2, 4) (–1, 1) (0, 0) (1, 1) (2, 4)

Solution :

a) C'est une fonction et une relation parce que chaque valeur de x n'a qu'une seule valeur de y possible.

b) C'est une simple relation parce que la donnée initiale 2 peut avoir différents résultats.

c) C'est une fonction et une relation parce que chaque élément du domaine ne peut avoir qu'une seule valeur correspondante dans l'image.

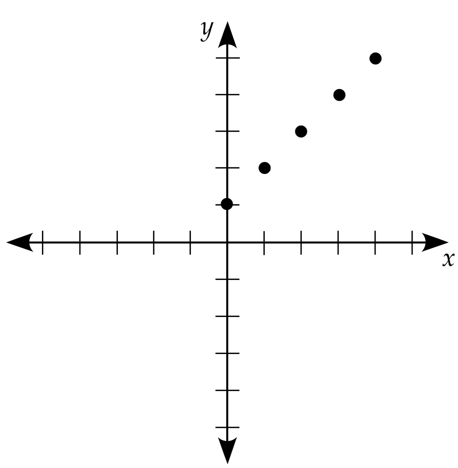
d) Ce n'est pas une fonction. La donnée initiale – 3 peut avoir deux résultats possibles : 3 et -1.

e) Cet ensemble de coordonnées représente une relation et une fonction. La valeur de 1 est le résultat de deux paires ordonnées (-1, 1) et (1, 1), mais chaque donnée initiale n'a qu'un seul résultat possible, donc cela satisfait à la définition d'une fonction.

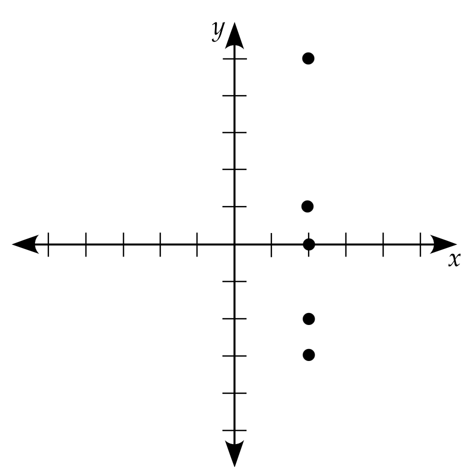
Quand tu as un diagramme sagittal ou les coordonnées représentant une relation, tu peux tracer ces coordonnées dans un plan cartésien (système de coordonnées) et voir le type de représentation visuelle qui peut correspondre à cette relation ou fonction.

Voici les graphiques des coordonnées tirées de l'exemple 5 ci-dessus.

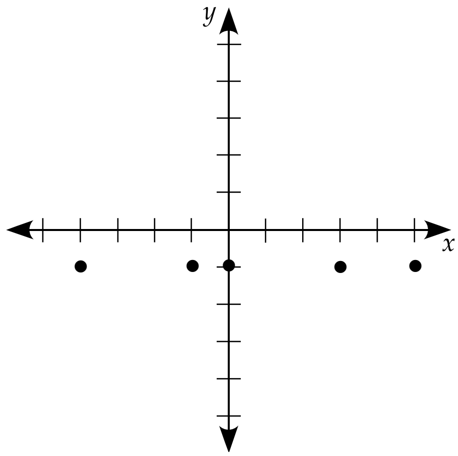
a) Fonction



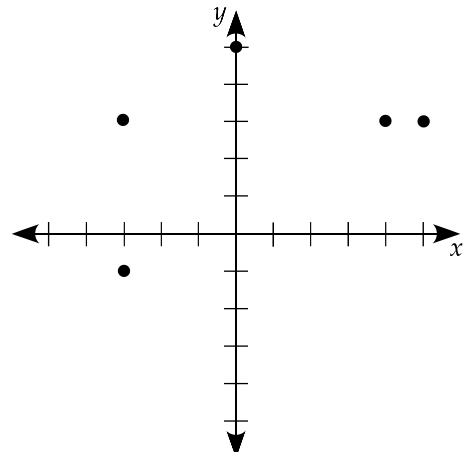
b) Relation



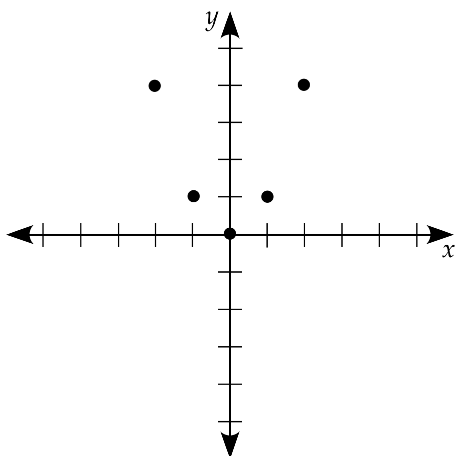
c) Fonction



d) Relation



c) Fonction

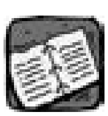


Qu'est-ce que tu remarques sur les graphiques qui représentent une simple relation?

Deux ou plusieurs des points des relations peuvent être reliés par une droite verticale.

Si une relation est représentée graphiquement, tu peux déterminer s'il s'agit d'une fonction en utilisant le test de la **droite verticale**.

Test de la droite verticale : Si une droite verticale peut être tracée n'importe où sur le graphique et faire intersection avec la relation en plus d'un point, alors le graphique NE représente PAS une fonction.

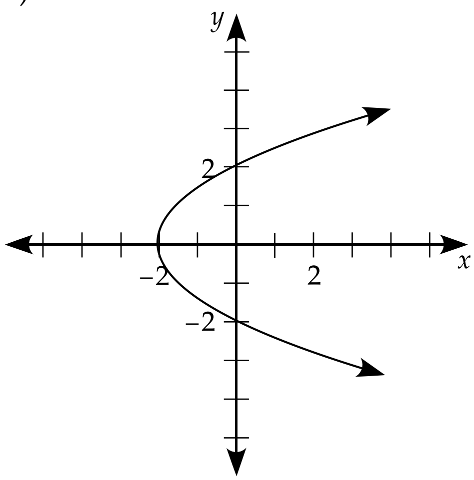


Il est important que tu saches comment faire le test de la droite verticale, donc ce serait bien que tu notes cette description sur ta fiche-ressource.

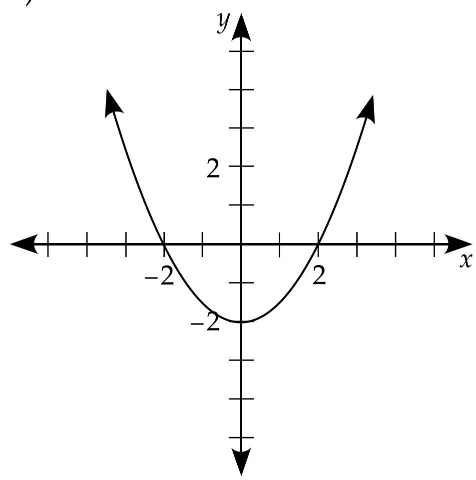
Exemple 6

Identifie lesquels de ces graphiques d'équations représentent une fonction.

a)

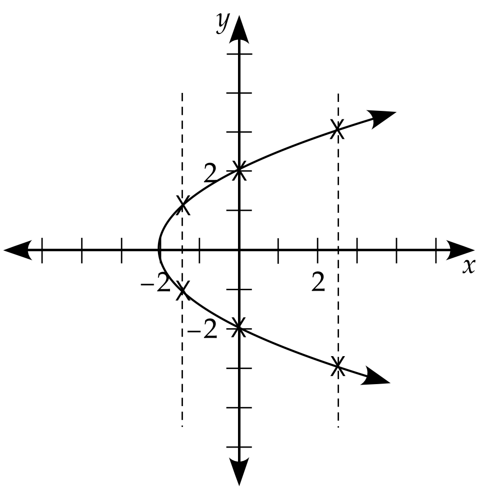


b)



Solution :

Le graphique a) ne représente pas une fonction parce qu'une droite verticale faisant intersection avec la droite de l'équation $x = k$, où $k > -2$, croisera le graphique en deux endroits.



Par exemple, la droite verticale $x = 0$ (le long de l'axe des y) rencontrera la droite du graphique à (0, 2) et à (0, –2). Ces coordonnées montrent que la donnée initiale 0 peut donner deux résultats possibles, et que cette relation n'est pas une fonction.

Le graphique b) représente une fonction parce qu'une droite verticale, quel que soit l'endroit où on la trace sur le graphique, ne croisera la droite du graphique qu'une seule fois. Une droite verticale ne croisera jamais le graphique b) en plus d'un point.

Activité d'apprentissage 5.1

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Laquelle est la variable indépendante, la distance pour arriver à ta maison ou le temps que tu as marché?
2. Simplifie : $\left(4x^4\right)^{\frac{3}{2}}$.
3. La pente d'une droite égale -3. Quelle est la pente d'une droite parallèle à cette droite?
4. Ton frère suit des cours d'art dramatique le lundi soir et joue au football les mardis et jeudis. Tu as une partie de lacrosse les mercredis et jeudis, et c'est la soirée d'anniversaire de ton meilleur ami samedi. Tes parents font une sortie tous les vendredis soirs. Pourras-tu avoir un souper en famille cette semaine?
5. Résous $8 + b - 4 = 16$.
6. Tu veux faire un gâteau pour l'anniversaire de ta mère. Comme toute ta famille va venir, tu décides de faire une recette double. La recette originale demande une demi-cuillerée à thé de vanille. Combien de vanille dois-tu ajouter pour le double de la recette?
7. Kateri dactylographie 50 mots à la minute. S'il a fallu 30 minutes pour écrire sa composition en anglais et si elle a dactylographié pendant tout ce temps, combien de mots sa composition comprend-elle?
8. Quand tu avais 3 ans, ton frère avait le double de ton âge. De combien d'années est-il ton aîné (plus vieux que toi)?

suite

Activité d'apprentissage 5.1 (suite)

Partie B – Les relations et les fonctions

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

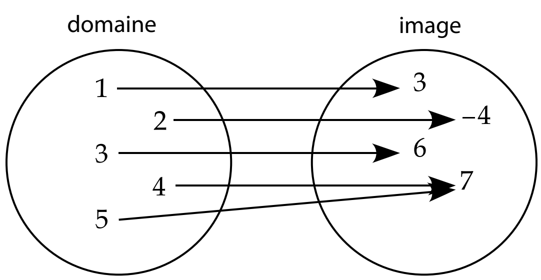
1. Explique dans tes propres mots les termes suivants (d'après le sens qui leur est donné dans ce module).
   a) domaine
   b) relation

   Tu peux inclure ces définitions ainsi que celle d'image et de fonction sur ta fiche-ressource.

2. Quelle est la règle que tu utilises pour déterminer si une relation (dans un diagramme sagittal ou un tableau de valeurs) représente une fonction?

3. Explique dans tes propres mots à quoi sert le test de la droite verticale et comment il faut procéder.

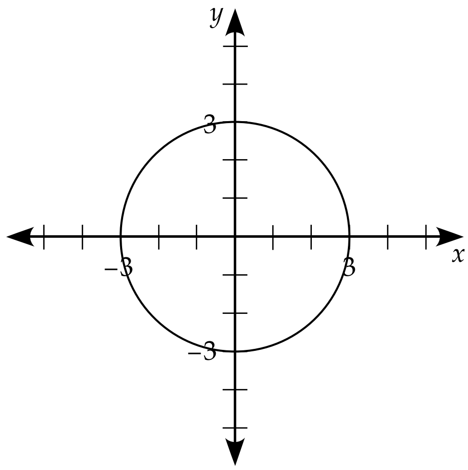
4. Détermine si les relations suivantes sont des fonctions. Justifie ta réponse.
   a) A = {(1, 2), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10)}
   b) $y = -x + 3$
   c)



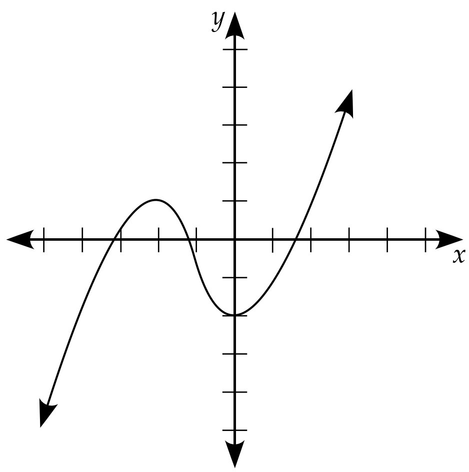
suite

Activité d'apprentissage 5.1 (suite)

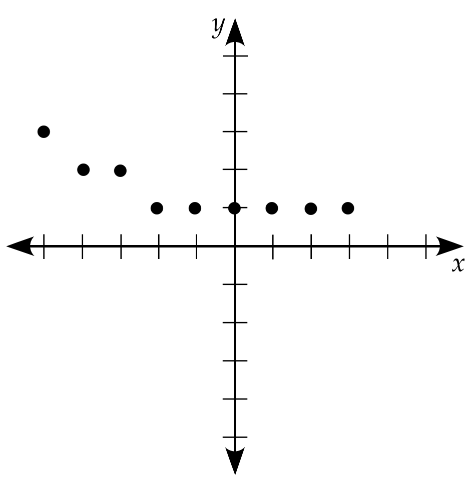
d)



e)



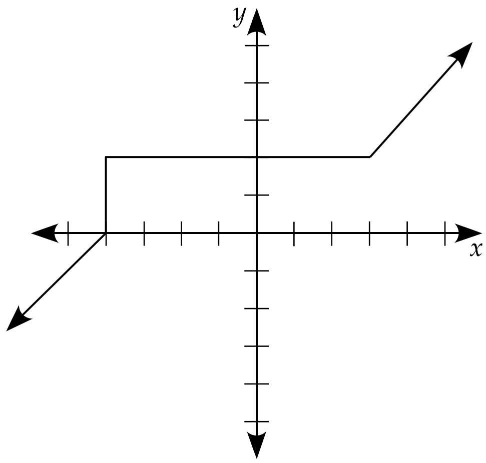
f)



suite

Activité d'apprentissage 5.1 (suite)

g)



5. Le professeur d'éducation physique appelle six élèves de la classe par leur prénom (Aiden, Brady, Chad, Chad, Devon, Everett) et leur attribue un numéro de 1 à 6.

   Si cette information était écrite sous forme de coordonnées (numéro, nom) est-ce que cela représenterait une fonction ou une simple relation? Pourquoi?

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as représenté des relations au moyen de coordonnées, d'un tableau de valeurs ou d'un diagramme sagittal et par des équations, des règles (énoncés) et des graphiques. Tu as déterminé quelles relations sont des fonctions en examinant leurs données initiales (le domaine) et les résultats (l'image) et à l'aide du test de la droite verticale sur les graphiques des équations. Dans la prochaine leçon, tu utiliseras diverses façons d'exprimer le domaine et l'image d'une relation.

Devoir 5.1

Relations et fonctions

Total : 20 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Explique dans tes propres mots les termes suivants (d'après le sens qui leur est attribué dans ce module).

   a) image *(1 point)*

   ____

   ____

   ____

   b) fonction *(1 point)*

   ____

   ____

   ____

2. Quelle est la règle que tu utilises pour déterminer si un ensemble de coordonnées représente une fonction ou une simple relation? *(1 point)*

   ____

   ____

   ____

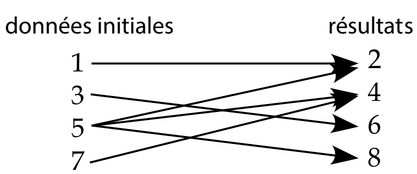
   ____

3. À partir d’exemples, explique pourquoi toutes les fonctions sont des relations, mais les relations ne sont pas toutes des fonctions. *(3 points)*

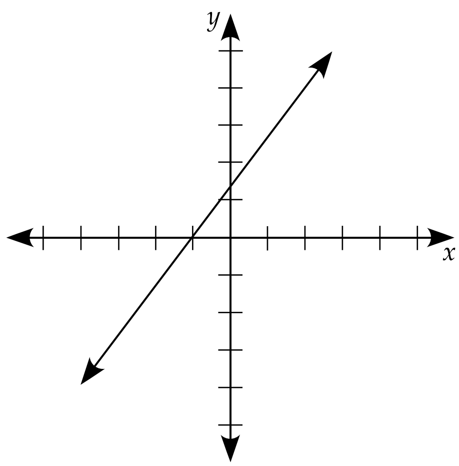
4. Indique si les diagrammes sagittaux, les coordonnées et les graphiques suivants représentent des relations ou des fonctions. Justifie ta réponse. *(2 points chaque × 7 = 14 points)*

   a) B = {(2, 1), (7, 1), (3, 1), (4, 1)}

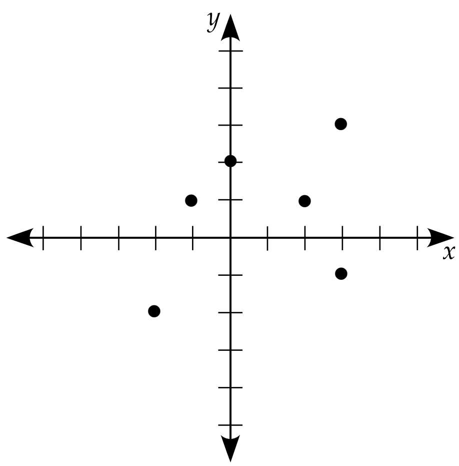
   b) $y = 4x - 2$

   c) 

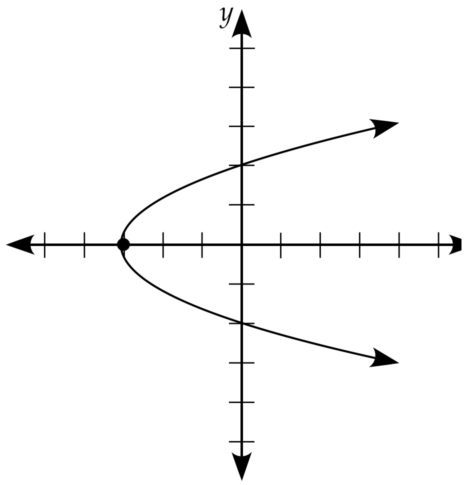
d)



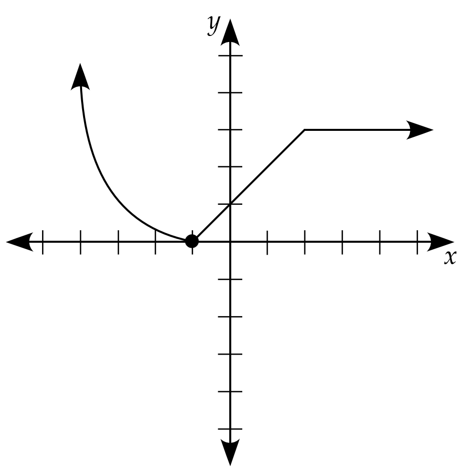
e)



f)



g)



Leçon 2 – Le domaine et l'image

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu devras

- ❑ exprimer le domaine et l'image d'une relation par un énoncé verbal ou par une liste de valeurs
- ❑ exprimer le domaine et l'image d'une relation à l'aide de la notation d'ensemble et de la notation d'intervalle

Introduction

Le domaine d'une fonction est formé de toutes les valeurs valides pour les données initiales, et son image est l'ensemble des valeurs résultantes. Dans des coordonnées (x, y), le domaine correspond au x et l'image est le y. Cette leçon t'apprendra d'autres façons d'exprimer le domaine et l'image d'une relation.

Le domaine et l'image

Pêches et Océans Canada prédit les niveaux et les heures des marées hautes et des marées basses le long de la baie de Fundy, au Nouveau-Brunswick. Au cap Hopewell, la marée basse se situe entre 2,5 et 4,0 mètres de haut, et la marée haute, entre 9,8 et 11,9 mètres. Dans la baie de Fundy, il faut en moyenne 6 heures et 13 minutes pour que la marée monte ou descende. Si tu devais tracer graphiquement l'horaire (l'heure, soit x) et la hauteur, y, de l'eau durant un cycle de marée haute/basse, le domaine commencerait à 0 heure et finirait environ 12,5 heures plus tard. L'image des hauteurs (niveaux) serait comprise entre 2,5 et 11,9 m.

Dans un contexte comme celui-là, où l'heure et la hauteur peuvent être mesurées en incréments infinis (illimités), un énoncé verbal peut décrire le domaine et l'image. Retourne au paragraphe ci-dessus et examine les mots utilisés, comme *entre* ___ *et* ____ ou *de* ___ *à* ____ ou *commence à* ___ et *finit à* ____. Ces expressions décrivent le domaine et l'image.

Si tu as un tableau de valeurs, des coordonnées ou un graphique avec des points précis seulement, tu peux dresser la liste des points finis (limités) du domaine et de l'image, en regroupant des nombres entre crochets.

Exemple 1

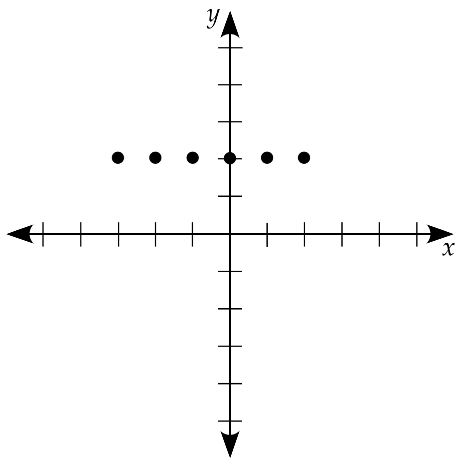
Indique le domaine et l'image des relations données, et s'il s'agit d'une fonction ou d'une simple relation.

a)

X	–3	–2	–1	0	1	2	3
Y	10	5	2	1	2	5	10

b) (2, –1) (3, –2) (3, –3) (4, –4) (4, –5)

c)



Solutions :

a) Fonction

D : {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3} Énumère les points individuels du domaine et de l'image.

I : {10, 5, 2, 1} Omets toute répétition.

b) Pas une fonction (relation)

D : {2, 3, 4} Le domaine comprend toutes les valeurs de *x*.

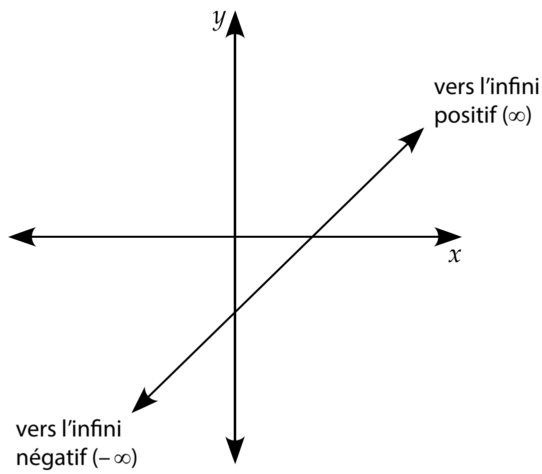
I : {–1, –2, –3, –4, –5} L'image (I) est formée de toutes les valeurs de *y*.

c) Fonction

D : {–3, –2, –1, 0, 1, 2} Utilise les coordonnées sur le graphique.

I : {2}

Ces listes de valeurs du domaine et de l’image ne fonctionnent que si on a un nombre fini (limité) de points. Mais elles ne sont pas utiles pour les graphiques où la droite comprend tous les points le long de la droite, et quand la droite a des flèches aux extrémités, indiquant que la droite continue vers l’infini négatif et l’infini positif.



Ces listes ne fonctionnent pas non plus si une relation a été donnée sous forme de règle (énoncé) ou d’équation, puisque dans ces cas il est impossible d’écrire une liste de toutes les valeurs possibles de x et de y. On doit utiliser une autre méthode dans ces situations.

La notation d’ensemble et d’intervalle pour le domaine et l’image

Dans cette leçon, tu apprendras deux styles de notation couramment utilisés pour communiquer le domaine et l’image de relations. Ces deux styles de notation expriment la même réalité, mais de façons différentes.

La notation d’ensemble

La notation d’ensemble décrit à l’aide de symboles les valeurs qui sont incluses dans le domaine et dans l’image :

plus petit que :	$<$
plus grand que :	$>$
plus petit ou égal à :	$\leq$
plus grand ou égal à :	$\geq$
tel que :	$\vert$
est un élément de :	$\in$
l’ensemble des nombres réels :	$\Re$

Pourras-tu te rappeler tous ces symboles? Sinon, tu devrais les inscrire sur ta fiche-ressource.

En lisant des graphiques, lis toujours les valeurs du négatif vers le positif. Lis les valeurs de x partant de la gauche vers la droite, et les valeurs de y du bas vers le haut.

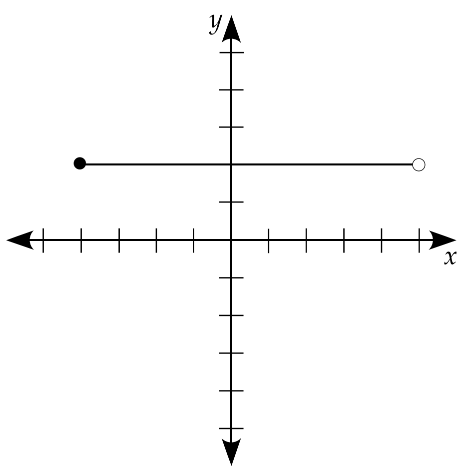
Quand les points sur un graphique sont indiqués par des petits cercles noirs pleins (•), cela signifie que le point est inclus. Si des points sont indiqués par un cercle vide (◦), le graphique se rend jusqu'à ce point, mais celui-ci n'est pas inclus dans le graphique. Une droite terminée par une flèche indique que le graphique inclut tous les points le long de la droite et continue indéfiniment dans la ou les directions indiquées.

Si tu ne penses pas pouvoir retenir la signification de ces cercles, tu aurais avantage à les noter sur ta fiche-ressource.

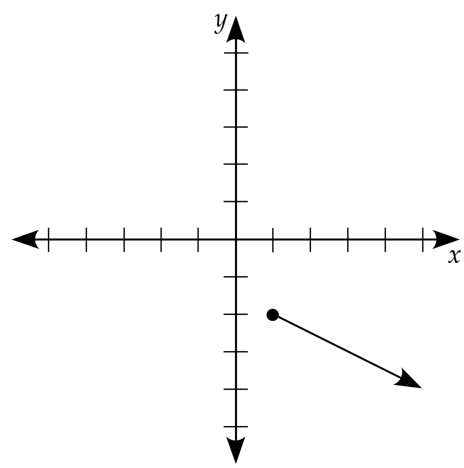
Exemple 2

Indique le domaine et l'image des graphiques suivants en utilisant la notation d'ensemble.

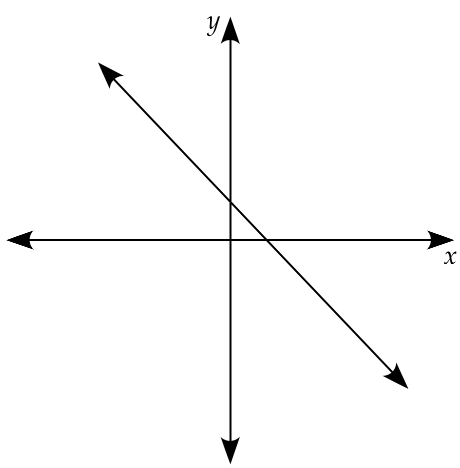
a)



b)



c)



Solutions :

a) D : $\{x \mid -4 \leq x < 5, x \in \Re\}$ Cette phrase mathématique se lit comme suit : « x égale toute valeur telle que -4 est plus petit ou égal à x et x est plus petit que 5. x est un élément de l'ensemble des nombres réels ». Comme le cercle à (-4, 2) est plein, -4 est inclus dans le domaine, mais le petit cercle à (5, 2) est vide, donc le graphique continue jusqu'à 5, mais 5 n'est pas inclus dans le domaine.

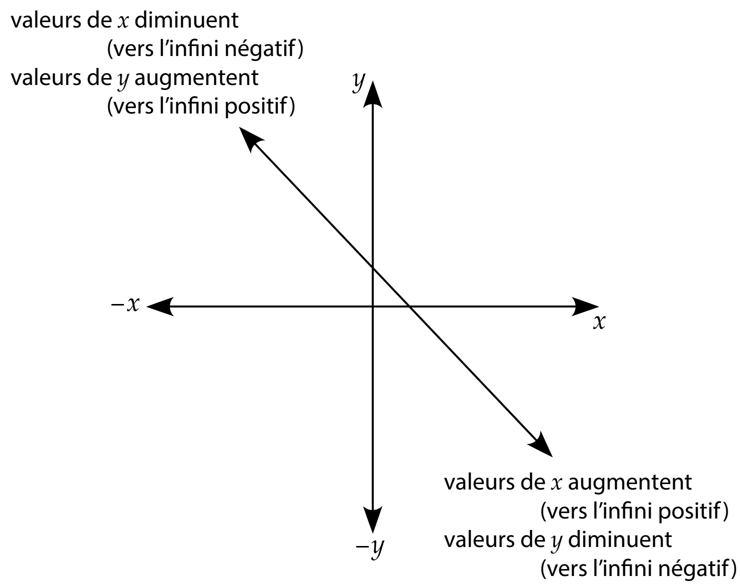
   I : $\{y \mid y = 2, y \in \Re\}$ La seule valeur valide de y est 2.

b) Le point (1, -2) est inclus dans le graphique, et la flèche indique que toutes les valeurs de x plus grandes que 1 (en se déplaçant vers la droite) et toutes les valeurs de y plus petites que -2 sont incluses, à partir de l'infini négatif. Rappelle-toi de lire le graphique en partant du négatif vers le positif.

   D : $\{x \mid x \geq 1, x \in \Re\}$

   I : $\{y \mid y \leq -2, y \in \Re\}$

c) Cette fonction linéaire continue indéfiniment dans toutes les directions. Ses valeurs de x augmenteraient positivement à mesure que la droite descend et négativement à mesure que la droite monte. Et les valeurs de y augmenteraient à mesure que la droite monte et diminueraient à mesure que la droite descend.



   Essentiellement, toutes les valeurs réelles de x et y sont valides. Cette situation peut s'écrire à l'aide de symboles comme suit :

   D : $\{x \mid x \in \Re\}$

   I : $\{y \mid y \in \Re\}$

   Cela serait vrai pour toutes les fonctions linéaires sans restriction.

La notation d'intervalle

La notation d'intervalle décrit les restrictions sur le domaine et l'image à l'aide de différents symboles :

commence à la valeur mais ne l'inclut pas :	] *valeur*
continue jusqu'à la valeur mais ne l'inclut pas :	*valeur* [
commence à la valeur et l'inclut :	[*valeur*
continue jusqu'à la valeur et l'inclut :	*valeur*]

Il est important de connaître ces symboles, alors tu devrais les inscrire sur ta fiche-ressource.

Comme l'infini est un concept et non une valeur réelle qu'on peut inclure, la notation suivante sera toujours utilisée avec les symboles ∞ et -∞ :]-∞ et ∞[.

Sommaire des symboles

n'inclut pas : ◦ > <]*valeur valeur*[

inclut : • ≥ ≤ *valeur*] [*valeur*

Exemple 3

Retourne aux trois graphiques donnés à l'exemple 2 à la page 24 et écris le domaine et l'image à l'aide de la notation d'intervalle.

Solution :

a) D : [–4, 5[cela signifie que les valeurs valides de x incluent –4 et continuent dans la direction des positifs jusqu'à, mais sans inclure, 5.

I : [2] 2 est la seule valeur valide de y (l'image) dans cette fonction

Note : En général, la notation d'intervalle ne serait pas utilisée pour décrire une image n'ayant qu'une seule valeur. La notation d'ensemble ou une description (énoncé) serait plus appropriée.

b) D : [1, ∞[x peut avoir n'importe quelle valeur à commencer par 1 et en continuant jusqu'à l'infini.

I :]–∞, –2] y commence à l'infini négatif et augmente jusqu'à –2, –2 étant inclus.

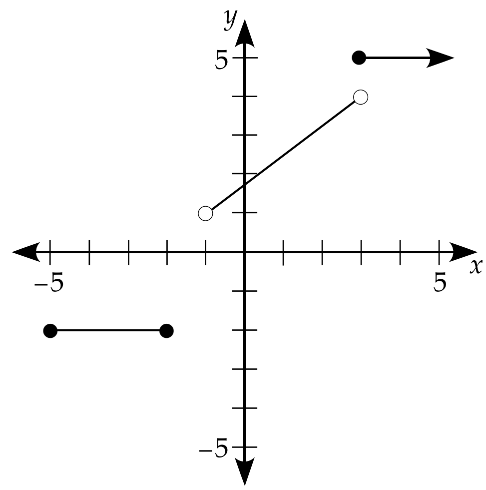
c) D :]–∞, ∞[Le domaine de cette fonction comprend l'infini négatif jusqu'à l'infini positif. Tout nombre réel est valide.

I :]–∞, ∞[L'image comprend tout nombre réel.

Les fonctions que tu as examinées dans les exemples de la page précédente correspondent à des relations linéaires. On aurait pu les décrire par une équation sous forme explicite ($y = mx + b$). Les fonctions ne se limitent pas aux équations linéaires. De fait, une fonction peut être composée de plusieurs équations différentes selon les données initiales en question. C'est ce qu'on appelle une fonction définie par morceaux. Les différentes parties sont exprimées par différentes équations.

Exemple 4

Indique le domaine et l'image de cette fonction définie par morceaux en notation d'ensemble et notation d'intervalle.



Solution :

Il y a 3 parties distinctes dans ce graphique. À partir de $-5 \leq x \leq -2$, y est égal à -2, alors qu'à $-1 < x < 3$, l'image (les valeurs de y) se situe entre 1 et 4.
Si $x \geq 3$, $y = 5$. Il n'y a pas de donnée initiale valide pour les valeurs de x plus petites que –5, ou entre –2 et –1, donc il n'y a pas de valeurs de y valides ici non plus. Remarque les cercles utilisés à $x = 3$. L'un est plein, ce qui signifie que 3 est inclus, et l'autre est vide, donc ce segment du graphique se rend jusqu'au point 3 mais sans l'inclure. Ce graphique représente encore une fonction parce qu'une droite verticale pourrait être superposée n'importe où, y compris à $x = 3$, et il n'y aurait encore qu'un seul point d'intersection avec le graphique.
Cette fonction peut être exprimée en notation d'ensemble comme suit :

$$D : \{x \mid -5 \leq x \leq -2 \cup x > -1, x \in \Re\}$$

Le symbole ∪ signifie l'union, c'est-à-dire que le premier ET le deuxième énoncés font partie du domaine.

$$I : \{y \mid y = -2 \cup 1 < y < 4 \cup y = 5, y \in \Re\}$$

En notation d'intervalle

$$D : [-5, -2] \cup]-1, \infty[$$

$$I : [-2] \cup]1, 4[\cup [5]$$

Note: Tel que discuté précédemment, la notation d'intervalle n'est habituellement pas utilisée lorsque l'on décrit une image n'ayant qu'une seule valeur.

Activité d’apprentissage 5.2

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l’aide du corrigé des activités d’apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. Résous $3 \times 7 = z - 4$
2. Complète la régularité suivante : 60, 75, ____, 105, ____
3. Quels sont les deux nombres dont le produit égale 32 et la somme, 18?
4. Rationnel ou irrationnel : $\sqrt{72}$?
5. Ta cousine a deux fois plus d’animaux en peluche que de poupées. Elle a la moitié de DVD de films qu’elle n’a d’animaux en peluche. Combien de poupées a-t-elle si elle possède 4 DVD?
6. Carrie garde ses chaussures dans leur boîte pour ne pas les abîmer. Dans son placard, elle a 5 piles de boîtes à chaussures et chaque pile compte 4 boîtes. Combien a-t-elle de paires de chaussures?
7. Tu as un bac à sable de 4 m^2. Convertis cette valeur en centimètres.
8. Exprime la fraction suivante sous forme de nombre décimal : $4\frac{3}{5}$.

Partie B – La notation du domaine et de l’image

N’oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n’as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Décris en mots le domaine et l’image de la situation suivante :

   Un seau de 4 L est rempli sous le robinet à un débit de 125 ml par seconde.

suite

Activité d'apprentissage 5.2 (suite)

2. Décris le domaine et l'image de la situation suivante en dressant la liste des données initiales et celle des résultats.

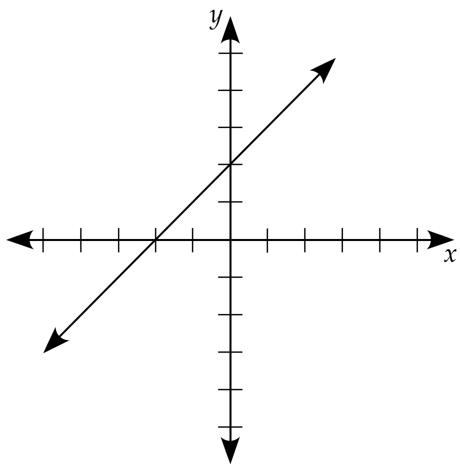
   Tu peux commander des pizzas en format petit (9 po), moyen (14 po) ou grand (20 po) et les couper en 6, 8 ou 12 morceaux respectivement.

3. Écris le domaine et l'image possibles pour la situation suivante, en notation d'ensemble. Explique ta réponse.

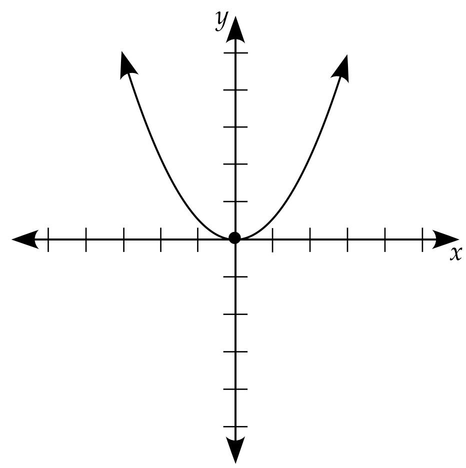
   Il y a 350 élèves dans ton école et il faut commander les annuaires à l'imprimerie.

4. Exprime le domaine et l'image des graphiques d'équations ci-dessous en utilisant la notation d'ensemble et d'intervalle.

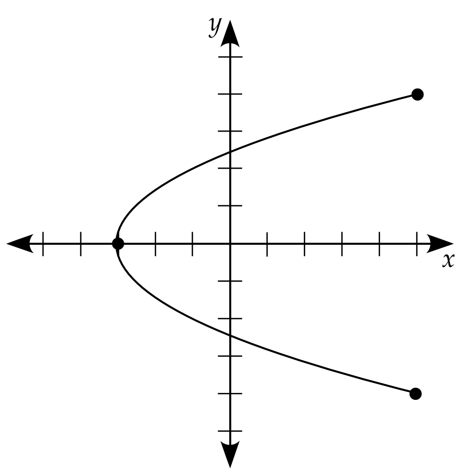
a)



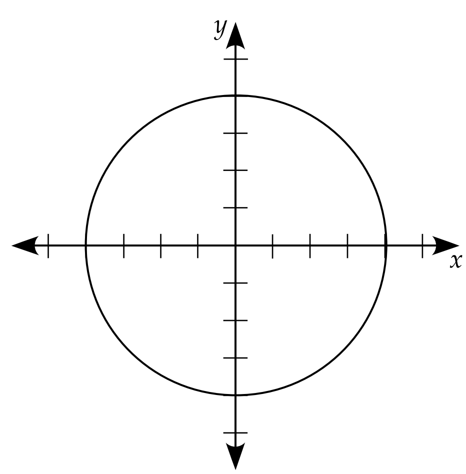
b)



c)

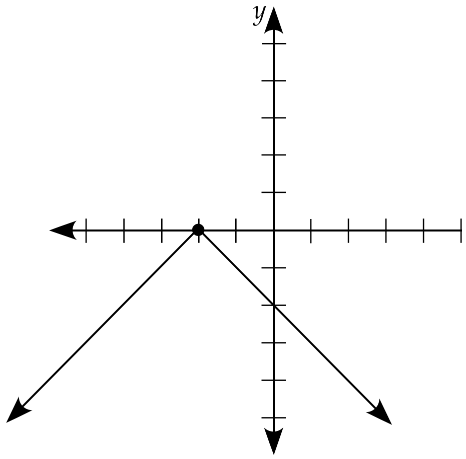


d)

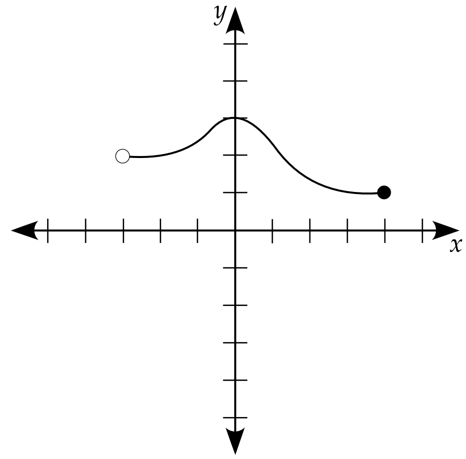


suite

e)



f)



Résumé de la leçon

Pouvoir communiquer de diverses façons est une compétence de vie essentielle. En mathématiques, il est important d'avoir confiance en sa capacité d'exprimer la même situation de différentes façons et de comprendre les différentes notations d'une même réalité. Dans cette leçon, tu as appris comment exprimer le domaine et l'image par des mots, des listes, la notation d'ensemble et la notation d'intervalle. La prochaine leçon décrit comment exprimer les équations de fonctions linéaires d'une nouvelle façon – par la notation fonctionnelle.

Devoir 5.2

Notation du domaine et de l’image

Total : 30 points

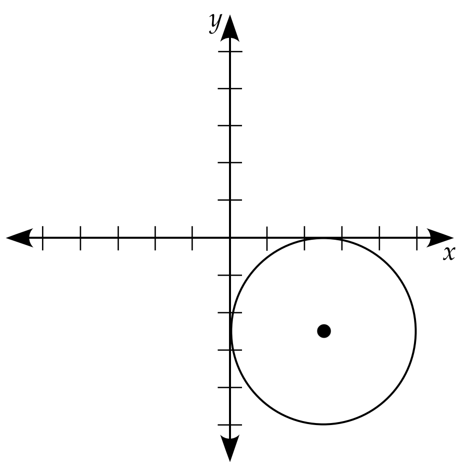
Note à l’élève : N’oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d’instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. L’étiquette de bonbons enrobés de chocolat indique que la boîte contient 147 grammes. En réalité, le poids peut varier entre 145 g et 150 g. Tu peux trouver entre 63 et 69 bonbons dans une boîte. Explique quelle variable représente le domaine et laquelle représente l’image et dresse les listes de valeurs. *(3 points)*

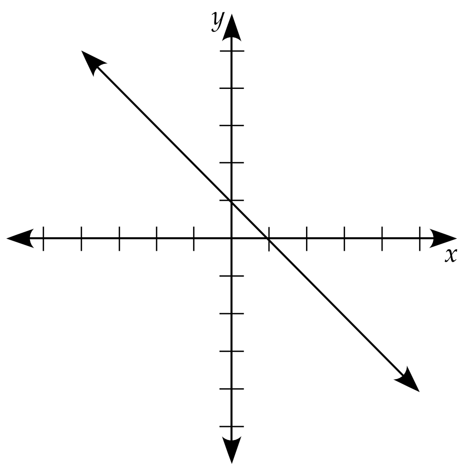
2. Utilise des mots pour décrire un domaine et une image plausibles du nombre de personnes travaillant à peindre une maison et le temps requis pour finir le travail. Explique ta réponse. *(3 points)*

3. Exprime le domaine et l'image des graphiques d'équations ci-dessous en notation d'ensemble et notation d'intervalle. *(4 points chaque* × *6 = 24 points)*

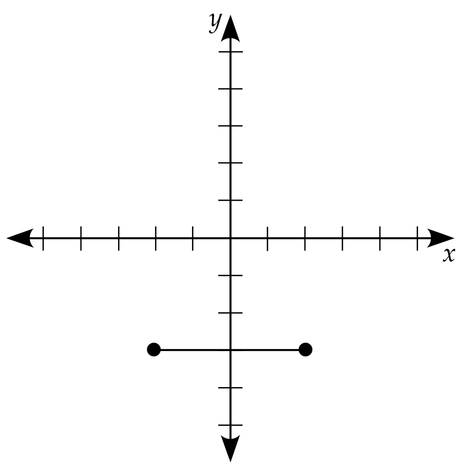
a)



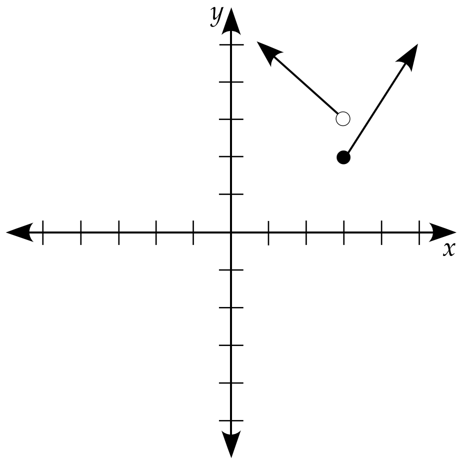
b)



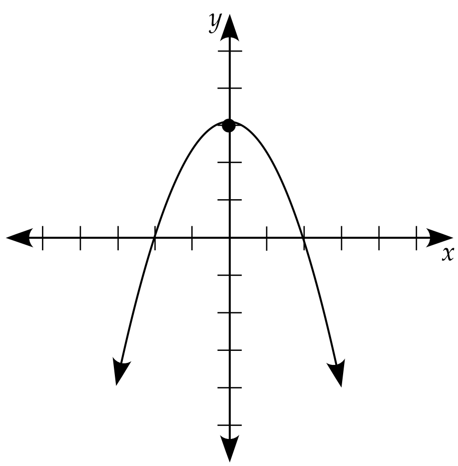
c)

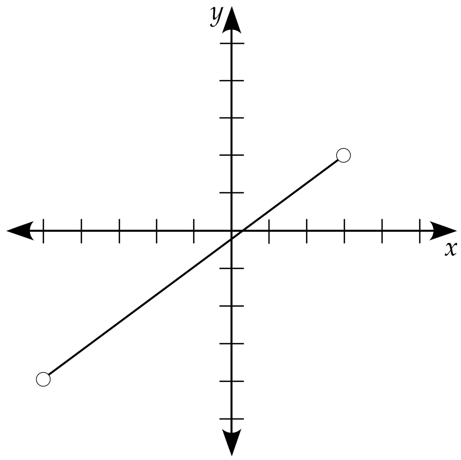


d)



e)



f) 

Notes

Leçon 3 – La représentation graphique de fonctions en notation fonctionnelle

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu verras comment

- ❑ exprimer l'équation d'une fonction linéaire en deux variables à l'aide de la notation fonctionnelle
- ❑ exprimer une fonction donnée en notation fonctionnelle sous forme d'équation d'une fonction linéaire
- ❑ déterminer la valeur de l'image à partir de la valeur du domaine pour une fonction linéaire
- ❑ déterminer la valeur du domaine à partir de la valeur de l'image d'une fonction linéaire
- ❑ tracer le graphique d'une fonction linéaire exprimée en notation fonctionnelle

Introduction

La notation fonctionnelle est simplement une autre façon d'exprimer une situation qu'on connaît déjà! Tu peux écrire et utiliser les équations linéaires sous leur forme explicite, soit $y = mx + b$, et sous forme la forme générale, $Ax + By + C = 0$. Écrire une équation linéaire en notation fonctionnelle, c'est comme écrire ton nom en lettres cursives (attachées) et en lettres moulées (ou caractères d'imprimerie). Les deux écritures disent la même chose, mais ont un aspect différent. De même, quand tu fais le graphique d'une équation linéaire comparativement à sa notation fonctionnelle, tu fais à peu près la même chose. La leçon 3 souligne des similarités dans la façon dont on exprime et représente graphiquement des équations linéaires en notation fonctionnelle.

La représentation graphique d'une relation

L'utilisation de règles pour exprimer la relation entre *x* et *y*

Les règles (énoncés) ou équations représentent un moyen de décrire le rapport entre les données initiales et les résultats d'une fonction.

Exemple 1

À partir des coordonnées suivantes, détermine la règle ou l'équation qui décrit comment les valeurs x et y sont reliées. Écris-la sous la forme $y = mx + b$.

(–2, –6) (–1, –5) (0, –4) (1, –3) (2, –2) (3, –1)

Solution :

Étape 1 : Réfléchis aux opérations que tu devrais faire sur x pour obtenir la valeur donnée de y. Dans ce cas, chaque résultat est 4 de moins que la donnée initiale.

Étape 2 : Écris la règle possible sous forme d'équation. Cette règle pourrait être la suivante : $y = x - 4$

Étape 3 : Vérifie cette règle en substituant certains points pour voir si l'énoncé est vrai.

(–1, –5)	
y	$x - 4$
–5	–1 – 4
–5 =	–5

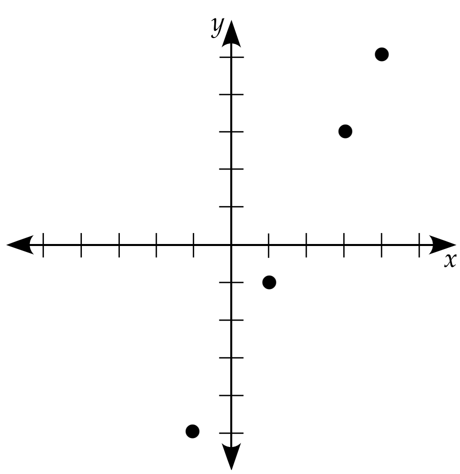
L'énoncé est vrai

(3, –1)	
y	$x - 4$
–1	3 – 4
–1 =	–1

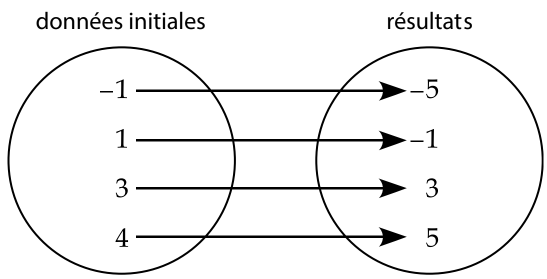
L'énoncé est vrai

Essaie un autre point :

On peut également déterminer des règles ou des équations à partir d'un tableau de valeurs, d'un graphique ou d'un diagramme sagittal donné.



Si tu trouves plus difficile de déterminer l'équation à partir d'un graphique, écris les coordonnées des points en te servant d'un tableau de valeurs ou d'un diagramme sagittal. Tu pourras mieux saisir la relation entre les données initiales et les résultats.



Essaie une variété d'opérations ou de combinaisons d'opérations pour déterminer la règle. Dans le cas présent, la fonction *f*, la règle $y = 2x - 3$ fonctionne car à chaque donnée initiale correspond un résultat.

L'utilisation de la notation fonctionnelle

Une autre façon d'indiquer que –1 correspond à –5 d'après la règle ou fonction *f* (donnée ci-dessus) est d'utiliser la notation fonctionnelle.

$$f(-1) = -5$$

Cela signifie que quand on substitue -1 comme donnée initiale dans la fonction *f*, le résultat sera -5.

De la même façon, $f(4) = 5$ signifie que si l'on substitue le nombre 4 à la place du x dans la règle *f*, la réponse sera 5. Donc la notation générale est $f(x) = y$.

Tu as fait ce genre de substitution et de résolution auparavant. La différence, c'est que tu utilises simplement une autre notation maintenant.

Cette notation ne sert que dans les relations qui sont aussi des fonctions.

Souvent, la relation donnée par une règle comme $y = 2x - 3$ s'écrit comme suit : $f(x) = 2x - 3$ pour indiquer que la relation est une fonction.

Exemple 2

Écris les relations suivantes en notation fonctionnelle. Utilise le nom de la lettre indiquée pour la fonction.

a) $y = 3x + 7$	identifie comme étant la fonction g
b) $y = -\frac{1}{2}x - 44$	identifie comme étant la fonction h
c) $a = -5b$	identifie comme étant la fonction k
d) $5x + 2y - 8 = 0$	identifie comme étant la fonction P

Solutions :

a) $g(x) = 3x + 7$	Cette relation se lit : « g de x égale trois fois x plus 7 ».
b) $h(x) = -\frac{1}{2}x - 44$	
c) $k(b) = -5b$	Comme b est la variable donnée dans la règle, cette fonction se lit ainsi : « k de b est égal à négatif cinq fois b »

d)
$$\begin{aligned} 5x + 2y - 8 &= 0 \\ -2y &= 5x - 8 \\ \frac{-2y}{-2} &= \frac{5x}{-2} - \frac{8}{-2} \\ y &= \frac{-5x}{2} + 4 \\ P(x) &= \frac{-5}{2}x + 4 \end{aligned}$$

D'abord, réécris l'équation sous la forme explicite ($y = mx + b$)

Trouve la valeur de y.

Ensuite, écris l'équation en notation fonctionnelle en remplaçant y par $P(x)$

Si on te dit que $t(x) = -6x + 3$ et $t(3) = -15$, cela signifie que 3 a été utilisé comme donnée initiale dans la fonction t, et le résultat obtenu est –15.

Cette relation peut être démontrée en montrant la substitution.

$t(x) = -6x + 3$

$t(3) = -6(3) + 3$

$t(3) = -18 + 3$

$t(3) = -15$

Les coordonnées (3, –15) appartiennent à la fonction t.

Exemple 3

Étant donné $g(x) = 3x + 7$, détermine la valeur de $g(1)$.

Solution :

$g(x) = 3x + 7$

$g(1) = 3(1) + 7$	Étape 1 : Utilise des parenthèses pour substituer les données initiales dans la fonction.
$g(1) = 3 + 7$	Étape 2 : Résous.
$g(1) = 10$	Étape 3 : La réponse est le résultat de la fonction.

(1, 10) sont les coordonnées d'un point de la fonction g.

Exemple 4

Utilise la notation fonctionnelle pour compléter le tableau de valeurs pour la fonction $M(n) = 5n + 2$.

n	$M(n)$
–4	
–2	
0	
	17
	32

Solutions :

$M(n) = 5n + 2$ $M(-4) = 5(-4) + 2$ $M(-4) = -20 + 2$ $M(-4) = -18$	$M(n) = 5n + 2$ $M(-2) = 5(-2) + 2$ $M(-2) = -10 + 2$ $M(-2) = -8$	$M(n) = 5n + 2$ $M(0) = 5(0) + 2$ $M(0) = 0 + 2$ $M(0) = 2$	$M(n) = 5n + 2$ $17 = 5n + 2$ $17 - 2 = 5n$ $15 = 5n$ $n = 3$	$M(n) = 5n + 2$ $32 = 5n + 2$ $32 - 2 = 5n$ $30 = 5n$ $n = 6$

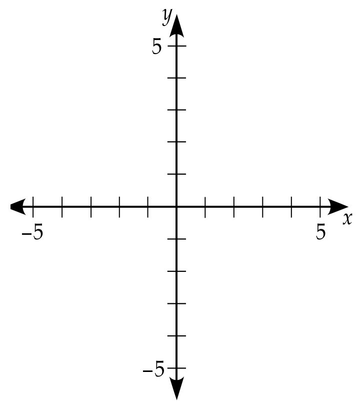
n	$M(n)$
–4	–18
–2	–8
0	2
3	17
6	32

La représentation graphique de fonctions linéaires

Dans le module 1, tu as représenté graphiquement des équations linéaires à l'aide des coordonnées des points, de la pente et/ou de coordonnées à l'origine de la droite, ainsi que droites parallèles ou perpendiculaires. Toutes ces compétences s'appliquent à la représentation de fonctions linéaires.

Exemple 5

Écris la fonction $Q(x) = \frac{-3}{2}x + 4$ sous forme d'une équation linéaire avec deux variables et trace la droite correspondante sur les axes ci-dessous. Indique la pente et les coordonnées à l'origine.



Solution :

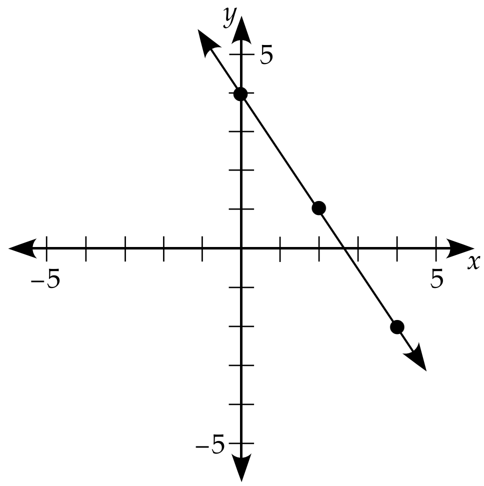
$$Q(x) = \frac{-3}{2}x + 4$$
$$y = \frac{-3}{2}x + 4$$

Pour tracer le graphique de l'équation linéaire, détermine la valeur de la pente, $\frac{-3}{2}$, et celle de l'ordonnée à l'origine, 4, d'après l'équation, puis utilise ces repères pour tracer d'autres points sur le graphique.

L'abscisse à l'origine se trouve à y = 0.

$$0 = \frac{-3}{2}x + 4$$
$$-4 = \frac{-3}{2}x$$
$$\frac{-8}{-3} = x$$

L'abscisse à l'origine se situe à $\frac{8}{3}$, soit à $2\frac{2}{3}$.



Exemple 6

Le graphique d'une fonction linéaire a une pente de $\frac{1}{2}$ et passe par le point (16, -21). Écris l'équation de cette droite en notation fonctionnelle. Trouve l'abscisse à l'origine et trace le graphique.

Solution :

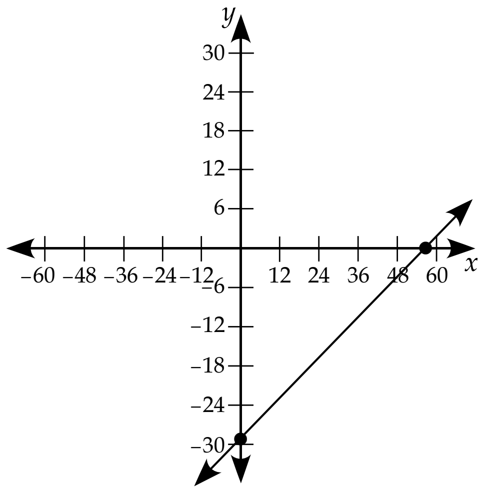
Une fonction linéaire peut s'écrire comme suit :

$f(x) = mx + b$ où $x = 16$, $f(x) = -21$ et $m = \frac{1}{2}$. Trouve la valeur de b.

$$
\begin{aligned}
-21 &= \frac{1}{2}(16) + b \\
-21 &= 8 + b \\
b &= -29 \\
f(x) &= \frac{1}{2}x - 29
\end{aligned}
$$

L'abscisse à l'origine correspond à $f(x) = 0$

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{2}x - 29 \\
29 &= \frac{1}{2}x \\
x &= 58
\end{aligned}
$$



Ajuste les échelles sur les axes afin de pouvoir intégrer les valeurs dont tu as besoin sur le graphique.

Activité d'apprentissage 5.3

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Écris l'équation $y = 3x + 5$ en utilisant la notation fonctionnelle.
2. Relation ou fonction : {(0,1), (1,2), (3,1), (4, 2)}?
3. Un prisme à base carrée a une base dont chaque côté mesure 5 cm et une hauteur de 8 cm. Quel est son volume?
4. Simplifie $5\left(x^6\right)^{\frac{-2}{3}}$.
5. Si 36 % de 500 égalent 180, quelle est la valeur de 18 % de 500?
6. Résous $\dfrac{6}{k} = 2$.
7. Quels sont les deux nombres dont le produit égale –72 et la somme, 1?
8. Quels sont les deux nombres dont le produit est –36 et la somme, 0?

suite

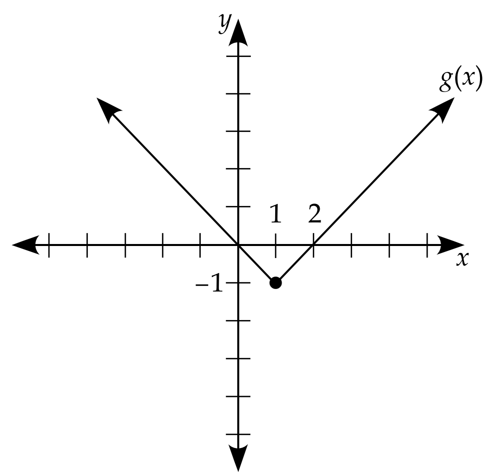
Activité d'apprentissage 5.3 (suite)

Partie B – La notation fonctionnelle

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Soit la fonction $f(x) = 4 - x$. Trouve :
   a) $f(1)$
   b) $f(2)$
   c) $f(4)$
   d) $f(-3)$

2. Le graphique de la fonction g est donnée ci-dessous. Trouve la valeur de :
   a) $g(0)$
   b) $g(1)$
   c) $g(2)$
   d) $g(3)$

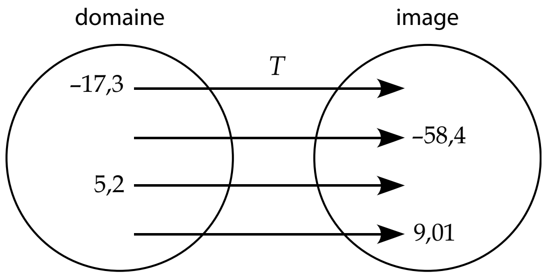


3. Soit la fonction $g = \{(2, 3), (5, -2), (7, 8), (-1, 4)\}$. Quelle est la valeur de :
   a) $g(2)$
   b) $g(5)$
   c) $g(-1)$

4. On peut calculer la valeur de l'abscisse à l'origine d'une équation linéaire lorsque $y = 0$ et celle de l'ordonnée à l'origine lorsque $x = 0$. Écris l'équation linéaire $-9x - y + 17 = 0$ en notation fonctionnelle et détermine les coordonnées à l'origine. Montre tes calculs en notation fonctionnelle.

suite

5. Complète le diagramme sagittal suivant pour la fonction $T(d) = 8{,}1d - 5{,}9$. Montre tes calculs en notation fonctionnelle. Écris tes réponses en nombres rationnels.



6. Trace un graphique de $T(x) = \frac{-5}{3}x + 2$. Indique la pente et les coordonnées à l'origine, ainsi que le domaine et l'image en notation d'intervalle.

7. Une promenade en gondole sur les canaux de Venise coûte 128 $/heure avant le coucher du soleil. Après le coucher du soleil, il faut ajouter 50 $ au montant total qu'on paierait à la lumière du jour. Écris deux équations linéaires en notation fonctionnelle pour exprimer :
   a) le coût d'une promenade en gondole à la lumière du jour;
   b) le coût de la même promenade après le coucher du soleil.

Résumé de la leçon

La notation fonctionnelle est une autre façon d'exprimer une relation, qui indique que l'équation représente une fonction. Tu peux utiliser cette notation pour montrer comment trouver les coordonnées à l'origine, ou quand tu substitues les valeurs des données initiales ou les résultats afin de déterminer le domaine ou l'image. La représentation graphique de fonctions utilise le même ensemble d'habiletés que la représentation graphique d'équations linéaires.

Devoir 5.3

Notation fonctionnelle

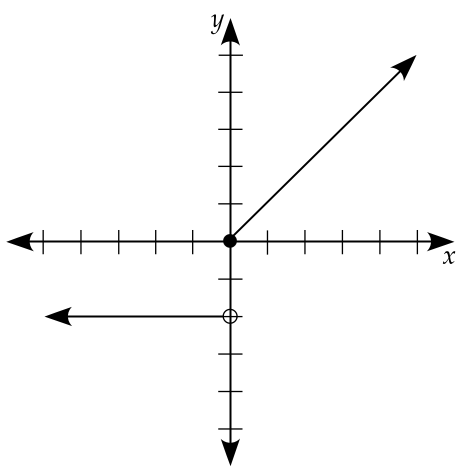
Total : 31 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Soit les 4 fonctions suivantes :

   $f(x) = 3x - 2$

   $g(x)$ représentée par le graphique

   $h(x) = \{(1, 2), (4, -1), (9, 10), (25, -2)\}$

   $k(x) = 8x$

   Trouve la valeur de :

   a) $f(-9) =$ *(1 point)*

   b) $g(-3) =$ *(1 point)*

c) $h(9) =$ *(1 point)*

d) $k(-22) =$ *(1 point)*

e) $f\left(\frac{1}{4}\right) =$ *(1 point)*

f) $g(0) =$ *(1 point)*

2. Écris l'équation linéaire $4x - 9y = -45$ en notation fonctionnelle et détermine les coordonnées à l'origine. Montre tes calculs en notation fonctionnelle. *(6 points)*

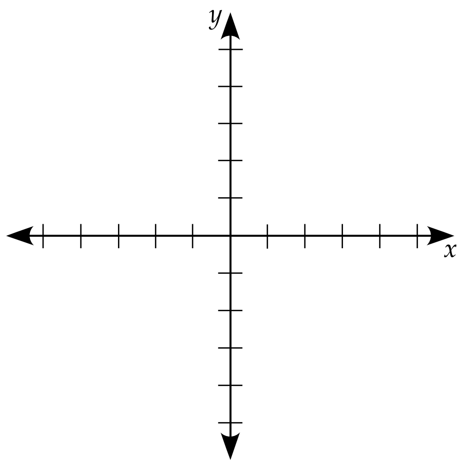
3. Écris la fonction suivante sous forme d'équation linéaire. *(1 point)*

$$B(x) = 5\,998x - 7\,563$$

4. Un élément de l'image de la fonction R(z) = 1 – 3z est 52. Trouve la donnée initiale associée à cette valeur. *(2 points)*

5. Trace le graphique de la fonction $Q(x) = -\frac{6}{5}x + 16$.

Indique les coordonnées ainsi que le domaine et l'image en utilisant la notation d'ensemble. *(6 points)*



7. Complète l'encadré **Semblable/Pas semblable** ci-dessous pour résumer ce que tu as appris sur les éléments qui sont communs aux relations et aux fonctions, et ceux qui sont différents. Nomme les caractéristiques des relations et des fonctions apprises dans ce module dans la section appropriée; inclus des diagrammes et un énoncé récapitulatif. *(10 points)*

<table>
<tr><th colspan="2">Encadré Semblable/Pas semblable</th></tr>
<tr><td>Comment est-ce que les relations et les fonctions sont SEMBLABLES?
(Fais une liste des caractéristiques qu'elles partagent ou des façons qu'elles peuvent être toutes les deux exprimées.)</td><td>Fais un dessin/une illustration.
(Illustre une façon que les relations et les fonctions sont semblables.)</td></tr>
<tr><td>Quelle est la différence entre les relations et les fonctions?
(Comment est-ce que les relations et les fonctions sont uniques?)</td><td>Fais un dessin/une illustration.
(Illustre comment les relations et les fonctions sont différentes.)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Résumé
(Écris une phrase qui explique le concept le plus important que tu as appris au sujet des relations et des fonctions.)</td></tr>
</table>

Notes

Sommaire du module 5

Félicitations, tu as terminé le cinquième module de ce cours!

Les fonctions et les relations partagent certaines caractéristiques communes, mais elles se différencient sous d'autres aspects. Dans le module 5, tu as appris pourquoi certaines relations sont des fonctions; tu sais aussi que toutes les fonctions sont des relations, et comment les différencier à partir de coordonnées, de graphiques, de diagrammes sagittaux ou de règles (énoncés). Tu as exprimé le domaine et l'image de fonctions et de relations par des mots (énoncé verbal), des listes de valeurs, et en utilisant la notation d'ensemble et la notation d'intervalle. Tu as exprimé des équations linéaires en notation fonctionnelle et inversement, et tu as utilisé la notation fonctionnelle pour trouver des valeurs dans le domaine et l'image de fonctions. En utilisant les compétences et les notions du module 1, tu as appliqué ce que tu sais sur la représentation graphique d'équations linéaires et tu as exprimé graphiquement des fonctions données en notation fonctionnelle.

Dans le prochain module, tu continueras à explorer et à expliquer les relations : la relation entre différentes représentations de la multiplication, et la relation entre la multiplication et la factorisation de polynômes. Comme dans le dernier module, les concepts et compétences appris dans les modules précédents de ce cours seront appliqués et approfondis dans le module 6 pour développer de nouvelles notions et habiletés.

Les devoirs ne sont pas à remettre immédiatement

Garde les devoirs que tu as faits dans le module 5; tu n'as pas à les envoyer à la Section de l'enseignement à distance pour le moment. Tu devras les envoyer en même temps que les devoirs du module 6 une fois que tu auras terminé le module 6.

Notes

Sommaire du module 5

Félicitations, tu as terminé le cinquième module de ce cours!

Les fonctions et les relations partagent certaines caractéristiques communes, mais elles se différencient sous d'autres aspects. Dans le module 5, tu as appris pourquoi certaines relations sont des fonctions; tu sais aussi que toutes les fonctions sont des relations, et comment les différencier à partir de coordonnées, de graphiques, de diagrammes sagittaux ou de règles (énoncés). Tu as exprimé le domaine et l'image de fonctions et de relations par des mots (énoncé verbal), des listes de valeurs, et en utilisant la notation d'ensemble et la notation d'intervalle. Tu as exprimé des équations linéaires en notation fonctionnelle et inversement, et tu as utilisé la notation fonctionnelle pour trouver des valeurs dans le domaine et l'image de fonctions. En utilisant les compétences et les notions du module 1, tu as appliqué ce que tu sais sur la représentation graphique d'équations linéaires et tu as exprimé graphiquement des fonctions données en notation fonctionnelle.

Dans le prochain module, tu continueras à explorer et à expliquer les relations : la relation entre différentes représentations de la multiplication, et la relation entre la multiplication et la factorisation de polynômes. Comme dans le dernier module, les concepts et compétences appris dans les modules précédents de ce cours seront appliqués et approfondis dans le module 6 pour développer de nouvelles notions et habiletés.

Les devoirs ne sont pas à remettre immédiatement

Garde les devoirs que tu as faits dans le module 5; tu n'as pas à les envoyer à la Section de l'enseignement à distance pour le moment. Tu devras les envoyer en même temps que les devoirs du module 6 une fois que tu auras terminé le module 6.

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 5
Les relations et les fonctions

Corrigé des activités d'apprentissage

Module 5
Les relations et les fonctions

Activité d'apprentissage 5.1

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Laquelle est la variable indépendante : la distance pour arriver à ta maison ou le temps que tu as marché?
2. Simplifie : $\left(4x^4\right)^{\frac{3}{2}}$.
3. La pente d'une droite égale -3. Quelle est la pente d'une droite parallèle à cette droite?
4. Ton frère suit des cours d'art dramatique le lundi soir et joue au football les mardis et jeudis. Tu as une partie de lacrosse les mercredis et jeudis, et c'est la soirée d'anniversaire de ton meilleur ami samedi. Tes parents font une sortie tous les vendredis soirs. Pourras-tu avoir un souper en famille cette semaine?
5. Résous $8 + b – 4 = 16$.
6. Tu veux faire un gâteau pour l'anniversaire de ta mère. Comme toute ta famille va venir, tu décides de faire une recette double. La recette originale demande une demi-cuillerée à thé de vanille. Combien de vanille dois-tu ajouter pour le double de la recette?
7. Kateri dactylographie 50 mots à la minute. S'il a fallu 30 minutes pour écrire sa composition en anglais et si elle a dactylographié pendant tout ce temps, combien de mots sa composition comprend-elle?
8. Quand tu avais 3 ans, ton frère avait le double de ton âge. De combien d'années est-il ton aîné (plus vieux que toi)?

Solutions :

1. Le temps que tu as marché.
2. $8x^6 \left(\left(4x^4\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt{4x^4}\right)^3 = \left(2x^2\right)^3 = 8x^6\right)$
3. –3
4. Oui, le dimanche
5. $b = 12$ ($b = 16 – 8 + 4$)
6. 1 cuillerée à thé $\left(\frac{1}{2} \times 2\right)$

7. 1 500 mots (50 × 30)
8. 3 ans (3 × 2 = 6; 6 – 3 = 3)

Partie B – Les relations et les fonctions

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Explique dans tes propres mots les termes suivants (d'après le sens qui leur est donné dans ce module).

   a) domaine

   b) relation

   Tu peux inclure ces définitions ainsi que celle d'image et de fonction sur ta fiche-ressource.

   Solutions :

   Tu peux répondre de différentes façons, mais tes définitions doivent indiquer que :

   a) Le domaine d'une relation comprend toutes les données initiales possibles. Il correspond à tous les points de départ ou valeurs de x des coordonnées (x, y).

   b) Une relation décrit comment deux variables (x, y) sont liées. Si deux quantités ont un rapport tel qu'une valeur donnée d'une quantité détermine la valeur de la deuxième quantité, le modèle mathématique en question s'appelle une relation.

2. Quelle est la règle que tu utilises pour déterminer si une relation (dans un diagramme sagittal ou un tableau de valeurs) représente une fonction?

   Solution:

   Un tableau de valeurs ou un diagramme sagittal représente une fonction si chacune des données initiales ne donne qu'un seul résultat possible. Il n'y aura qu'une seule flèche partant de chaque élément du domaine et le reliant à une seule valeur d'image possible.

3. Explique dans tes propres mots à quoi sert le test de la droite verticale et comment il faut procéder.

   Solution :

   Le test de la droite verticale sert à déterminer si le graphique d'une équation représente une fonction ou non. Si une droite verticale traverse le graphique en plus d'un point, ce graphique ne représente pas une fonction.

4. Détermine si les relations suivantes sont des fonctions. Justifie ta réponse.

   a) A = {(1, 2), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10)}

   Solution :

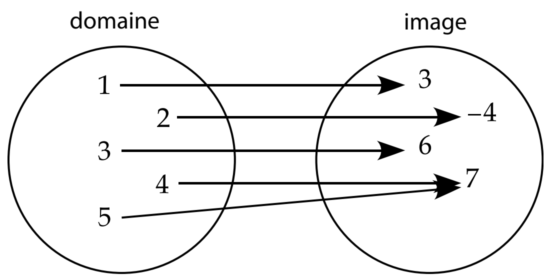
   Pas une fonction – la donnée initiale 1 peut donner des résultats multiples.

   b) $y = -x + 3$

   Solution :

   Fonction – l'équation est une fonction linéaire avec une pente de -1. Ce n'est pas une droite verticale.

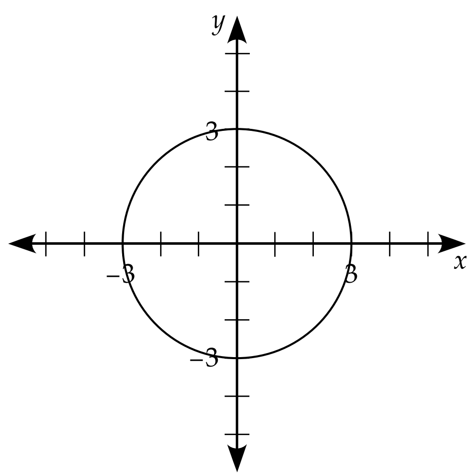
   c)



   Solution :

   Fonction – chaque élément du domaine donne exactement une valeur possible d'image.

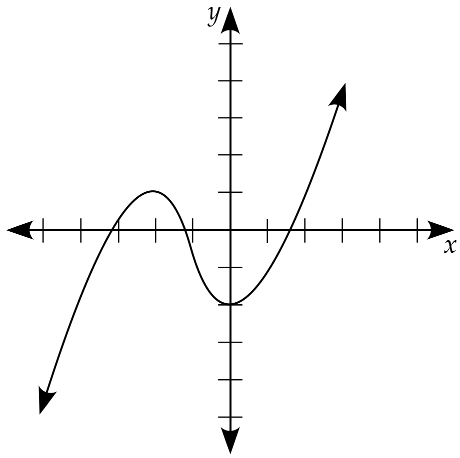
   d)



   Solution :

   Pas une fonction – une droite verticale tracée sur ce graphique passera par plus d'un point.

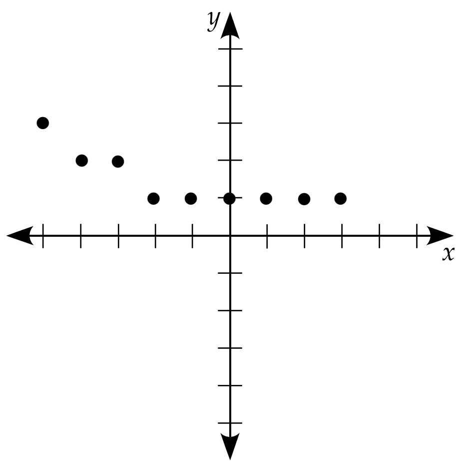
e)



Solution :

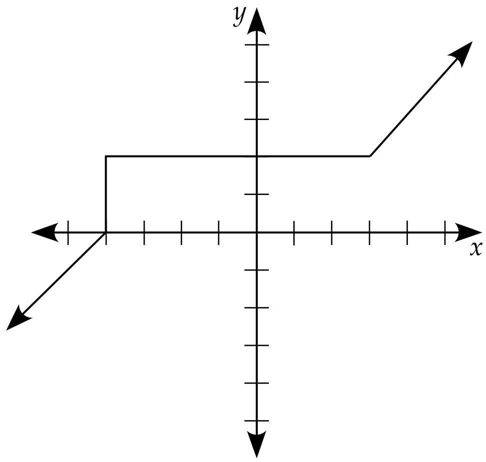
Fonction – une droite verticale tracée sur ce graphique ne passera que par un seul point.

f)



Solution :

Fonction - une droite verticale tracée sur ce graphique ne passera que par un seul point.

g) 

Solution :

Pas une fonction – une partie de ce graphique est verticale, donc il ne passerait pas le test de la droite verticale. Une droite verticale tracée à $x = -4$ passerait par plus d'un point du graphique.

5. Le professeur d'éducation physique appelle six élèves de la classe par leur prénom (Aiden, Brady, Chad, Chad, Devon, Everett) et leur attribue un numéro de 1 à 6.

   Si cette information était écrite sous forme de coordonnées (numéro, nom) est-ce que cela représenterait une fonction ou une simple relation? Pourquoi?

   Solution :

   Il se peut que deux ou plusieurs élèves de la classe aient le même prénom, mais chaque numéro ne serait utilisé qu'une seule fois. En présentant les numéros comme étant les données initiales et les prénoms comme résultats, ce diagramme représenterait une fonction car chaque donnée initiale ne correspondrait qu'à un seul résultat.

Activité d'apprentissage 5.2

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Résous $3 \times 7 = z - 4$.
2. Complète la régularité suivante : 60, 75, ___, 105, ___
3. Quels sont les deux nombres dont le produit égale 32 et la somme, 18?
4. Rationnel ou irrationnel $\sqrt{72}$.
5. Ta cousine a deux fois plus d'animaux en peluche que de poupées. Elle a la moitié de DVD de films qu'elle n'a d'animaux en peluche. Combien de poupées a t elle si elle possède 4 DVD?
6. Carrie garde ses chaussures dans leur boîte pour ne pas les abîmer. Dans son placard, elle a 5 piles de boîtes à chaussures et chaque pile compte 4 boîtes. Combien a-t-elle de paires de chaussures?
7. Tu as un bac à sable de 4 m^2. Convertis cette valeur en centimètres.
8. Exprime la fraction suivante sous forme de nombre décimal : $4\frac{3}{5}$.

Solutions :

1. $z = 25$ ($3 \times 7 = 21$; $z = 21 + 4$)
2. 90 et 120 (75 + 15 = 90; 105 + 15 = 120)
3. 16 et 2 (Les paires de facteurs de 32 sont (1, 32), (2, 16), (4, 8); 16 + 2 = 18)
4. Irrationnel
5. 4 poupées (Comme le nombre d'animaux en peluche qu'elle possède égale le double du nombre de poupées et de films (DVD) qui lui appartiennent, elle doit avoir le même nombre de poupées et de films)
6. 20 paires de chaussures (5 × 4)
7. 40 000 cm^2 (Il y a 100 cm dans 1 m, donc $(1m)^2 = 1\ m^2 = (100\ cm)^2 = 10\ 000\ cm^2$; $4 \times 10\ 000 = 40\ 000\ cm^2$)
8. 4,6 (4 reste à gauche de la virgule décimale parce que c'est un nombre entier, et $\frac{3}{5}$ égale 0,6)

Partie B – La notation du domaine et de l'image

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Décris en mots le domaine et l'image de la situation suivante :

   Un seau de 4 L est rempli sous le robinet à un débit de 125 ml par seconde.

   Solution :

   Il y a 1 000 ml dans un litre, donc 4 000 ml divisés par 125 ml/sec égalent 32 secondes. Le volume dépend du temps (nombre de secondes), donc le temps est la variable indépendante, x, et le volume est la valeur y. Le domaine (soit les données initiales valides pour x) de cette fonction serait compris entre 0 et 32 secondes. L'image serait de 0 à 4000 ml, ou de 0 à 4 L.

2. Décris le domaine et l'image de la situation suivante en dressant la liste des données initiales et celle des résultats.

   Tu peux commander des pizzas en format petit (9 po), moyen (14) ou grand (20 po) et les couper en 6, 8, ou 12 morceaux respectivement.

   Solution :

   D : {9, 14, 20}

   I : {6, 8, 12}

3. Écris le domaine et l'image possibles pour la situation suivante, en notation d'ensemble. Explique ta réponse.

   Il y a 350 élèves dans ton école et il faut commander les annuaires à l'imprimerie.

   Solution :

   Le nombre d'annuaires, y, commandés de l'imprimerie dépend du nombre d'élèves, x, de l'école. Il se peut que certains élèves n'achètent pas l'annuaire, et il est peu probable qu'un même élève achète plus d'un annuaire. Le domaine et l'image pourraient être les suivants :

   D: $\{x \mid x \leq 350, x \in N\}$

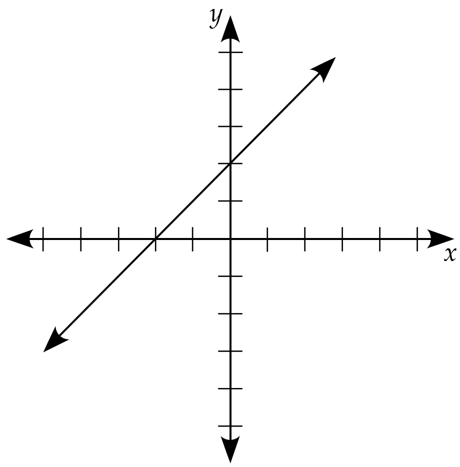
   R: $\{y \mid y \leq 350, y \in N\}$

   Les valeurs valides pour les données initiales et les résultats feraient partie de l'ensemble des nombres naturels, N, puisqu'on ne peut pas avoir une valeur négative ou une fraction pour le nombre de personnes ou d'annuaires.

4. Exprime le domaine et l'image des graphiques d'équations ci-dessous en utilisant la notation d'ensemble et d'intervalle.

Solutions:

a)



Notation d'ensemble :

D : $\{x \mid x \in \Re\}$

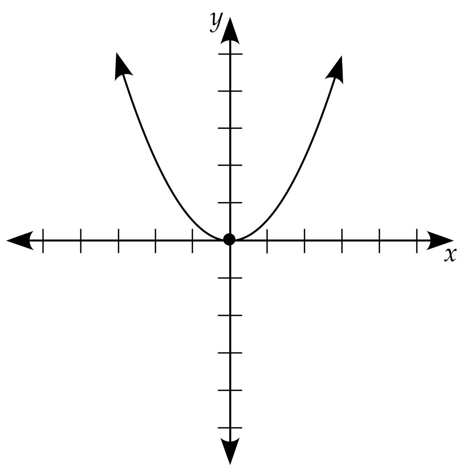
I : $\{y \mid y \in \Re\}$

Notation d'intervalle :

D : $]-\infty, \infty[$

I : $]-\infty, \infty[$

b)



Notation d'ensemble :

D : $\{x \mid x \in \Re\}$

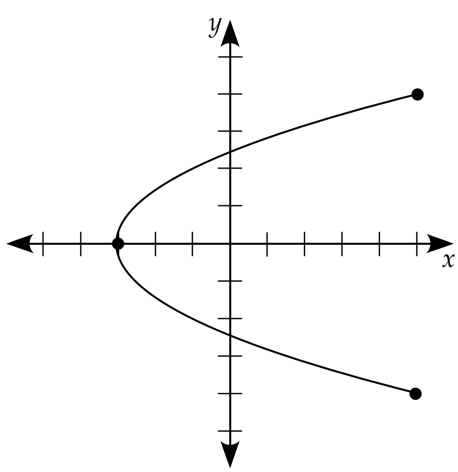
I : $\{y \mid y \geq 0, y \in \Re\}$

Notation d'intervalle :

D : $]-\infty, \infty[$

I : $[0, \infty[$

c)



Notation d'ensemble :

D : $\{x \mid -3 \leq x \leq 5, x \in \Re\}$

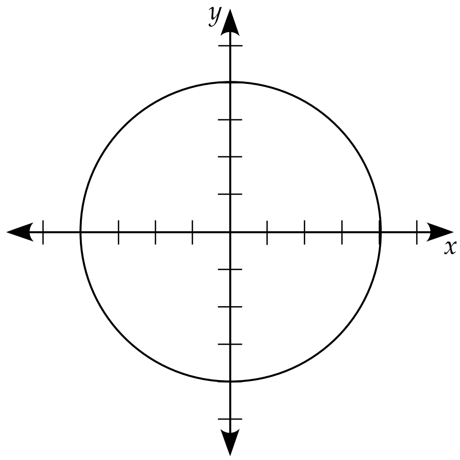
I : $\{y \mid -4 \leq y \leq 4, y \in \Re\}$

Notation d'intervalle :

D : $[-3, 5]$

I : $[-4, 4]$

d)



Notation d’ensemble :

D : $\{x \mid -4 \leq x \leq 4, x \in \Re\}$

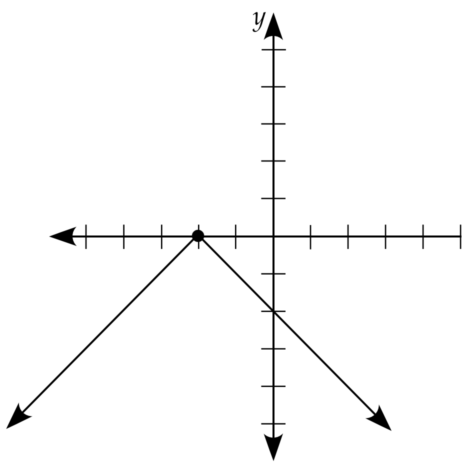
I : $\{y \mid -4 \leq y \leq 4, y \in \Re\}$

Notation d’intervalle :

D : $[-4, 4]$

I : $[-4, 4]$

e)



Notation d’ensemble :

D : $\{x \mid x \in \Re\}$

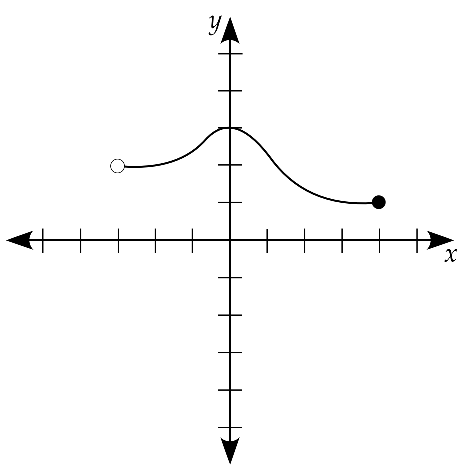
I : $\{y \mid y \leq 0, y \in \Re\}$

Notation d’intervalle:

D : $]-\infty, \infty[$

I : $]-\infty, 0]$

f)



Notation d’ensemble :

D : $\{x \mid -3 < x \leq 4, x \in \Re\}$

I : $\{y \mid 1 \leq y \leq 3, y \in \Re\}$

Notation d’intervalle :

D : $]-3, 4]$

I : $[1, 3]$

Activité d'apprentissage 5.3

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Écris l'équation $y = 3x + 5$ en utilisant la notation fonctionnelle.
2. Relation ou fonction : {(0,1), (1,2), (3,1), (4, 2)}?
3. Un prisme à base carrée a une base dont chaque côté mesure 5 cm et une hauteur de 8 cm. Quel est son volume?
4. Simplifie $5\left(x^6\right)^{\frac{-2}{3}}$.
5. Si 36 % de 500 égalent 180, quelle est la valeur de 18 % de 500?
6. Résous $\frac{6}{k} = 2$.
7. Quels sont les deux nombres dont le produit égale –72 et la somme, 1?
8. Quels sont les deux nombres dont le produit est –36 et la somme, 0?

Solutions :

1. $f(x) = 3x + 5$
2. fonction (Aucune valeur de x est répétée)
3. 200 cm^3 ($V_{(\text{prisme})} = Bh = (5^2) \times 8$)
4. $\frac{5}{x^4}$ $\left(5\left(x^6\right)^{\frac{-2}{3}} = \frac{5}{\sqrt[3]{\left(x^6\right)^2}}\right)$
5. 90 (36 % ÷ 2 = 18 % donc 180 ÷ 2 = 90)
6. $k = 3$
7. 9 et –8 (Les paires de facteurs de 72 sont (1, 72), (2, 36), (3, 24), (4, 18), (6, 12), (8, 9) et la paire ayant une différence de 1 est 8 et 9, donc les facteurs de -72 ayant une somme de 1 sont 9 et -8)
8. 6 et –6 (Les deux facteurs doivent être opposés l'un de l'autre; puisque $\sqrt{36} = \pm 6$, les facteurs sont 6 et –6)

Partie B – La notation fonctionnelle

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Soit la fonction $f(x) = 4 - x$. Trouve :

   a) $f(1)$

   b) $f(2)$

   c) $f(4)$

   d) $f(-3)$

   Solutions :

   a) $f(1) = 4 - (1) = 3$

   b) $f(2) = 4 - (2) = 2$

   c) $f(4) = 4 - (4) = 0$

   d) $f(-3) = 4 - (-3) = 7$

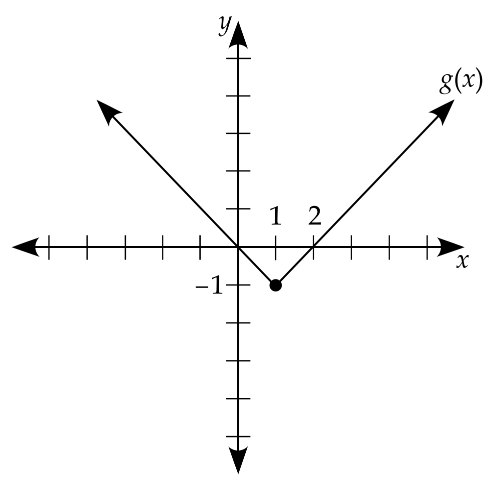
2. Le graphique de la fonction g est donné ci-dessous. Trouve la valeur de :

   a) $g(0)$

   b) $g(1)$

   c) $g(2)$

   d) $g(3)$



   Solutions :

   a) au point où $x = 0$, $y = 0$. Le graphique passe par l'origine. $g(0) = 0$

   b) $g(1) = -1$

   c) $g(2) = 0$

   d) $g(3) = 1$

3. Soit la fonction g = {(2, 3), (5, –2), (7, 8), (–1, 4)}. Quelle est la valeur de :

   a) $g(2)$

   b) $g(5)$

   c) $g(-1)$

   Solutions :

   a) $g(2) = 3$

   b) $g(5) = -2$

   c) $g(-1) = 4$

4. On peut calculer la valeur de l'abscisse à l'origine d'une équation linéaire lorsque $y = 0$ et celle de l'ordonnée à l'origine lorsque $x = 0$. Écris l'équation linéaire $-9x - y + 17 = 0$ en notation fonctionnelle et détermine les coordonnées à l'origine. Montre tes calculs en notation fonctionnelle.

   Solution :

   L'équation linéaire en notation fonctionnelle :

$$\begin{aligned} -9x - y + 17 &= 0 \\ -9x + 17 &= y \\ f(x) &= -9x + 17 \end{aligned}$$

   Tu trouves l'ordonnée à l'origine lorsque $x = 0$.

$$\begin{aligned} f(0) &= -9(0) + 17 \\ f(0) &= 17 \end{aligned}$$

   L'ordonnée à l'origine est à 17.

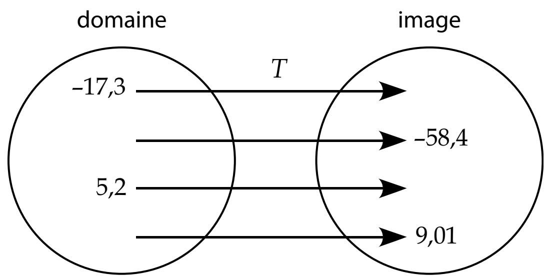
   Tu trouves l'abscisse à l'origine lorsque $y = 0$.

$$\begin{aligned} f(x) &= -9x + 17 \\ 0 &= -9x + 17 \\ -17 &= -9x \\ x &= \frac{17}{9} \end{aligned}$$

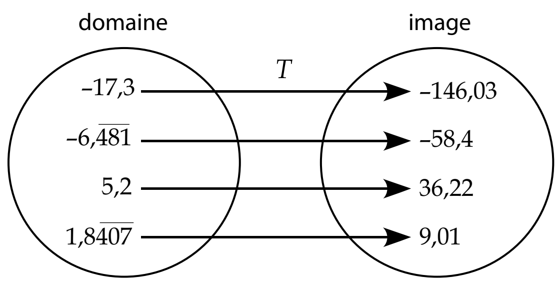
   L'abscisse à l'origine est à $\frac{17}{9}$.

   Tu peux tracer le graphique de cette fonction sur une calculatrice graphique pour vérifier tes réponses.

5. Complète le diagramme sagittal suivant pour la fonction $T(d)$ = 8,1 d – 5,9. Montre tes calculs en notation fonctionnelle. Écris tes réponses en nombres rationnels.



Solution :



$$T(d) = 8{,}1d - 5{,}9$$
$$T(-17{,}3) = 8{,}1(-17{,}3) - 5{,}9$$
$$T(-17{,}3) = -146{,}03$$

(on peut écrire le nombre décimal ainsi : $-146\frac{3}{100}$)

$$T(d) = 8{,}1d - 5{,}9$$
$$-58{,}4 = 8{,}1d - 5{,}9$$
$$-58{,}4 + 5{,}9 = 8{,}1d$$
$$-52{,}5 = 8{,}1d$$
$$d = -6{,}481\ 481\ 481\ldots$$

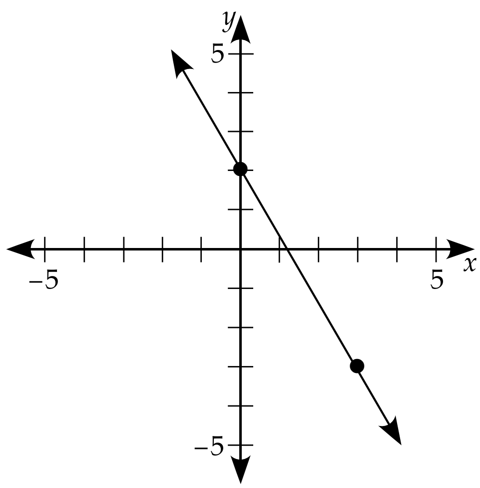
(répétition des décimales)

$$T(d) = 8{,}1d - 5{,}9$$
$$T(5{,}2) = 8{,}1(5{,}2) - 5{,}9$$
$$T(5{,}2) = 36{,}22$$

$$T(d) = 8{,}1d - 5{,}9$$
$$9{,}01 = 8{,}1d - 5{,}9$$
$$9{,}01 + 5{,}9 = 8{,}1d$$
$$14{,}91 = 8{,}1d$$
$$d = 1{,}840\ 740\ 740\ 7\ldots$$

6. Trace un graphique de $T(x) = \frac{-5}{3}x + 2$. Indique la pente et les coordonnées à l'origine, ainsi que le domaine et l'image en notation d'intervalle.

Solution :



$$\text{pente} = \frac{-5}{3}$$

l'ordonnée à l'origine est à 2

Tu trouves l'abscisse à l'origine lorsque $T(x) = 0$

$$0 = \frac{-5}{3}x + 2$$
$$-2 = \frac{-5}{3}x$$
$$\frac{-6}{-5} = x$$

L'abscisse à l'origine est à $\frac{6}{5} = 1{,}2$.

D :]–∞, ∞[

I :]–∞, ∞[

7. Une promenade en gondole sur les canaux de Venise coûte 128 $/heure avant le coucher du soleil. Après le coucher du soleil, il faut ajouter 50 $ au montant total qu'on paierait à la lumière du jour. Écris deux équations linéaires en notation fonctionnelle pour exprimer :

   a) le coût d'une promenade en gondole à la lumière du jour;

   b) le coût de la même promenade après le coucher du soleil.

   Solutions :

   a) Coût le jour : $C(h) = 128h$

   b) Après le coucher du soleil : $C(h) = 128h + 50$

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^{e} année (20S)

Examen de préparation de mi-session
Corrigé

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^{e} année (20S)

Examen de préparation de mi-session
Corrigé

Nom : ____

Numéro d'étudiant : ___________________________

Fréquente l'école ❑ Ne fréquente pas l'école ❑

Téléphone : ___________________________________

Adresse : _____________________________________

____

____

Réservé à l'usage du correcteur

Date : __________________________________

Note finale : ________ /100 = _________ %

Commentaires :

Instructions

L'examen de mi-session sera pondéré de la manière suivante :

Modules 1 à 4	100 %

Le format de l'examen sera le suivant :

Partie A : Choix multiple	20 points
Partie B : Définitions	10 points
Partie C : Graphiques et relations	27 points
Partie D : Le sens du nombre	7 points
Partie E : Mesure	26 points
Partie F : Trigonométrie	10 points

Durée de l'examen : 2,5 heures

Remarque : Pour l'examen, tu peux amener une calculatrice scientifique et ta fiche-ressource d'examen. Tu dois cependant remettre ta fiche ressource en même temps que l'examen. Tu auras besoin d'une règle métrique et d'une règle impériale. Au besoin, tu peux utiliser la photocopie d'une règle métrique et impériale disponible à la fin de cet examen.

Partie A : Choix multiple (*20 x 1 = 20 points*)

Encercle la lettre correspondant à la meilleure réponse.

1. Sur un graphique, la variable indépendante :
   a) est tracée sur l'axe des y
   b) est tracée sur l'axe vertical
   c) est tracée sur l'axe horizontal
   d) est affectée par des changements dans l'autre variable (Module 1, Leçon 1)

   La variable indépendante est toujours placée sur l'axe des abscisses (axe des x) ou l'axe horizontal.

2. Un exemple de données continues serait :
   a) le nombre de paires de chaussures que tu possèdes
   b) le temps qu'il faut pour faire une course
   c) le nombre de pages dans un manuel
   d) le nombre de pizzas que tu commandes pour un souper d'anniversaire
   (Module 1, Leçon 1)

   Le temps est continu parce que tu peux calculer des fractions de minutes ou de secondes. Les autres choix sont tous des exemples d'items qui ne peuvent pas être divisés en parties plus petites.

3. Calcule la pente de la droite qui passe par les points (2, 5) et (4, 8).
   a) $\frac{-2}{3}$
   b) $\frac{3}{2}$
   c) $\frac{2}{3}$
   d) $\frac{-3}{2}$

   La pente est $\frac{\text{élévation}}{\text{course}}$ ou $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

   $$m = \frac{8-5}{4-2}$$

   $$m = \frac{3}{2}$$

   (Module 1, Leçon 3)

4. La pente d'une droite verticale est :
   a) $m = -1$
   b) $m = 0$
   c) $m = 1$
   d) indéfinie (Module 1, Leçon 3)

   Une droite verticale s'élève mais ne se déplace ni vers la droite ni vers la gauche; sa pente serait alors $\frac{\text{élévation}}{0}$, et puisqu'on ne peut pas diviser par zéro, la pente est indéfinie.

5. Dans l'équation d'une droite $y = \frac{2}{3}x - 5$, le point d'intersection avec l'axe des y est égal à :

a) $2x$

b) 5

c) $\frac{2}{3}$

d) -5

(Module 1, Leçon 3)

L'équation d'une droite peut s'écrire $y = mx + b$ où b est l'ordonnée à l'origine. Donc dans cette question $b = -5$.

6. Un exemple de nombre composé est :

a) 11

b) 23

c) 37

d) 51 (Module 2, Leçon 1)

Un nombre composé est un nombre qui possède plusieurs facteurs. 11, 23 et 37 sont tous des nombres premiers parce qu'ils ont comme seuls facteurs 1 et eux-mêmes. Les facteurs de 51 sont 1, 3, 17 et 51.

7. Le plus grand commun diviseur de 12 et 16 est :

a) 2

b) 4

c) 48

d) 192 (Module 2, Leçon 1)

Les facteurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12; les facteurs de 16 sont 1, 2, 4, 8 et 16. Le plus grand nombre dans chacune de deux séries de facteurs est 4.

8. Une solution possible de $\sqrt{16}$ est :

a) 2

b) 8

c) -4

d) aucune de ces réponses (Module 2, Leçon 2)

$\sqrt{16} = -4$ parce que $(-4)(-4)$ or $(-4)^2 = 16$.

9. La meilleure façon de décrire $-\frac{5}{7}$ serait un :

a) nombre entier
b) entier relatif
c) nombre rationnel
d) nombre irrationnel (Module 2, Leçon 3)

Le nombre $-\frac{5}{7}$ est un nombre rationnel parce qu'il est représenté par une fraction; le nombre décimal équivalent aurait une partie décimale qui se répéterait.

10. Trouve le produit de $(2m^2n^3)(3mn^4)$.

a) $6m^3n^7$
b) $5m^2n^{12}$
c) $6m^2n^{12}$
d) $5m^3n^7$ (Module 2, Leçon 4)

$(2m^2n^3)(3mn^4) = (2 \cdot 3)(m^2m)(n^3)(n^4) = 6m^3n^7$; tu multiplies les coefficients et en utilisant la loi du produit de puissances, tu additionnes les exposants.

11. Simplifie $(59x^2y)^0$.

a) –1
b) 0
c) 1
d) $59x^2y$ (Module 2, Leçon 5)

N'importe quel nombre ou expression élevé à une puissance de 0 équivaut à une valeur de 1.

12. $9^{\frac{1}{2}}$ est équivalent à :

a) $\sqrt{9}$

b) $\dfrac{1}{9^2}$

c) $4,5$

d) -3

(Module 2, Leçon 5)

$9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9}$. Un nombre écrit sous cette forme a toujours une racine positive; la réponse est donc 3. Pour avoir une réponse de –3, la question devrait être $-9^{\frac{1}{2}}$, ce qui donnerait $-\sqrt{9}$ ou -3. Des exposants fractionnaires représentent des radicaux.

13. $\left(\dfrac{x}{y}\right)^{-3}$ est équivalent à :

a) $\dfrac{y^3}{x^3}$

b) $-\left(\dfrac{x}{y}\right)^3$

c) $-\left(\dfrac{y}{x}\right)^3$

d) $\left(\dfrac{1}{xy^3}\right)$

(Module 2, Leçon 5)

$\left(\dfrac{x}{y}\right)^{-3} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{x}{y}\right)^3} = \dfrac{1}{\dfrac{x^3}{y^3}}$ qui pourrait être simplifié en $\dfrac{y^3}{x^3}$.

14. Le meilleur choix d'unité pour mesurer la distance entre ta ville et Toronto serait :

a) mètres

b) verges

c) milles

d) décalitres (Module 3, Leçon 1)

Les mètres et les verges ne sont pas appropriés car la distance à mesurer est trop longue. Les décalitres ne sont pas une mesure de distance, mais de capacité.

15. L'aire de surface d'une sphère dont le rayon égale 5 pouces est d'environ :

a) 63 po^2

b) 314 po^2

c) 524 po^2

d) 3 948 po^2 (Module 3, Leçon 6)

La formule pour la surface d'une sphère est $A = 4\pi r^2$. En substituant r par 5, on obtient $A = 4\pi(25)$ ou 100π ou approximativement 314 pouces carrés.

16. Si un cône a un volume de 100 unités cubes, un cylindre ayant la même hauteur et le même rayon aurait un volume de combien d'unités cubes?

a) 10

b) 33

c) 300

d) 1 000 (Module 3, Leçon 6)

Un cylindre aura trois fois le volume d'un cône qui a la même hauteur et le même rayon. Tu peux calculer le volume d'un cylindre en utilisant la formule $V = \pi r^2 h$ et le volume d'un cône avec $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. Donc en multipliant 100 par 3, on obtient 300.

17. Si les deux cathètes d'un triangle rectangle mesurent 5 cm et 12 cm, la longueur de l'hypoténuse est de :

a) 11 cm

b) 13 cm

c) 17 cm

d) 169 cm (Module 4, Leçon 1)

Si tu utilises le théorème de Pythagore, tu obtiens $5^2 + 12^2 = h^2$ ou $25 + 144 = h^2$ ou $169 = h^2$.
$h = \sqrt{169}$ ou 13.

Tu devrais reconnaitre ceci comme étant un triplet pythagoricien (5, 12, 13).

18. Le rapport sinus est calculé d'après les longueurs de quels côtés d'un triangle rectangle?

a) $\dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$

b) $\dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

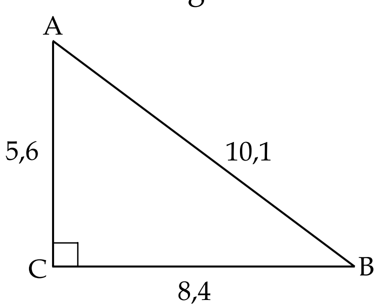
c) $\dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$

d) $\dfrac{\text{adjacent}}{\text{opposé}}$

(Module 4, Leçon 2)

La définition de sinus est le rapport du côté opposé à l'hypoténuse.

19. Dans le triangle ABC suivant, à quoi égale sin A?



a) $\dfrac{5,6}{10,1}$

b) $\dfrac{8,4}{5,6}$

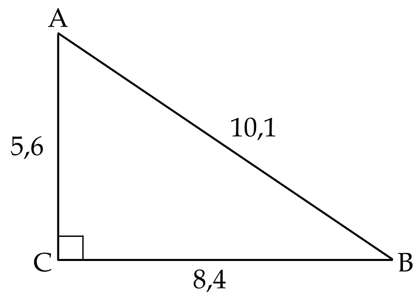
c) $\dfrac{5,6}{8,4}$

d) $\dfrac{8,4}{10,1}$

(Module 4, Leçon 2)

Puisque $\sin A = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$ et comme 8,4 est la longueur du côté opposé à l'angle A alors que 10,1 est la longueur de l'hypoténuse, $\sin A = \dfrac{8,4}{10,1}$.

20. Soit le triangle ABC, la mesure de l'angle A est :



a) 37°

b) 34°

c) 90°

d) 56° (Module 4, Leçon 3)

En utilisant $\sin A = \frac{8,4}{10,1}$ et le rapport inverse du sinus sur ta calculatrice (assure-toi que le mode soit en degrés), tu trouveras que l'angle mesure 56°.

Partie B : Définitions (*10 x 1 = 10 points*)

Associe chaque définition avec le terme correspondant dans la liste ci-dessous. Écris le terme approprié sur la ligne en dessous de chaque définition. Les termes ne sont utilisés qu'une seule fois. Ce ne sont pas tous les termes de la liste qui ont leur définition correspondante fournie.

Termes

aire latérale
aire totale
angle de dépression
angle d'élévation
angles alternes
carré parfait
coordonnées
cône
cosinus
côté adjacent
côté opposé
cube parfait
cylindre
domaine
rapport trigonométrique inverse
graphique
hypoténuse
image
irrationnel
nombre entier
nombre irrationnel
nombre naturel
nombre rationnel
pente
plus grand facteur commun
plus petit commun multiple
prisme
pyramide
racine carrée
racine cubique
référent
semblable
SI
sinus
sphère
système impérial
tangente
triangles semblables
volume

2. Représentation visuelle utilisée pour montrer une relation numérique. ***graphique*** (Module 1, Leçon 1)

2. La variation verticale d'une droite pour un certain déplacement horizontal. ***pente*** (Module 1, Leçon 3)

3. Nombre obtenu quand un entier est multiplié par lui-même trois fois. ***cube parfait*** (Module 2, Leçon 2)

4. Nombre plus grand ou égal à zéro. ***nombre naturel*** (Module 2, Leçon 3)

5. Système de mesure à structure décimale, qui utilise des préfixes. ***SI*** (Module 3, Leçon 1)

6. Objet 3D ayant deux bases parallèles congruentes (superposables) et des parallélogrammes joignant les bases. ***prisme*** (Module 3, Leçon 4)

7. Objet 3D dans lequel tous les points sont équidistants du centre. ***sphère*** (Module 3, Leçon 6)

8. Côté situé directement en face de l'angle spécifié dans un triangle. ***côté opposé*** (Module 4, Leçon 1)

9. Rapport entre le côté opposé et l'hypoténuse dans un triangle rectangle. ***sinus*** (Module 4, Leçon 2)

10. Angles congruents situés de part et d'autre d'une sécante qui coupe des droites parallèles en diagonale. ***angles alternes*** (Module 4, Leçon 4)

Partie C : Graphiques et relations (*27 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes et à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Soit l'équation linéaire $y = \frac{4}{3}x - 9$

   a) Indique la valeur de l'ordonnée à l'origine. *(1 point)*

   Solution :

   $b = -9$

   b) Indique la pente de la droite. *(1 point)*

   Solution :

   $m = \frac{4}{3}$

   c) Explique comment tu tracerais le graphique de la droite. *(2 points)*

   Solution :

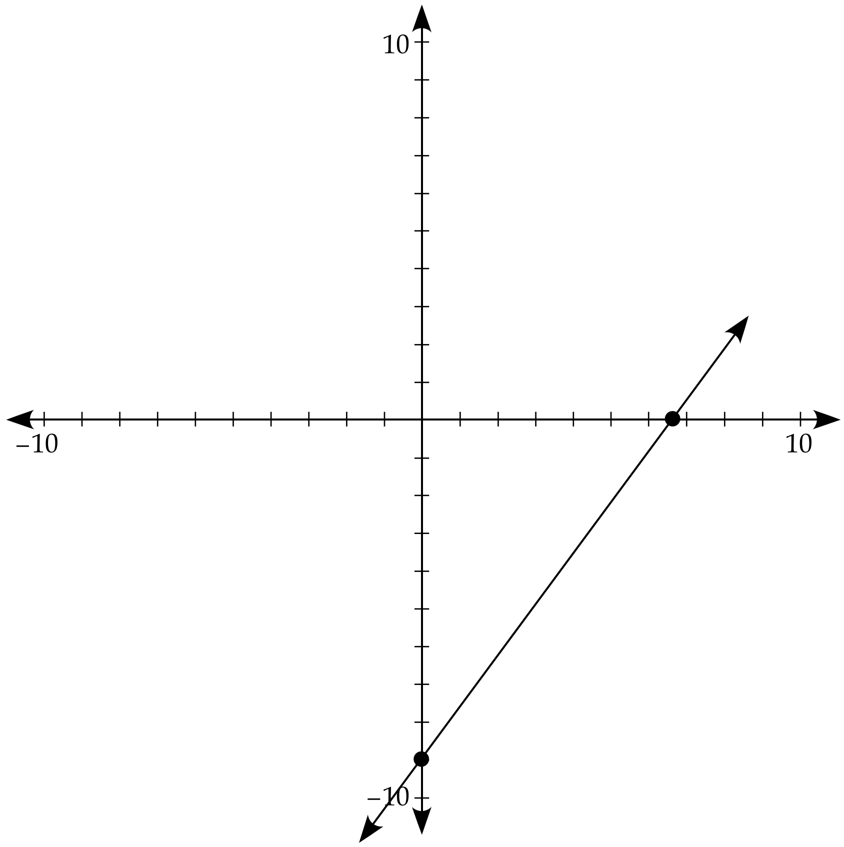
   Les réponses peuvent varier. Pour deux points, tu dois expliquer où tu placerais l'ordonnée à l'origine et comment tu utiliserais la pente pour placer un deuxième point en utilisant l'ordonnée à l'origine.

   Voici une réponse possible :

   Je placerais un point sur l'axe des y puisque l'ordonnée à l'origine est –9. À partir de ce point, je compterais 4 unités vers le haut et 3 unités vers la droite pour obtenir le point (3, –5). Je pourrais aussi me déplacer de 4 unités vers le bas et 3 unités vers la gauche pour placer le point (–3, –13). Ensuite, je tracerais une droite rejoignant les points.

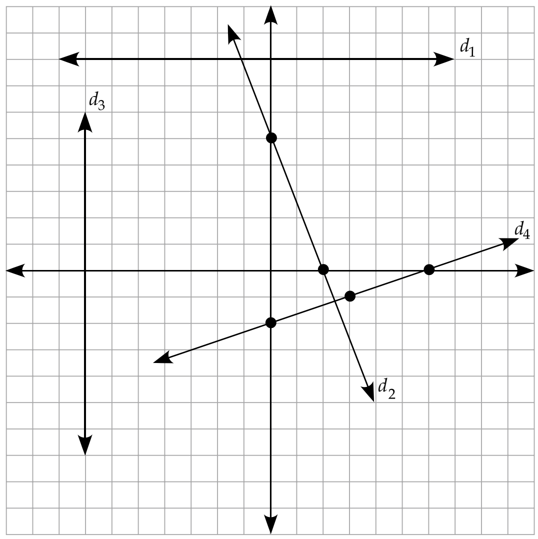
d) Trace un graphique de la droite. *(1 point)*

Solution :



(Module 1, Leçon 5)

2. Indique la pente de chacune des droites suivantes. *(4 points)*



Solutions :

$m_{d_1} = 0$

$m_{d_2} = \dfrac{-5}{2}$

$m_{d_3} = \text{indéfinie}$

$m_{d_4} = \dfrac{1}{3}$

(Module 1, Leçon 4)

3. Soit l'équation $y = \dfrac{1}{3}x - 5,$ indique l'équation d'une droite différente qui serait parallèle à la droite donnée, et explique comment tu sais qu'elle est parallèle. *(2 points)*

Solution :

$y = \dfrac{1}{3}x - 4$

Les réponses peuvent varier. Toute équation d'une droite de même pente mais avec une ordonnée à l'origine différente est acceptable. Les élèves doivent indiquer que leur droite est parallèle parce qu'elle a la même pente que la droite donnée.

(Module 1, Leçon 4)

4. La droite AB passe par A (–5, 21) et B (*x*, –6). Utilise la formule de la pente pour trouver la valeur de *x* si la pente de la droite AB est *m* = –3. *(4 points)*

Solution :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$-3 = \frac{-6-21}{x-(-5)}$$

$$(x+5)(-3) = -27$$

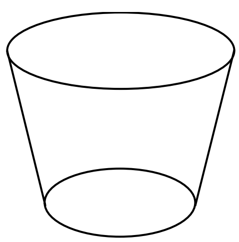
$$-3x - 15 = -27$$

$$-3x = -12$$

$$x = 4$$

(Module 1, Leçon 5)

5. Dans le contenant ci-dessous, on verse de l'eau à un débit constant. Le temps (*t*) et la hauteur (*h*) du niveau d'eau sont représentés par un graphique.



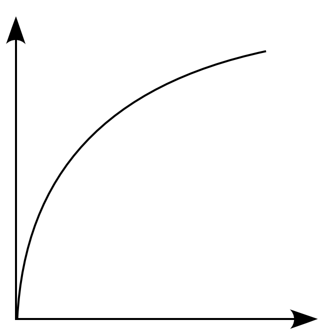
a) Indique quelle est la variable indépendante et la variable dépendante dans cette situation. *(1 point)*

indépendante *Solution :* temps

dépendante *Solution :* hauteur

b) Trace un graphique possible pour cette situation. *(1 point)*

Solution :



(Module 1, Leçon 1)

6. Une étude compare l'âge des caisses enregistreuses et le coût de leur entretien. Neuf caisses enregistreuses d'un magasin à rayons ont été examinées. Les résultats obtenus sont les suivants :

Nº de caisse	Âge (années)	Coût d'entretien (dollars)
1	6	99
2	7	161
3	1	23
4	3	40
5	6	126
6	2	35
7	5	86
8	4	72
9	3	51

a) Quelle est la variable indépendante? *(0,5 point)*

Solution : âge

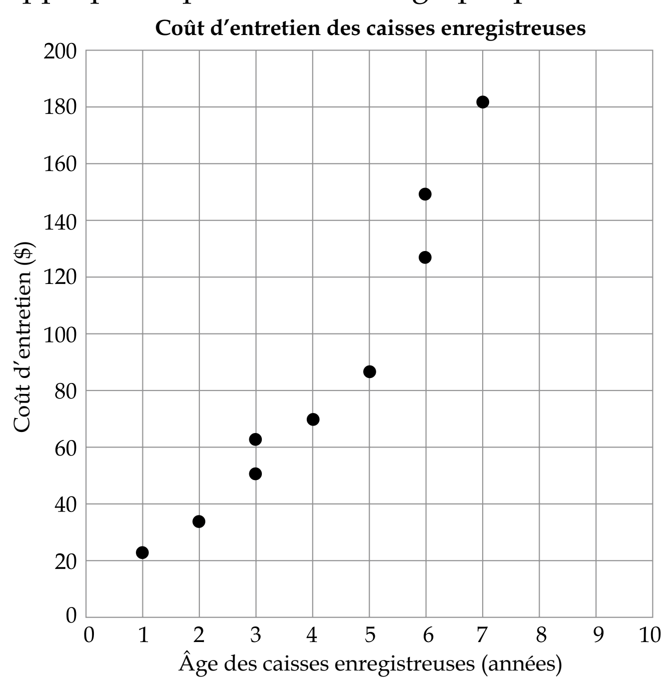
b) Quelle est la variable dépendante? *(0,5 point)*

Solution : coût d'entretien

c) Place les points sur la grille ci-dessous en incluant les éléments qui font un bon graphique, tel que décrit dans le module 1. *(4 points)*

Solution :

(Les élèves doivent inclure les étiquettes, les unités et un titre au graphique, et utiliser des échelles appropriées pour obtenir un graphique de forme et de taille appropriées.)



d) Quels seraient un domaine et une image raisonnables pour cette situation? Explique ta réponse. *(2 points)*

Solution :

Les réponses peuvent varier mais doivent être logiques.

Domaine : de zéro à 10 ans serait un âge raisonnable pour une caisse enregistreuse. Après environ 10 ans, il faudra probablement les changer pour une nouvelle technologie. Aucune valeur négative.

Image : de 0 $ à 200 $ serait raisonnable. Si les réparations et l'entretien coûtent plus cher, le magasin aurait intérêt à acheter une nouvelle caisse enregistreuse. Aucune valeur négative.

e) Est-ce que ces données représentent une équation linéaire? Explique pourquoi. *(2 points)*

Solution :

Oui, c'est une équation approximativement linéaire, parce qu'une droite superposée au graphique passerait par la plupart des points, ou très près.

f) Ces données sont-elles continues? Explique pourquoi. *(1 point)*

Solution :

Oui, l'âge de la caisse enregistreuse peut comporter des fractions d'année, et les coûts peuvent comprendre des fractions de dollar.

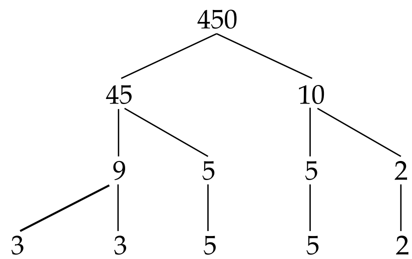
(Module 1, Leçon 2)

Partie D : Sens du nombre (*7 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes et à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Détermine les facteurs premiers de 450 à l'aide d'un diagramme en arbre de facteurs. Inclus ton diagramme. *(2 points)*

   Solution :



   Les facteurs premiers sont 2, 3 et 5 puisque $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ égale 450.

   Les diagrammes peuvent varier, mais les facteurs premiers doivent être corrects.

   (Module 2, Leçon 1)

2. Détermine les facteurs premiers de 225 et 400. Écris-les à l'aide d'exposants pour indiquer les multiplications répétées et utilise ces valeurs pour trouver le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple. *(4 points)*

   Solution :

   $400 = 2^4 \times 5^2$

   $225 = 3^2 \times 5^2$

   PGFC : $5^2 = 25$

   PPCM : $2^4 \times 3^2 \times 5^2 = 3\,600$

   (Module 2, Leçon 1)

3. Écris $\sqrt{252}$ sous forme d'un nombre radical composé simple. *(1 point)*

   Solution :

   $6\sqrt{7}$

   (Module 2, Leçon 3)

Partie E : Mesure (*26 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes et à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Explique quel référent tu utiliserais pour estimer la circonférence d'une table à dîner circulaire. Décris ton référent et ta stratégie de mesure. *(3 points)*

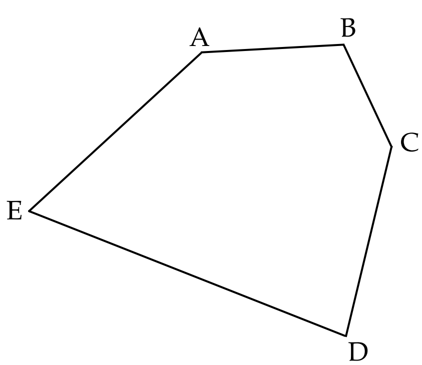
   Solution :

   Les réponses peuvent varier. Les élèves doivent décrire un référent logique et une stratégie plausible. Une bonne solution pourrait être la suivante :

   Je sais que mon empan (l'espace entre mon pouce et mon petit doigt quand ma main est ouverte) mesure environ 7 pouces. Je marquerais mon point de départ sur la table et ouvrirais grand mes doigts pour les poser tout le long de la circonférence de la table. Je compterais le nombre de fois que je dois poser ma main pour retourner au point de départ. Je multiplierais le nombre d'empans par 7 pour déterminer le nombre approximatif de pouces dans la circonférence de la table.

   (Module 3, Leçon 1)

2. Mesure la longueur de chaque côté du polygone suivant au dixième de centimètre près et calcule son périmètre. *(3 points)*



Solutions :	Étendue de mesures acceptables
AB = 1,9 cm	AB = 1,6 cm à 2,2 cm
BC = 1,5 cm	BC = 1,2 cm à 1,8 cm
CD = 2,6 cm	CD = 2,3 cm à 2,9 cm
DE = 4,5 cm	DE = 4,2 cm à 4,8 cm
EA = 3,1 cm	EA = 2,8 cm à 3,4 cm
Périmètre = 13,6 cm	Périmètre = 12,1 cm à 15,1 cm

Remarque : Chacune de tes mesures doivent être précises à ±3 mm.

(Module 3, Leçon 1)

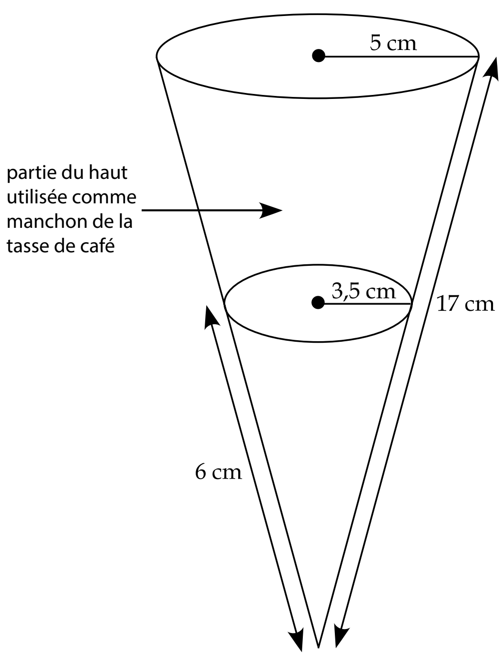
3. Convertis les mesures suivantes dans les unités indiquées. (Arrondis à 3 décimales près.) *(8 points)*

92 pouces =	*Solution :* 7,667 pieds
19 cm =	*Solution :* 190 mm
4,5 verges =	*Solution :* 162 pouces
11 milles =	*Solution :* 17,699 km
5 gallons	*Solution :* 22,73 litres
33 kg =	*Solution :* 72,6 lb
82 pi^2 =	*Solution :* 9,11 vg^2
25 000 000 cm^3	*Solution :* 0,25 m^3

(Module 3, Leçon 2)

4. Une tasse de café pour emporter est entourée d'un manchon de papier qui facilite la prise quand la tasse est remplie de breuvage très chaud. Ce manchon est fait à partir d'un cône de papier qu'on a coupé et dont on utilise la partie du haut. Détermine l'aire latérale de la partie du cône utilisée pour faire le manchon. *(4 points)*

Solution :



$$\text{AL du grand cône} = \frac{1}{2}C\ell$$
$$= \frac{1}{2}2\pi\,(5)(17)$$
$$= 267{,}035\ 375\ 6\ \text{cm}^2$$

$$\text{AL du petit cône} = \frac{1}{2}C\ell$$
$$= \frac{1}{2}2\pi\,(3{,}5)(6)$$
$$= 65{,}973\ 445\ 73\ \text{cm}^2$$

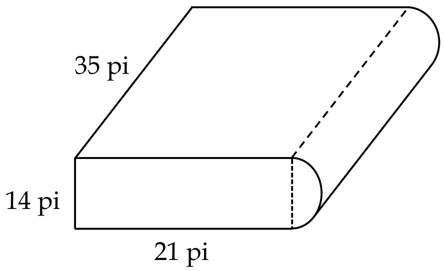
AL du manchon = 267,035 375 6 – 65,973 445 73

AL du manchon = 201,061 929 8

Le manchon de la tasse à café a une aire latérale de 201,1 cm^2.

(Module 3, Leçon 6)

5. Détermine le volume de cet objet 3D. Sa base est composée d'un rectangle et d'un demi-cercle. Indique ta réponse finale en pieds cubes, arrondie au dixième d'unité près. *(4 points)*



Solution :

$V = Bh$

$$V = \left[\left(L \times l \right) + \left(\frac{1}{2} \pi \left(r^2 \right) \right) \right] (h)$$

$$V = \left[\left(21 \times 14 \right) + \left(\frac{1}{2} \pi \left(7^2 \right) \right) \right] (35)$$

$$V = (294 + 76{,}969\ 020\ 01)(35)$$

$$V = 12\ 983{,}915\ 7 \text{ po}^3$$

$$12\ 983{,}915\ 7 \text{ po}^3 \times \frac{1 \text{ pi}^3}{1\ 728 \text{ po}^3} = 7{,}513\ 840\ 104 \text{ pi}^3$$

Le volume de l'objet 3D est environ de 7,5 pieds cubes.

(Module 3, Leçon 6)

6. Un ballon de plage a une aire de 572,6 po². Détermine son diamètre au demi-pouce près. *(4 points)*

Solution :

$$A = 4\pi r^2$$

$$572,6 = 4\pi r^2$$

$$\frac{572,6}{4\pi} = r^2$$

$$r^2 = 45,56606021$$

$$r = 6,750263714$$

$$d = 2r$$

$$d = (2)(6,750263714)$$

$$d = 13,5$$

Le diamètre du ballon de plage est de 13,5 pouces.

(Module 3, Leçon 6)

Partie G : Trigonométrie (*10 points*)

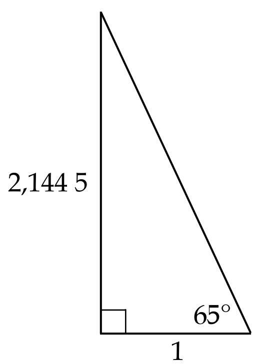
Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes et à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Calcule tan 65° à 4 décimales près. Explique ce que cela signifie en utilisant un diagramme de triangle rectangle. *(3 points)*

   Solution :

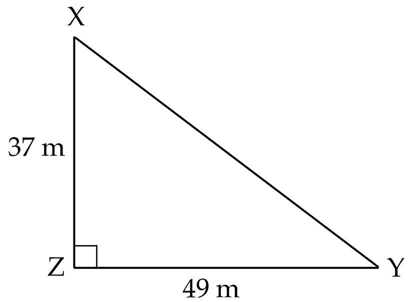
   tan 65° = 2,144 5

   Dans un triangle rectangle avec un angle de 65°, le rapport entre les longueurs du côté opposé et du côté adjacent à l'angle donné serait d'environ $\frac{2,144\ 5}{1}$.

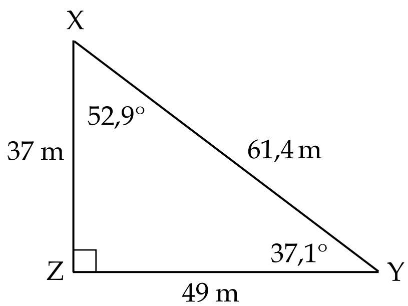


(Module 4, Leçon 1)

2. Résous le triangle ci-dessous. Trouve la valeur de tous les angles et les longueurs des côtés. Arrondis tes réponses finales à 1 décimale près. *(3 points)*



Solution :



$$37^2 + 49^2 = z^2$$

$$z^2 = 3\ 770$$

$$z = 61{,}4 \text{ m}$$

$$\angle X = \tan^{-1}\left(\frac{49}{37}\right)$$

$$\angle X = 52{,}9°$$

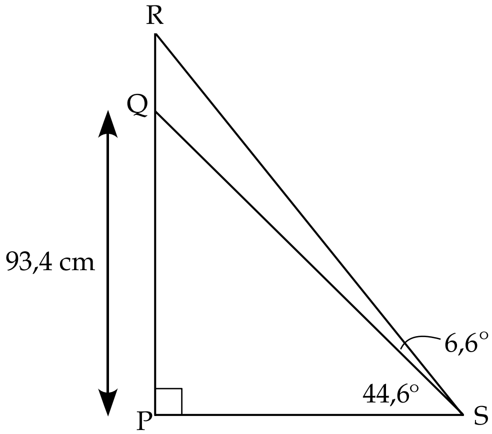
$$\angle Y = 90 - 52{,}9$$

$$\angle Y = 37{,}1°$$

Remarque : Tu peux utiliser n'importe quel rapport trigonométrique pour trouver tes réponses. Peu importe les rapports utilisés, les réponses sont les mêmes.

(Module 4, Leçon 3)

3. Trouve la longueur de QR au dixième près. *(4 points)*



Solution :

$$\tan 44{,}6° = \left(\frac{93{,}4}{\text{PS}}\right)$$

$$\text{PS} = \left(\frac{93{,}4}{\tan 44{,}6°}\right)$$

$$\text{PS} = 94{,}713\ 299\ 92$$

$$44{,}6 + 6{,}6 = 51{,}2$$

$$\angle\text{RSP} = 51{,}2°$$

$$\tan 51{,}2° = \frac{\text{PR}}{94{,}713\ 299\ 92}$$

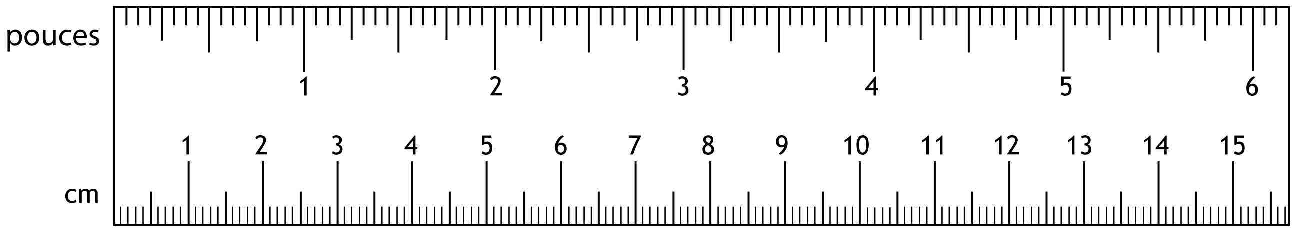
$$\text{PR} = 117{,}799\ 587\ 4$$

$$\text{PR} - \text{PQ} = \text{QR}$$

$$117{,}799\ 587\ 4 - 93{,}4 = 24{,}399\ 587\ 35$$

$$\text{QR} = 24{,}4\ \text{cm}$$

(Module 4, Leçon 4)


pouces
1
2
3
4
5
6
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
cm

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^{e} année (20S)

Examen de préparation de mi-session

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^{e} année (20S)

Examen de préparation de mi-session

Nom :____

Numéro d'étudiant : __________________________

Fréquente l'école ❑ Ne fréquente pas l'école ❑

Téléphone : _________________________________

Adresse : ___________________________________

____

____

Réservé à l'usage du correcteur

Date : ___________________________________

Note finale : ________ /100 =_________ %

Commentaires :

Instructions

L'examen de mi-session sera pondéré de la manière suivante :

Modules 1 à 4	100 %

Le format de l'examen sera le suivant :

Partie A : Choix multiple	20 points
Partie B : Définitions	10 points
Partie C : Graphiques et relations	27 points
Partie D : Le sens du nombre	7 points
Partie E : Mesure	26 points
Partie F : Trigonométrie	10 points

Durée de l'examen : 2,5 heures

Remarque : Pour l'examen, tu peux amener une calculatrice scientifique et ta fiche-ressource d'examen. Tu dois cependant remettre ta fiche ressource en même temps que l'examen. Tu auras besoin d'une règle métrique et d'une règle impériale. Au besoin, tu peux utiliser la photocopie d'une règle métrique et impériale disponible à la fin de cet examen.

Partie A : Choix multiple (*20 x 1 = 20 points*)

Encercle la lettre correspondant à la meilleure réponse.

1. Sur un graphique, la variable indépendante :
   a) est tracée sur l'axe des y
   b) est tracée sur l'axe vertical
   c) est tracée sur l'axe horizontal
   d) est affectée par des changements dans l'autre variable

2. Un exemple de données continues serait :
   a) le nombre de paires de chaussures que tu possèdes
   b) le temps qu'il faut pour faire une course
   c) le nombre de pages dans un manuel
   d) le nombre de pizzas que tu commandes pour un souper d'anniversaire

3. Calcule la pente de la droite qui passe par les points (2, 5) et (4, 8).
   a) $\frac{-2}{3}$
   b) $\frac{3}{2}$
   c) $\frac{2}{3}$
   d) $\frac{-3}{2}$

4. La pente d'une droite verticale est :
   a) $m = -1$
   b) $m = 0$
   c) $m = 1$
   d) indéfinie

5. Dans l'équation d'une droite $y = \frac{2}{3}x - 5$, le point d'intersection avec l'axe des y est égal à :

   a) $2x$
   b) 5
   c) $\frac{2}{3}$
   d) -5

6. Un exemple de nombre composé est :
   a) 11
   b) 23
   c) 37
   d) 51

7. Le plus grand commun diviseur de 12 et 16 est :
   a) 2
   b) 4
   c) 48
   d) 192

8. Une solution possible de $\sqrt{16}$ est :
   a) 2
   b) 8
   c) −4
   d) aucune de ces réponses

9. La meilleure façon de décrire $-\frac{5}{7}$ serait un :
   a) nombre entier
   b) entier relatif
   c) nombre rationnel
   d) nombre irrationnel

10. Trouve le produit de $(2m^2n^3)(3mn^4)$.

a) $6m^3n^7$

b) $5m^2n^{12}$

c) $6m^2n^{12}$

d) $5m^3n^7$

11. Simplifie $(59x^2y)^0$.

a) -1

b) 0

c) 1

d) $59x^2y$

12. $9^{\frac{1}{2}}$ est équivalent à :

a) $\sqrt{9}$

b) $\dfrac{1}{9^2}$

c) $4{,}5$

d) -3

13. $\left(\dfrac{x}{y}\right)^{-3}$ est équivalent à :

a) $\dfrac{y^3}{x^3}$

b) $-\left(\dfrac{x}{y}\right)^3$

c) $-\left(\dfrac{y}{x}\right)^3$

d) $\left(\dfrac{1}{xy^3}\right)$

14. Le meilleur choix d'unité pour mesurer la distance entre ta ville et Toronto serait :
    a) mètres
    b) verges
    c) milles
    d) décalitres

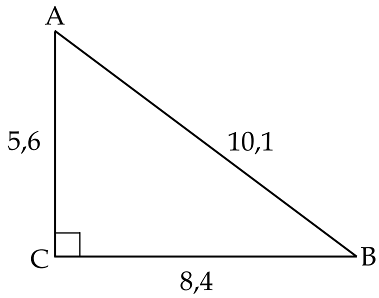
15. L'aire de surface d'une sphère dont le rayon égale 5 pouces est d'environ :
    a) 63 po^2
    b) 314 po^2
    c) 524 po^2
    d) 3 948 po^2

16. Si un cône a un volume de 100 unités cubes, un cylindre ayant la même hauteur et le même rayon aurait un volume de combien d'unités cubes?
    a) 10
    b) 33
    c) 300
    d) 1 000

17. Si les deux cathètes d'un triangle rectangle mesurent 5 cm et 12 cm, la longueur de l'hypoténuse est de :
    a) 11 cm
    b) 13 cm
    c) 17 cm
    d) 169 cm

18. Le rapport sinus est calculé d'après les longueurs de quels côtés d'un triangle rectangle?
    a) $\frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$
    b) $\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$
    c) $\frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$
    d) $\frac{\text{adjacent}}{\text{opposé}}$

19. Dans le triangle ABC suivant, à quoi égale sin A?



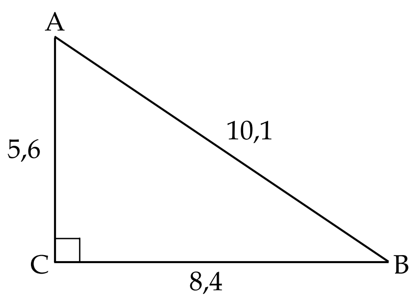
a) $\dfrac{5,6}{10,1}$

b) $\dfrac{8,4}{5,6}$

c) $\dfrac{5,6}{8,4}$

d) $\dfrac{8,4}{10,1}$

20. Soit le triangle ABC, la mesure de l'angle A est :



a) 37°
b) 34°
c) 90°
d) 56°

Partie B : Définitions (*10 x 1 = 10 points*)

Associe chaque définition avec le terme correspondant dans la liste ci-dessous. Écris le terme approprié sur la ligne en dessous de chaque définition. Les termes ne sont utilisés qu'une seule fois. Ce ne sont pas tous les termes de la liste qui ont leur définition correspondante fournie.

Termes

aire latérale	cube parfait	nombre naturel	référent
aire totale	cylindre	nombre rationnel	semblable
angle de dépression	domaine	pente	SI
angle d'élévation	rapport trigonométrique inverse	plus grand facteur commun	sinus
angles alternes	graphique	plus petit commun multiple	sphère
carré parfait	hypoténuse	prisme	système impérial
coordonnées	image	pyramide	tangente
cône	irrationnel	racine carrée	triangles semblables
cosinus	nombre entier	racine cubique	volume
côté adjacent	nombre irrationnel		
côté opposé			

1. Représentation visuelle utilisée pour montrer une relation numérique ________________
2. La variation verticale d'une droite pour un certain déplacement horizontal. ________________
3. Nombre obtenu quand un entier est multiplié par lui-même trois fois. ________________
4. Nombre plus grand ou égal à zéro. ________________
5. Système de mesure à structure décimale, qui utilise des préfixes . ________________
6. Objet 3D ayant deux bases parallèles congruentes (superposables) et des parallélogrammes joignant les bases. ________________
7. Objet 3D dans lequel tous les points sont équidistants du centre. ________________
8. Côté situé directement en face de l'angle spécifié dans un triangle. ________________
9. Rapport entre le côté opposé et l'hypoténuse dans un triangle rectangle. ________________
10. Angles congruents situés de part et d'autre d'une sécante qui coupe des droites parallèles en diagonale. ________________

Partie C : Graphiques et relations (*27 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes et à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

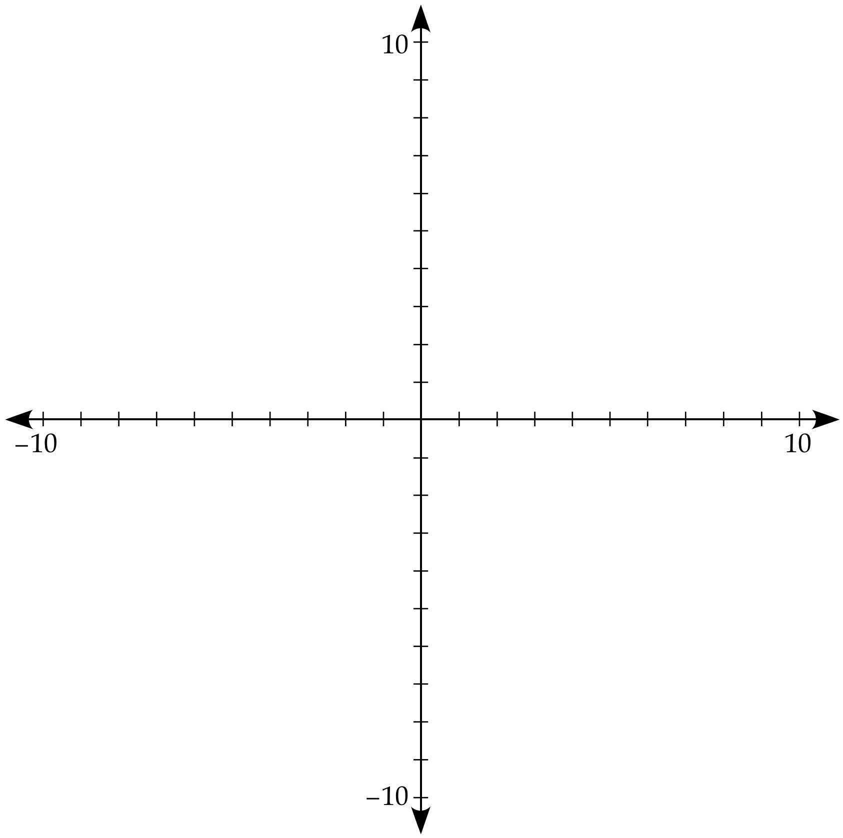
1. Soit l'équation linéaire $y = \frac{4}{3}x - 9$

   a) Indique la valeur de l'ordonnée à l'origine. *(1 point)*

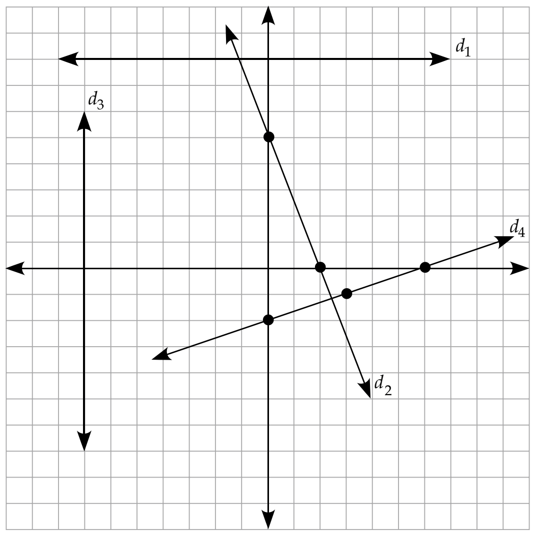
   b) Indique la pente de la droite. *(1 point)*

   c) Explique comment tu tracerais le graphique de la droite. *(2 points)*

d) Trace un graphique de la droite. *(1 point)*



2. Indique la pente de chacune des droites suivantes. *(4 points)*



m_{d_1} = ____________________

m_{d_2} = ____________________

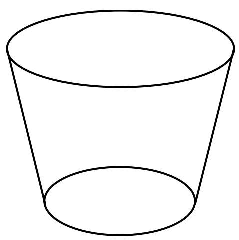
m_{d_3} = ____________________

m_{d_4} = ____________________

3. Soit l'équation $y = \frac{1}{3}x - 5$, indique l'équation d'une droite différente qui serait parallèle à la droite donnée, et explique comment tu sais qu'elle est parallèle. *(2 points)*

4. La droite AB passe par A (–5, 21) et B (x, –6). Utilise la formule de la pente pour trouver la valeur de x si la pente de la droite AB est m = –3. *(4 points)*

5. Dans le contenant ci-dessous, on verse de l'eau à un débit constant. Le temps (t) et la hauteur (h) du niveau d'eau sont représentés par un graphique.

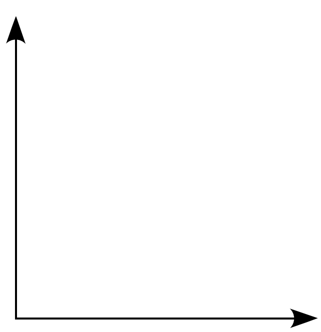


a) Indique quelle est la variable indépendante et la variable dépendante dans cette situation. *(1 point)*

indépendante ____________________

dépendante ____________________

b) Trace un graphique possible pour cette situation. *(1 point)*



6. Une étude compare l'âge des caisses enregistreuses et le coût de leur entretien requis. Neuf caisses enregistreuses d'un magasin à rayons ont été examinées. Les résultats obtenus sont les suivants :

N° de caisse	**Âge (années)**	**Coût d'entretien (dollars)**
1	6	99
2	7	161
3	1	23
4	3	40
5	6	126
6	2	35
7	5	86
8	4	72
9	3	51

a) Quelle est la variable indépendante? *(0,5 point)*

____

b) Quelle est la variable dépendante? *(0,5 point)*

____

c) Place les points sur la grille ci-dessous en incluant les éléments qui font un bon graphique, tel que décrit dans le module 1. *(4 points)*

d) Quels seraient un domaine et une image raisonnables pour cette situation? Explique ta réponse. *(2 points)*

e) Est-ce que ces données représentent une équation linéaire? Explique pourquoi. *(2 points)*

f) Ces données sont-elles continues? Explique pourquoi. *(1 point)*

Partie D : Sens du nombre (*7 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes et à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Détermine les facteurs premiers de 450 à l'aide d'un diagramme en arbre de facteurs. Inclus ton diagramme. *(2 points)*

2. Détermine les facteurs premiers de 225 et 400. Écris-les à l'aide d'exposants pour indiquer les multiplications répétées et utilise ces valeurs pour trouver le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple. *(4 points)*

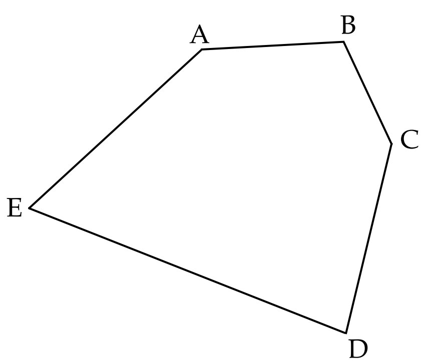
3. Écris $\sqrt{252}$ sous forme d'un nombre radical composé simple. *(1 point)*

Partie E : Mesure (*26 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes et à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Explique quel référent tu utiliserais pour estimer la circonférence d'une table à dîner circulaire. Décris ton référent et ta stratégie de mesure. *(3 points)*

2. Mesure la longueur de chaque côté du polygone suivant au dixième de centimètre le plus près et calcule son périmètre. *(3 points)*



AB = ________

BC = ________

CD = ________

DE = ________

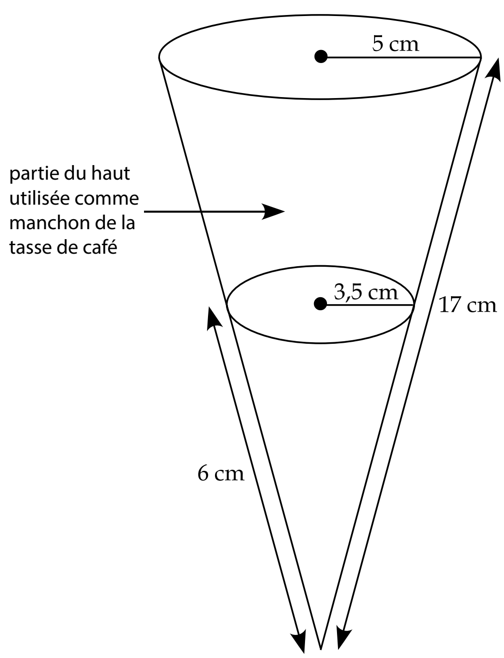
EA = ________

Périmètre = ________

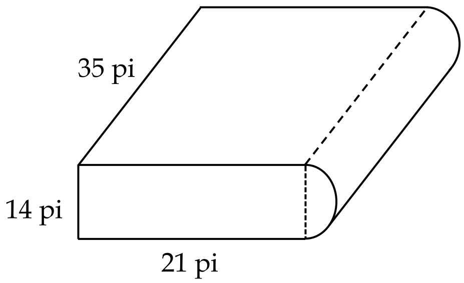
3. Convertis les mesures suivantes dans les unités indiquées. (Arrondis à 3 décimales près.) *(8 points)*

92 pouces =	____________________	pieds
19 cm =	____________________	mm
4,5 verges =	____________________	pouces
11 milles =	____________________	km
5 gallons	____________________	litres
33 kg =	____________________	lb
82 pi^2 =	____________________	vg^2
25 000 000 cm^3	____________________	m^3

4. Une tasse de café pour emporter est entourée d'un manchon de papier qui facilite la prise quand la tasse est remplie de breuvage très chaud. Ce manchon est fait à partir d'un cône de papier qu'on a coupé et dont on utilise la partie du haut. Détermine l'aire latérale de la partie du cône utilisée pour faire le manchon. *(4 points)*



5. Détermine le volume de cet objet 3D. Sa base est composée d'un rectangle et d'un demi-cercle. Indique ta réponse finale en pieds cubes, arrondie au dixième d'unité près. *(4 points)*



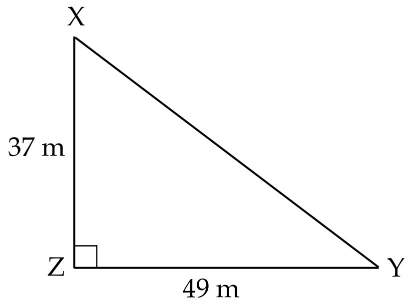
6. Un ballon de plage a une aire de 572,6 po^2. Détermine son diamètre au demi-pouce près. *(4 points)*

Partie G : Trigonométrie (*10 points*)

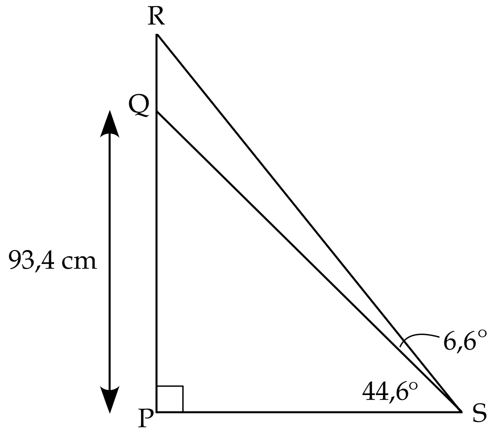
Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes et à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

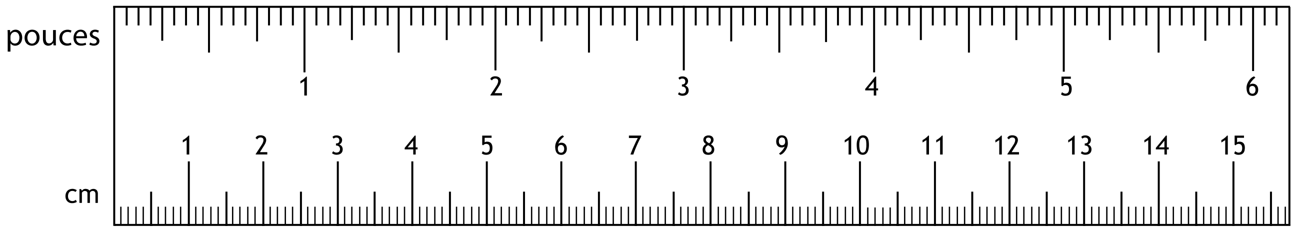
1. Calcule tan 65° à 4 décimales près. Explique ce que cela signifie en utilisant un diagramme de triangle rectangle. *(3 points)*

2. Résous le triangle ci-dessous. Trouve la valeur de tous les angles et les longueurs des côtés. Arrondis tes réponses finales à 1 décimale près. *(3 points)*



3. Trouve la longueur de QR au dixième près. *(4 points)*




pouces
1
2
3
4
5
6
cm
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^e^ année (20S)

Module 6
Les polynômes

Module 6
Les polynômes

Introduction

Le module 6 se situe dans la continuité de certaines notions mathématiques que tu as apprises depuis tes premières années d'étude : combiner des valeurs, reconnaître des régularités, suivre des règles et utiliser des outils concrets pour t'aider à comprendre et à exprimer des concepts théoriques. Toutes ces idées, et plus encore, se conjuguent pour former un tout cohérent quand on fait des opérations sur des polynômes.

Plus précisément, dans le module 6, tu appliqueras ces concepts à mesure que tu exploreras la relation entre la multiplication et la factorisation dans le contexte des polynômes.

Devoirs du module 6

Tu devras envoyer les cinq devoirs ci-dessous, ainsi que les trois devoirs du module 5, à la Section de l'enseignement à distance quand tu auras terminé ce module.

Leçon	Numéro du devoir	Titre du devoir
1	Devoir 6.1	Description de polynômes et multiplication de binômes
2	Devoir 6.2	Multiplication de polynômes
3	Devoir 6.3	Factorisation de binômes et de trinômess
4	Devoir 6.4	Factorisation de trinômes quand $a \in \mathbb{Z}$
5	Devoir 6.5	Différence de carrés et révision du module

Fiche-ressource

Lorsque tu te présenteras à l'examen final, tu auras le droit d'apporter avec toi une fiche-ressource d'examen. Cette fiche doit être sur une seule feuille de papier format lettre, soit 8½ po sur 11 po, écrite des deux côtés de ta main ou dactylographiée. Tu dois remettre cette feuille avec ton examen à la Section de l'enseignement à distance. Il n'y aura pas de points attribués à ta fiche-ressource d'examen final.

Pour beaucoup d'élèves, préparer une fiche-ressource d'examen est un excellent moyen de réviser la matière. Elle fournit un résumé des points importants de chaque module, que tu peux consulter en tout temps. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource pour chaque module afin de l'aider à étudier et à réviser. Des résumés de leçons te sont fournis à chaque fin de leçon, et des sommaires de modules à la fin de chaque module pour servir de référence.

Pour te préparer à faire cette fiche-ressource, utilise la liste de consignes ci-dessous, que tu appliqueras au fur et à mesure en faisant le module. Tu pourais utiliser la fiche-ressource du module 6 pour noter les termes et formules de mathématiques, des exemples de questions ou une liste des endroits où tes erreurs sont plus fréquentes. Tu peux y écrire les notions dont tu as besoin, ou indiquer les numéros de page des leçons que tu devrais réviser plus attentivement quand tu étudieras pour l'examen.

Lorsque tu auras terminé les fiches-ressources des modules 1 à 8, tu pourras essayer de les résumer pour en faire ta fiche-ressource de l'examen final. Rappelle-toi que cet examen porte sur les huit modules du cours.

Fiche-ressource pour le module 6

1. Inscris les termes mathématiques qui sont mentionnés dans chaque leçon.
2. Inscris toutes les formules mentionnées dans chaque leçon.
3. Quelles stratégies de calcul ont été discutées dans chaque leçon?
4. Quelles sont les questions qui doivent être copiées dans ta fiche-ressource parce qu'elles sont représentatives des questions de chaque leçon?
5. Quelles étaient les questions les plus difficiles? Inscris les numéros de pages sur ta fiche-ressource de module pour pouvoir refaire ces questions avant l'examen. Si tu trouves l'un de ces problèmes particulièrement difficile, tu peux l'écrire ainsi que sa solution sur ta fiche-ressource d'examen final pour l'avoir à portée de la main à l'examen.
6. Quels sont les autres trucs aide-mémoire que tu as trouvés pour te préparer à l'examen?

Leçon 1 – La multiplication de polynômes à l'aide de tuiles

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

❑ démontrer la multiplication de deux expressions binomiales de façon concrète ou imagée et exprimer le processus symboliquement

❑ établir le rapport entre la multiplication de deux expressions binomiales et l'aire

Introduction

La leçon 1 révise certains concepts et définitions de cours de mathématiques précédents afin de te préparer à faire des multiplications et factorisations de polynômes. Tu utiliseras des tuiles pour représenter la multiplication de binômes, et simplifieras des expressions en combinant des termes semblables.

Les polynômes

Tu es maintenant familier avec les expressions mathématiques comportant des exposants et des variables comme $3x^2$ ou $-\frac{1}{2}y^2$. Ces expressions individuelles sont appelées des termes. Si tu combines plusieurs de ces termes ensemble en une expression algébrique ou phrase mathématique en ajoutant des signes d'addition ou de soustraction, tu viens de créer un **polynôme**.

Polynôme : expression mathématique comportant un ou plusieurs termes.

Le polynôme $-5x^2 + 4x - 2$ compte trois termes. La variable est représentée par la lettre x, qui représente un nombre inconnu. Remarque les exposants dans ces termes. Ils sont présentés **par ordre décroissant de puissance**. Le premier terme est x à la puissance 2, le deuxième terme est x à la puissance 1, et le troisième terme pourrait être x^0, qui est toujours égal à 1. Quand un t**erme est écrit sans variable, on l'appelle une constante** parce que quoi qu'il arrive, une constante aura toujours la même valeur. Le négatif 2 est une constante dans le polynôme ci-dessus. Quand un terme comporte un nombre et une variable, le nombre s'appelle un coefficient. Le coefficient indique combien de fois multiplier cette variable. Les coefficients du polynôme ci-dessus sont –5 et +4.

Si deux termes ont exactement les mêmes variables et les mêmes degrés (les mêmes puissances ou exposants), ils sont appelés des *termes semblables*.

$17r^3t$ et $-4r^3t$ sont des termes semblables.

Les polynômes peuvent être appelés de différentes façons, selon le nombre de termes qu'ils contiennent ou leur degré.

« Poly » signifie « plusieurs », donc un polynôme désigne une expression mathématique avec un ou plusieurs termes. Les expressions polynomiales avec 1, 2 ou 3 termes ont des noms spéciaux :

- **monôme** signifie 1 terme
- **binôme** désigne une expression à 2 termes
- **trinôme** est une expression à 3 termes

Les expressions de plus de 3 termes sont simplement appelées polynômes.

Le degré du polynôme correspond à l'exposant le plus grand dans le premier terme du polynôme, quand les termes sont présentés par ordre décroissant.

Degré	Nom
1	constante
2	quadratique
3	cubique
4	quartique
5	quintique

Il serait utile d'avoir les noms des polynômes et leur degré indiqués sur ta fiche-ressource.

Exemple 1

Complète le tableau suivant. Indique le nombre de termes, le nom et le degré du polynôme ainsi que le nom du degré, les variables, les coefficients et les constantes dans les polynômes ci-dessous.

Polynôme	No. de termes	Nom du polynôme	Degré	Nom du degré	Variables	Coefficients	Constantes
x^2							
$-4y^3$							
$5x^2 - 1$							
$8r^2 - 4r + 2$							
$9m^4 + m^2 - 3$							
$-6r^5 + 2r^3 - k - 10$							

Solution :

Polynôme	No. de termes	Nom du polynôme	Degré	Nom du degré	Variables	Coefficients	Constantes
x^2	1	Monôme	2	Quadratique	x	1	aucune
$-4y^3$	1	Monôme	3	Cubique	y	–4	aucune
$5x^2 - 1$	2	Binôme	2	Quadratique	x	5	–1
$8r^2 - 4r + 2$	3	Trinôme	2	Quadratique	r	8, –4	2
$9m^4 + m^2 - 3$	3	Trinôme	4	Quartique	m	9, 1	–3
$-6r^5 + 2r^3 - k - 10$	4	Polynôme	5	Quintique	r, k	–6, 2, –1	–10

Les opérations sur des polynômes

Au cours de mathématiques de 9e année, tu as simplifié des polynômes en additionnant (combinant des termes semblables), en soustrayant (additionnant des termes opposés), et en multipliant ou en divisant (en appliquant la propriété de distributivité et les lois des exposants). Retourne à tes notes pour les réviser ou trouve un site Web fiable pour te rafraîchir la mémoire, au besoin. Retourne au module 2 de ce cours pour réviser les lois des exposants.

Rappelle-toi que **simplifier signifie écrire une autre expression, plus simple, qui a exactement la même valeur.**

Pour ce faire, tu dois appliquer **le bon ordre des opérations (PEDMAS)** :

- **Parenthèses** – faire d'abord toutes les opérations à l'intérieur des parenthèses /crochets
- **Exposants** – rappelle-toi que l'exposant s'applique seulement à ce à quoi il est lié, que ce soit une base ou des parenthèses / crochets
- **Division et Multiplication** – dans l'ordre où elles apparaissent de gauche à droite
- **Addition et Soustraction** – dans l'ordre où elles apparaissent de gauche à droite

Exemple 2

Simplifie chacune des expressions ci-dessous.

a) $(3x-3y)+(4y-2x)$

b) $(4m^2-2m-4)-(-3m^2-2m+5)$

c) $2x(x+5x^3)$

d) $\dfrac{8x^4y^3}{-2x^3y}$

Solution:

a) $(3x-3y)+(4y-2x)$

$=(3x-2x)+(-3y+4y)$ Combine les termes *semblables*.

$=x+y$

b) $(4m^2-2m-4)-(-3m^2-2m+5)$

$=4m^2-2m-4+3m^2+2m-5$ Additionne les termes *opposés* de ceux de la deuxième parenthèse.

$=7m^2-9$ Combine les termes semblables.

c) $2x(x+5x^3)$

$=2x^2+10x^4$

Distribue le terme $2x$ sur les termes dans $(x + 5x^3)$. Lors de la multiplication de puissances ayant la même base, additionne les exposants.

d) $\dfrac{8x^4y^3}{-2x^3y}$

$=-4xy^2$

Lors de la division de puissances ayant la même base, soustrais les exposants.

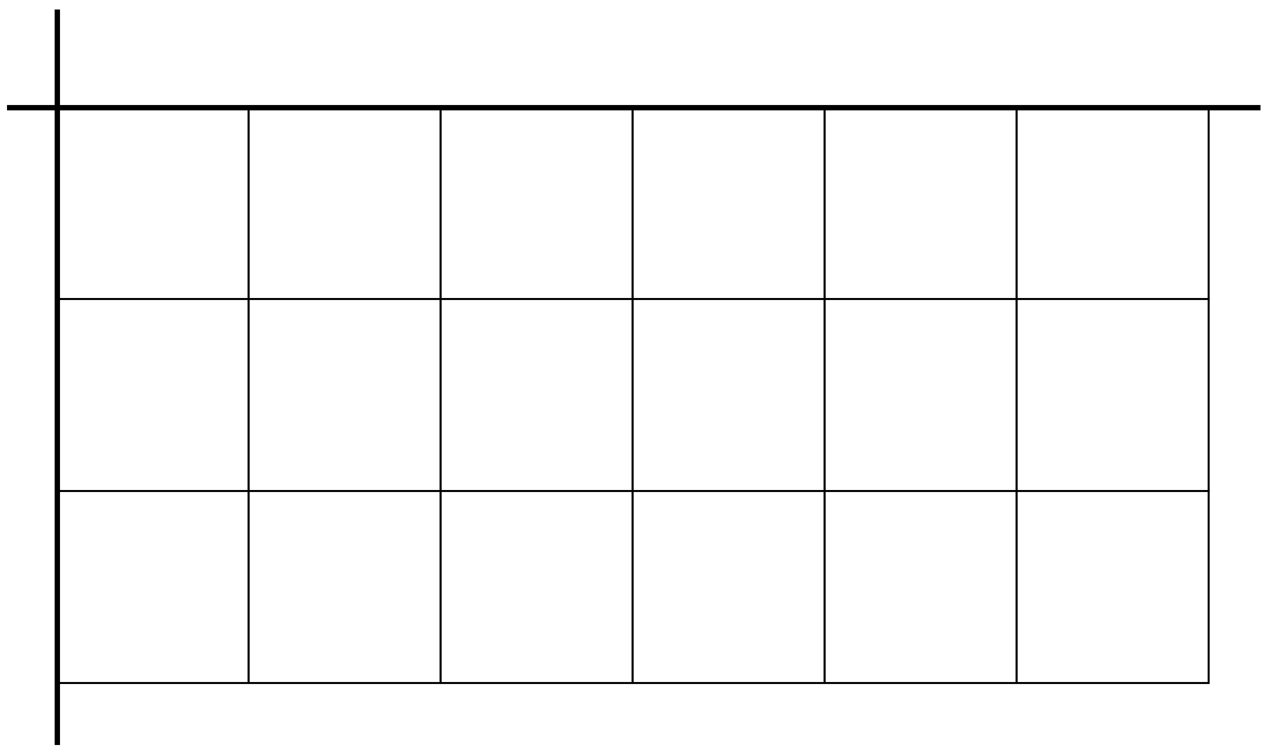
La multiplication à l'aide d'un modèle d'aire

Exemple 3

Kathy veut acheter un tapis pour son salon. Elle a besoin de couvrir 3 pieds sur 6 pieds. Combien de pieds carrés de tapis doit-elle acheter?

Solution :

Tu peux dessiner un diagramme pour représenter cette situation et l'utiliser pour trouver la solution. Si tu utilises une échelle de 1 pouce = 1 pied, et si tu dessines un rectangle de 3 po sur 6 po, il est évident d'après le diagramme qu'elle devra acheter 18 pieds carrés de tapis. Compte les carrés!

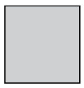


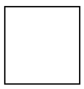
3 pieds sur 6 pieds donnent 3 × 6 = 18 pieds carrés.

Ce modèle d'aire peut s'appliquer également à la multiplication de polynômes.

La représentation de polynômes

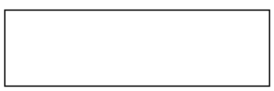
Dans les cours de mathématiques précédents, tu as probablement utilisé des objets ou des diagrammes de carrés et de rectangles pour représenter des valeurs et des variables. Souvent, une tuile carrée colorée [ombragée] est utilisée pour représenter la valeur de 1 et une tuile carrée blanche pour représenter –1.

 = 1

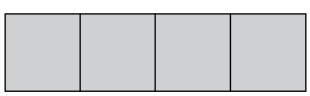
 = −1

Un rectangle de même largeur que le carré mais dont la longueur est inconnue sert à représenter la variable x. Ici encore, l'absence de couleur (une tuile blanche) signifie « négatif ».

 $= x$

 $= -x$

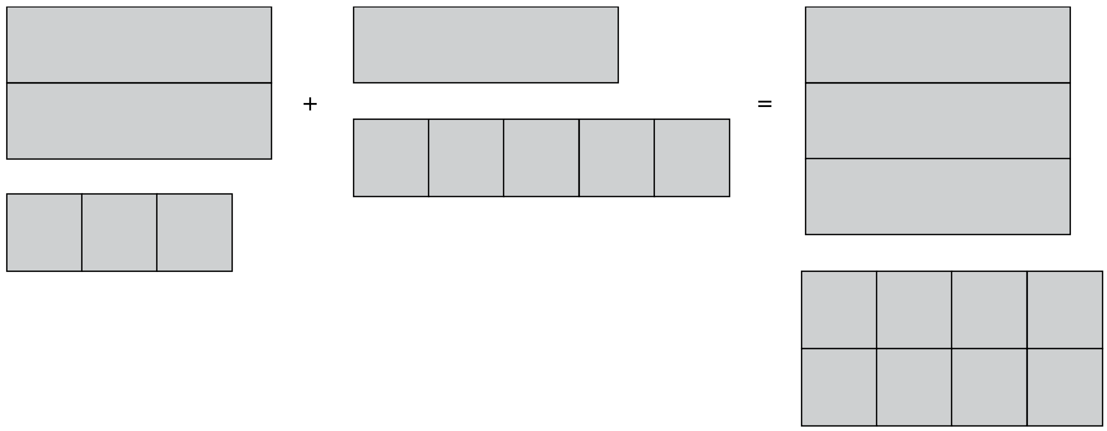
On peut illustrer $3x + 4$ à l'aide de tuiles comme suit :



L’utilisation de tuiles pour illustrer l’addition de polynômes

On peut se servir de tuiles pour représenter l’addition de polynômes.

$(2x + 3) + (x + 5)$ peut s’illustrer ainsi

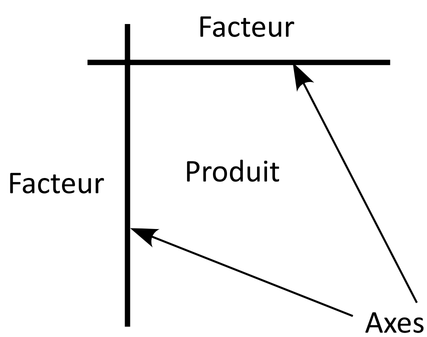


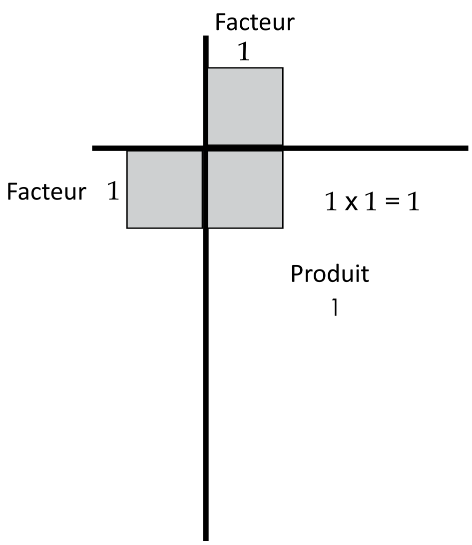
$(2x + 3) \qquad + \qquad (x + 5) \qquad = \qquad 3x + 8$

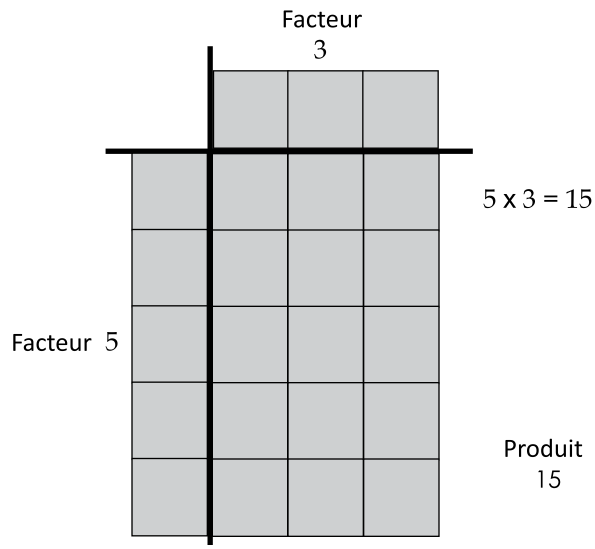
Remarque que seuls les termes semblables sont combinés.

L’utilisation de tuiles pour illustrer la multiplication de polynômes

En appliquant une stratégie similaire au processus que tu as suivi pour résoudre la question du tapis ci-dessus, tu peux illustrer le produit de deux facteurs à l’aide d’une sorte de grille pour la multiplication, formée de deux axes. Les facteurs (que tu veux multiplier) se placent sur l’axe de côté et celui du haut, et le produit ou la réponse correspond à la surface rectangulaire à l’intérieur des axes.

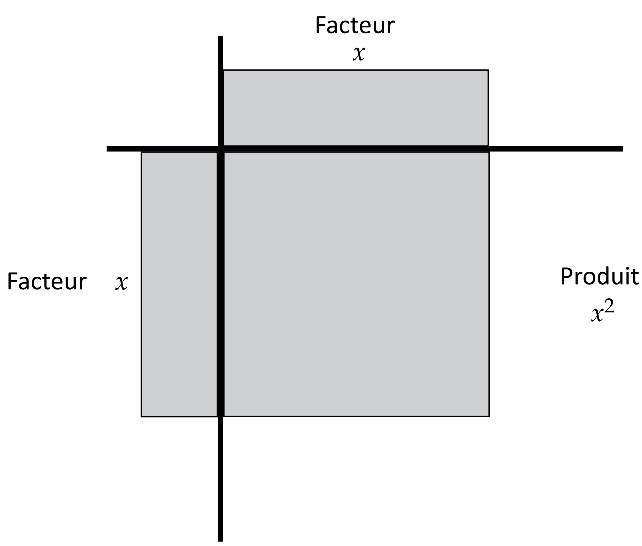






Quand tu multiplies des facteurs, remplis toute la surface rectangulaire à l'intérieur des axes en dessous et à côté des facteurs.

Le produit de $x \times x$ est illustré ci-dessous :



La tuile carrée ombragée résultante représente x^2.

Les tuiles sont d'excellents outils permettant d'illustrer les expressions polynomiales, mais elles ont certaines limites quand on les utilise pour modéliser les concepts de multiplication et de factorisation avec des valeurs négatives. Dans ce cours, nous utiliserons les tuiles pour représenter des quantités positives et un autre modèle d'aire pour illustrer les opérations comportant des éléments négatifs.

Tu peux créer ton propre ensemble de tuiles en découpant les modèles fournis à la fin de cette leçon. Tu peux également te familiariser avec les tuiles algébriques en ligne. Dactylographie « applications de tuiles algébriques » dans un moteur de recherche sur Internet et consulte les sites affichés. Un bon exemple de site est au http://nlvm.usu.edu/fr.nav/vlibrary.html À la page d'accueil, sélectionne Algèbre 9-12. Ensuite, clique sur Carreaux algébriques. Une fois dans l'application, si tu veux changer l'orientation d'une tuile (d'un carreau), clique sur n'importe quel sommet et tu peux la faire tourner.

Exemple 4

Utilise les tuiles pour t'aider à trouver le produit des polynômes suivants.

a) $(2x + 3)(x + 2)$

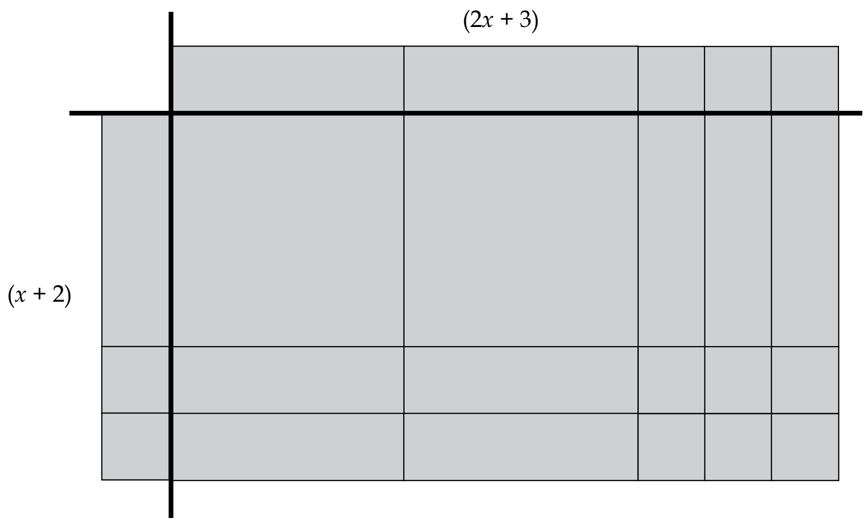
b) $(x + 4)(3x + 1)$

c) $(x + 5)(2x + 2)$

d) $(3x + 2)(x + 2)$

Solutions :

a) $(2x + 3)(x + 2)$



Étape 1 : Les facteurs peuvent être placés sur l'axe du haut ou celui du côté, dans n'importe quel ordre, en raison du principe de commutativité de la multiplication, c'est-à-dire que : $(2x + 3)(x + 2)$ est la même chose que $(x + 2)(2x + 3)$.

Étape 2 : Remplis l'espace représentant le produit, en utilisant la tuile la plus grande possible.

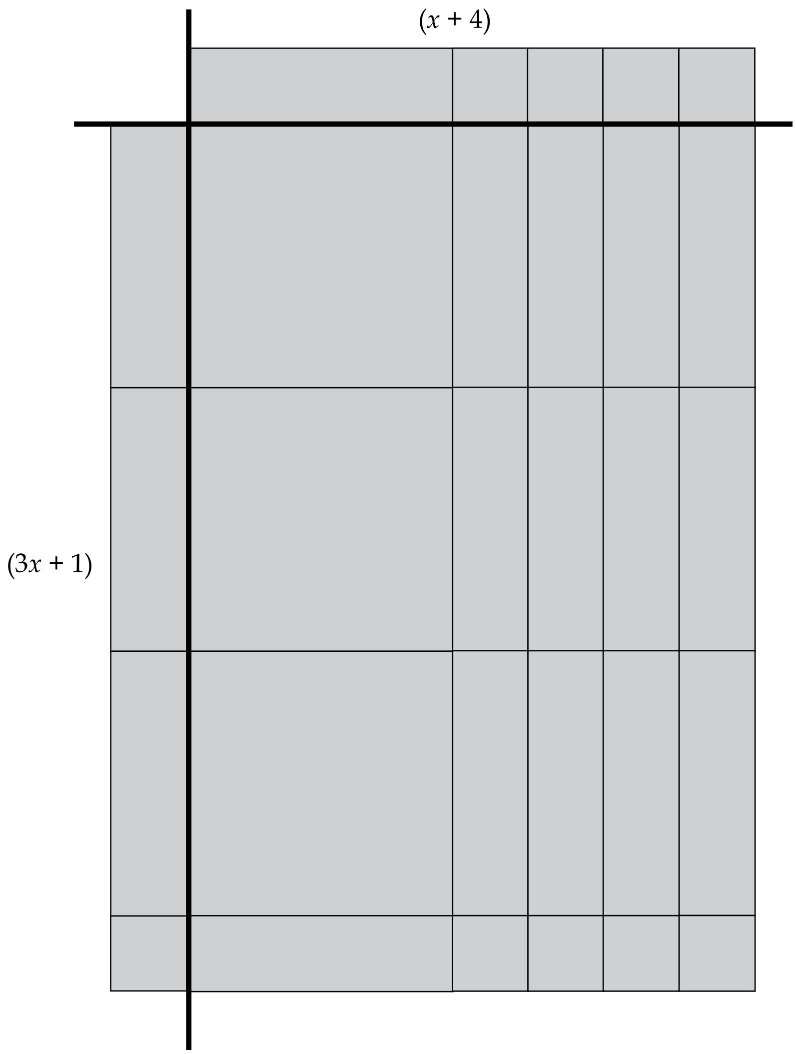
$(2x + 3)(x + 2) =$

Étape 3 : Fais la liste de toutes les tuiles. $= 2x^2 + 3x + 4x + 6$

Étape 4 : Combine les termes semblables. $= 2x^2 + 7x + 6$

Tu peux inscrire ces étapes sur ta fiche-ressource.

b) $(x + 4)(3x + 1)$

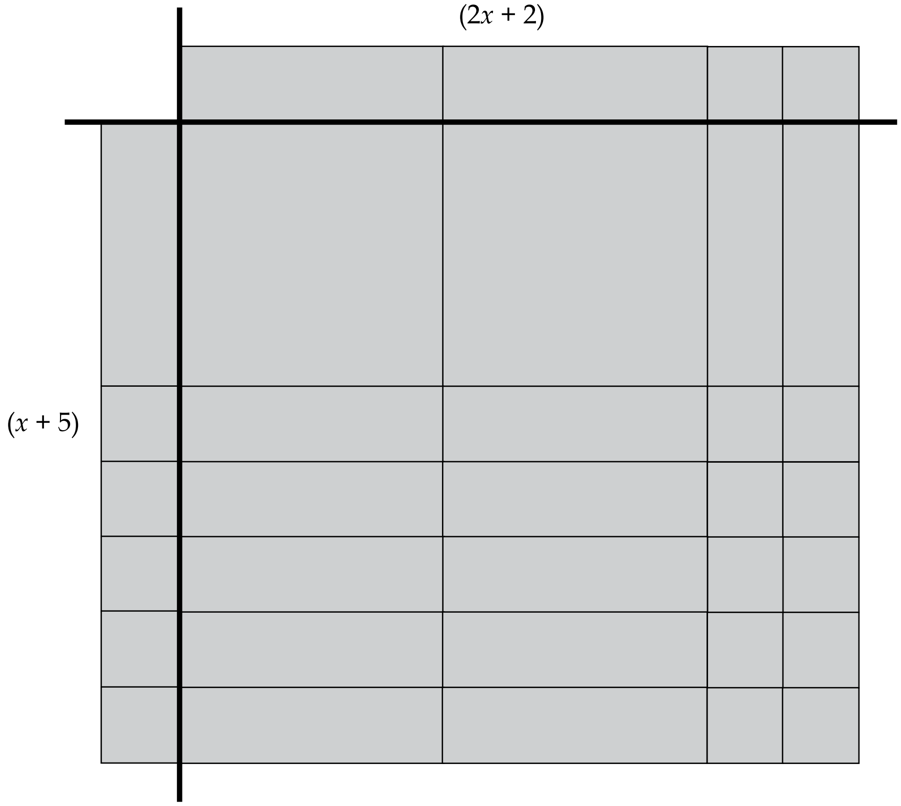


$(x + 4)(3x + 1) =$

$= 3x^2 + 12x + 1x + 4$

$= 3x^2 + 13x + 4$

c) $(x + 5)(2x + 2)$

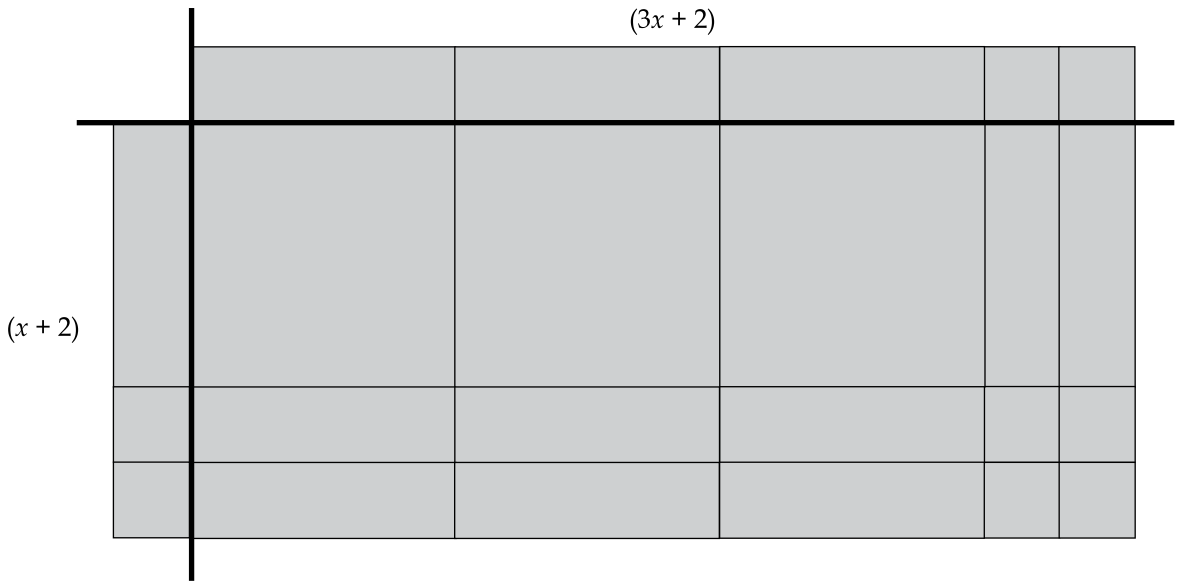


$(2x + 2)(x + 5) =$

$= 2x^2 + 2x + 10x + 10$

$= 2x^2 + 12x + 10$

d) $(3x + 2)(x + 2)$



$(3x + 2)(x + 2) =$

$= 3x^2 + 2x + 6x + 4$

$= 3x^2 + 8x + 4$

Activité d'apprentissage 6.1

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Écris l'équation $x + y = 76$ en utilisant la notation fonctionnelle.
2. Si tu es $\frac{3}{2}$ fois plus grand que ton frère et si ton frère mesure 4 pieds, quelle est ta taille?
3. Les dimensions des côtés d'un triangle rectangle sont 3, 5 et 4. Quelle est la longueur de l'hypoténuse?
4. Relation ou fonction : {(0, 1), (3, 6), (4, 8), (0, 10)}
5. Il y a 120 employés à ton travail. Ton patron dit que les ¾ des employés viendront à la réunion de samedi matin. Combien de personnes assisteront à la réunion?
6. Usain Bolt court le 100 mètres en 10 secondes. Quelle est sa vitesse moyenne?
7. Tu dois rendre la monnaie exacte à un client à ton travail. Il t'a donné 60 \$ et sa facture était de 42,60 \$. Combien d'argent dois-tu lui rendre?
8. Trouve la valeur de $\left(6^2\right)^{\frac{1}{2}}$.

suite

Activité d'apprentissage 6.1 (suite)

Partie B – La multiplication de binômes

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Écris un trinôme quadratique avec la variable m, les coefficients –3 et 1 et une constante de 5.
2. Écris 3 termes semblables qui ne sont pas exactement identiques.
3. Illustre les produits ci-dessous à l'aide de tuiles et écris les étapes de ta solution pour montrer comment procéder pour simplifier.
   a) $(3x + 2)(x + 5)$
   b) $(2x + 1)(x + 4)$
   c) $(4x + 1)(x + 6)$
   d) $(x + 3)(2x + 3)$

Résumé de la leçon

Dans la leçon 1, nous avons révisé les définitions et les concepts relatifs aux polynômes. Tu as identifié le nombre de termes, le degré, les variables, les coefficients et les constantes dans des polynômes. À l'aide d'un diagramme à tuiles, tu as illustré le produit de deux facteurs de polynômes et montré les étapes menant à la solution pour indiquer comment elle peut être simplifiée. La prochaine leçon poursuit avec la multiplication de polynômes, en cherchant des stratégies à utiliser quand on fait des opérations avec des valeurs négatives, de façon imagée et symbolique.

Devoir 6.1

Description de polynômes et multiplication de binômes

Total : 33 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Complète le tableau suivant. *(1/2 point chaque case = 17 points)*

Polynôme	No. de termes	Nom du polynôme	Degré	Nom du degré	Variables	Coefficients	Constantes
$2y^3$							
$-19m^4 - 10$							
$7x^2 + 7y - 7$							
		Trinôme	2		k	6, –1	9
	5			Quartique	a	–1, 2, –3, 4	–5
$6p^3 + 2q^2 + r - 3$							

2. Illustre les produits suivants à l'aide de tuiles et écris les étapes de ta solution pour montrer comment procéder pour simplifier.

a) $(2x + 3)(x + 2)$ *(4 points)*

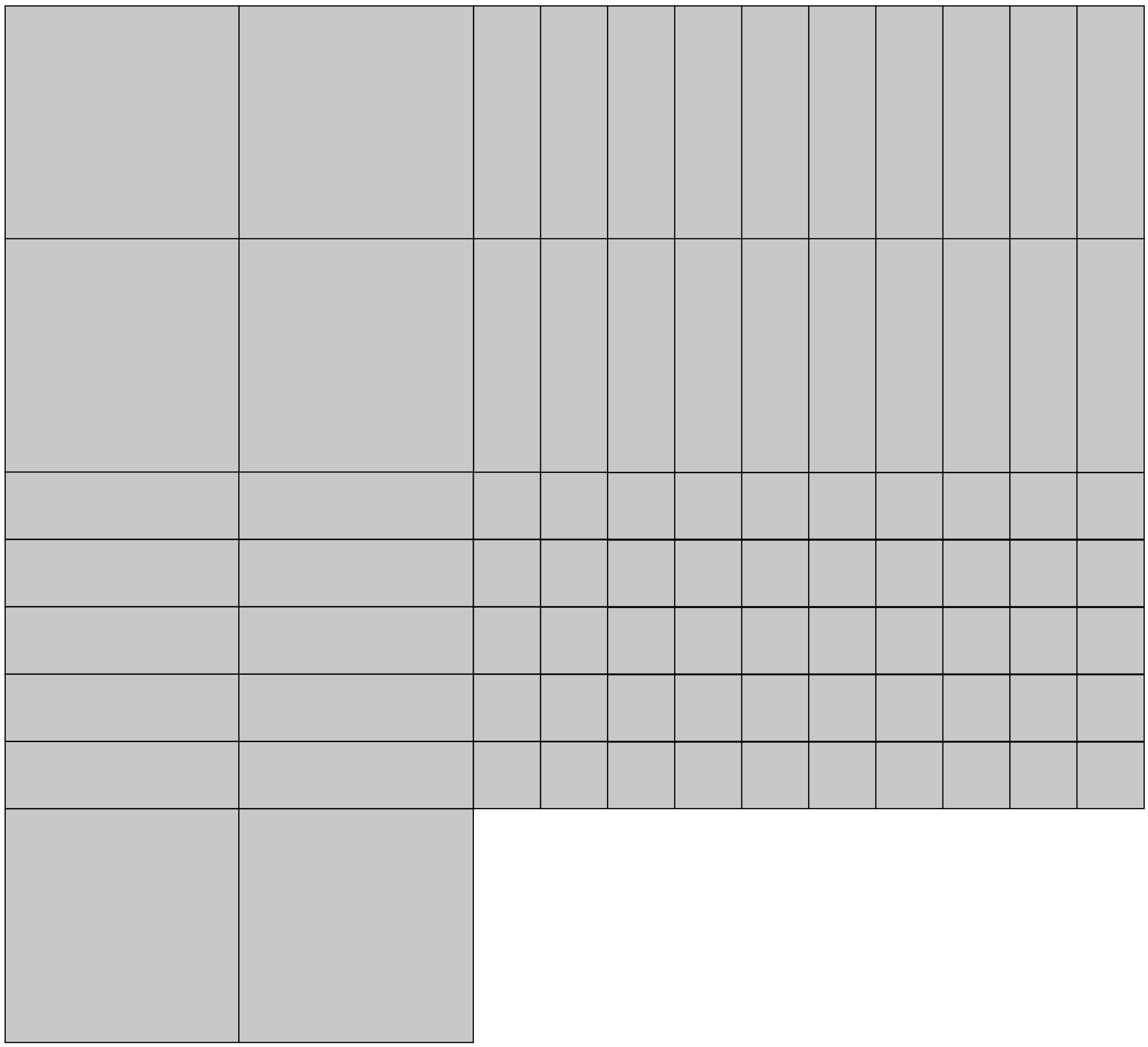
b) $(2x + 4)(3x + 1)$ *(4 points)*

c) $(2x + 4)(x + 5)$ *(4 points)*

d) $(3x + 2)(x + 3)$ *(4 points)*

Notes

Modèle de tuiles algébriques



Découpe les carrés et les rectangles ci-dessus. Voici leurs valeurs.

Petit carré : dimensions de 1×1 donc une valeur de 1

Rectangle : dimensions de $1 \times x$ donc une valeur de x

Grand carré : dimensions de $x \times x$ donc une valeur de x^2

Leçon 2 – La multiplication de polynômes

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ établir le rapport entre la multiplication de deux expressions binomiales et un modèle d'aire
- ❑ multiplier deux polynômes de façon symbolique et simplifier le produit en combinant les termes semblables
- ❑ formuler et expliquer une stratégie générale de multiplication d'expressions polynomiales
- ❑ vérifier le produit de polynômes en substituant des nombres aux variables
- ❑ repérer et expliquer des erreurs dans la solution d'une multiplication de polynômes

Introduction

Les tuiles sont un excellent moyen de représenter un concept théorique. Mais ce n'est pas nécessairement une méthode rapide ni pratique à utiliser! Le but de l'utilisation des tuiles est de t'aider à visualiser et à comprendre comment multiplier des polynômes. La prochaine étape consiste à appliquer cette notion à une situation symbolique. Cette leçon t'aidera à appliquer les notions que tu as apprises en travaillant avec les tuiles et à t'en servir pour développer une stratégie qui peut être appliquée à la multiplication d'expressions polynomiales.

La multiplication de binômes

L'utilisation d'un modèle d'aire pour représenter la multiplication de binômes

Si on te demande de multiplier 12×34 sans utiliser de calculatrice, quelle stratégie suivras-tu? Fais cette multiplication!

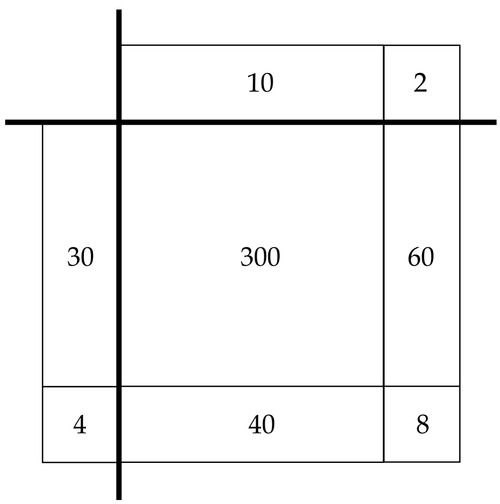
Il y a fort à parier que tu as pris un crayon et écrit la multiplication comme suit :

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 34 \\ \hline \end{array}$$

et commencé à multiplier 4 par 2, puis 4 par 1, écrit 0 sous le 8 et multiplié 3 par 2 et 3 par 1. As-tu obtenu 408 quand tu as combiné les deux rangées? Si oui, tu as bien appliqué une stratégie de distributivité – en multipliant le 4 par les deux chiffres de 12 (1 et 2), et en multipliant 3 par les deux chiffres de 12. Le zéro que tu as écrit sous le 8 était pour indiquer qu'en réalité, tu as multiplié le 12 par 30, et pas seulement par 3. Pour simplifier ta réponse, tu as ensuite combiné 48 et 360 en additionnant 8 et 0 dans la colonne des unités; tu as additionné 40 et 60 dans la colonne des dizaines et reporté le 1 dans la colonne des centaines; tu as écrit un zéro dans la colonne des dizaines; et enfin, tu as additionné 100 et 300 pour un total de 408.

Cette stratégie est similaire à celle qui t'a probablement servi quand tu as multiplié les tuiles des polynômes et écrit les étapes de ta solution dans la dernière leçon.

Visualise cette opération en utilisant un modèle d'aire comme celui-ci :



Remarque que les dimensions des cases le long des axes permettent de distinguer les dizaines des unités, mais leur grandeur n'a rien à voir avec la quantité ou la valeur en question.

Note que le modèle d'aire donne les mêmes produits partiels que tu as obtenus par l'autre méthode : 300 + 60 + 40 + 8 = 408.

On peut aussi utiliser cette méthode avec des polynômes.

Un exemple de l'utilisation du modèle d'aire te serait sans doute utile sur ta fiche-ressource.

Exemple 1

Illustre le produit de $(2x + 3)(x + 2)$ à l'aide du modèle d'aire. Simplifie la solution.

Solution :

	$2x$	3
x	$2x^2$	$3x$
2	$4x$	6

$(2x + 3)(x + 2)$
$= 2x^2 + 3x + 4x + 6$
$= 2x^2 + 7x + 6$

À noter que les dimensions des cases le long des axes permettent de distinguer les variables des constantes, mais leur grandeur n'a rien à voir avec la quantité ou la valeur en question.

Ce qui est bien de ce modèle d'aire quand on veut illustrer la multiplication de polynômes, c'est qu'on peut facilement l'adapter pour représenter différentes variables, et qu'on peut inclure des valeurs négatives.

Exemple 2

Illustre $(m - 4)(m - 3)$ à l'aide du modèle d'aire et trouve le produit.

Solution :

$(m - 4)(m - 3)$

	m	-4
m	m^2	$-4m$
-3	$-3m$	$+12$

$(m - 4)(m - 3)$
$= m^2 - 4m - 3m + 12$
$= m^2 - 7m + 12$

N’oublie pas d’appliquer tes connaissances sur les valeurs positives et négatives quand tu multiplies et tu simplifies.

$(+)(+) = (+)$

$(–)(–) = (+)$

$(+)(–) = (–)$

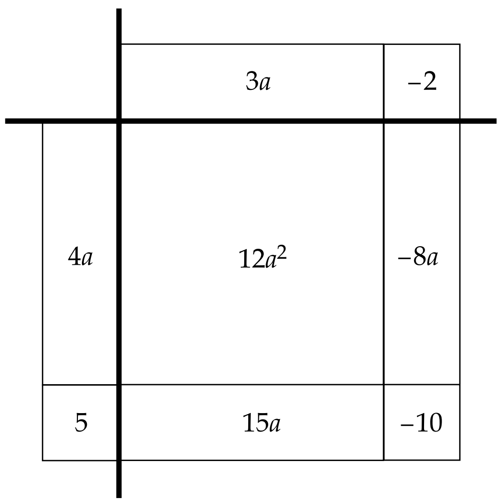
$(–)(+) = (–)$

Exemple 3

Illustre $(3a – 2)(4a + 5)$ à l’aide du modèle d’aire et trouve le produit.

Solution :

$(3a – 2)(4a + 5)$



$(3a – 2)(4a + 5)$

$= 12a^2 – 8a + 15 – 10$

$= 12a^2 + 7a – 10$

Rappelle-toi de multiplier les coefficients ainsi que les variables.

$(3a)(4a)=12a^2$

Quand tu simplifies, combine les termes semblables avec des coefficients positifs et négatifs. Regarde lesquels sont les plus nombreux (positifs ou négatifs) et utilise le signe correspondant pour la réponse.

$(15) + (–8) = +7$

Si tu combines quinze positifs avec huit négatifs, tu as plus de positifs que de négatifs. Combien de plus? Sept.

La multiplication de binômes

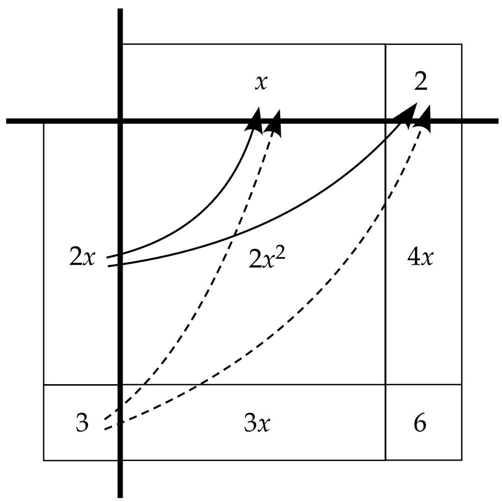
L'utilité des diagrammes avec tuiles et du modèle d'aire est de te donner des outils concrets ou imagés pour voir comment fonctionne la multiplication de binômes. Comme pour tout autre outil ou stratégie, tu peux t'en servir tant qu'ils sont utiles et pratiques. Le but visé est d'utiliser ces stratégies jusqu'à ce que tu comprennes comment et pourquoi fonctionnent les concepts qu'elles illustrent, puis de les mettre de côté pour passer à des représentations symboliques. Au bout du compte, le fait de pouvoir multiplier des binômes sans l'aide d'un diagramme te permettra de travailler plus rapidement.

Ces modèles d'aire représentent un moyen formidable de démontrer comment fonctionne symboliquement la propriété de distributivité appliquée dans la multiplication de binômes.

Exemple 4

Multiplie $(x + 2)\ (2x + 3)$ à l'aide du modèle d'aire.

Solution :



$$(x + 2)(2x + 3)$$
$$= 2x^2 + 4x + 3x + 6$$
$$= 2x^2 + 7x + 6$$

Les flèches dans le modèle d'aire montrent que les deux termes dans le facteur le long de l'axe vertical sont multipliés avec chacun des termes le long de l'axe horizontal.

On peut également illustrer cette opération à l'aide de flèches et des deux binômes.

Le produit est simplifié de la même façon, simplement en combinant les termes semblables.

En multipliant les expressions $(x + 2)(2x + 3)$, les deux termes du premier binôme ont été multipliés par, ou distribués entre, les deux termes du deuxième binôme.

$$(x + 2)(2x + 3) = x(2x + 3) + 2(2x + 3)$$ (la propriété de distributivité)

La propriété de distributivité de la multiplication et la méthode PIED

La **propriété de distributivité de la multiplication** veut que : $a \times (b + c) = ab + ac$.

$$a(b + c) = ab + ac$$

Si tu substitues des valeurs aux variables a, b et c, tu peux voir que cet énoncé est vrai.

Il serait bon d'inclure sur ta fiche-ressource la définition de la propriété de distributivité de la multiplication.

Par exemple, si $a = 2$, $b = 5$ et $c = 3$

$a \times (b + c)$ =	$ab + ac$
$2(5 + 3)$	$2 \times 5 + 2 \times 3$
$2(8)$	$10 + 6$
16	16

Le côté gauche de l'équation est égal au côté droit, donc la définition de la propriété de distributivité est vraie.

Quand cette propriété est appliquée à la multiplication de binômes, tu dois répéter les étapes, en distribuant ou multipliant les deux termes du premier binôme par les deux termes du deuxième binôme. Essaie toujours de simplifier en combinant les termes semblables autant que possible.

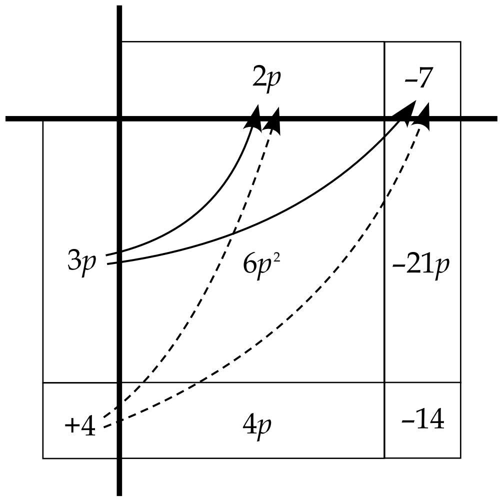
$$(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$$

Exemple 5

Multiplie $(2p - 7)(3p + 2)$. Illustre le produit à l'aide d'un modèle d'aire et montre comment s'applique la propriété de distributivité.

Solution :

$(2p - 7)(3p + 2)$



$$(2p - 7)(3p + 2)$$
$$= 6p^2 - 21p + 4p$$
$$= 6p^2 - 17p - 14$$

Un acronyme qui peut être utilisé pour t'aider à mémoriser l'ordre de distribution dans la multiplication de binômes est **P.I.E.D.**, qui signifie :

Premier

Intérieur

Extérieur

Dernier

Tu aurais avantage à inclure cet acronyme sur ta fiche-ressource.

Exemple 6

Multiplie $(4x - 1)(x + 3)$ en appliquant la propriété de distributivité, ou PIED, et montre comment le résultat correspond au diagramme d'après un modèle d'aire.

Solution :

Multiplie le premier terme dans chaque binôme.

$$(4x - 1)(x + 3) = 4x^2$$

Multiplie les deux termes intérieurs.

$$(4x - 1)(x + 3) = -x$$

Multiplie les deux termes extérieurs.

$$(4x - 1)(x + 3) = 12x$$

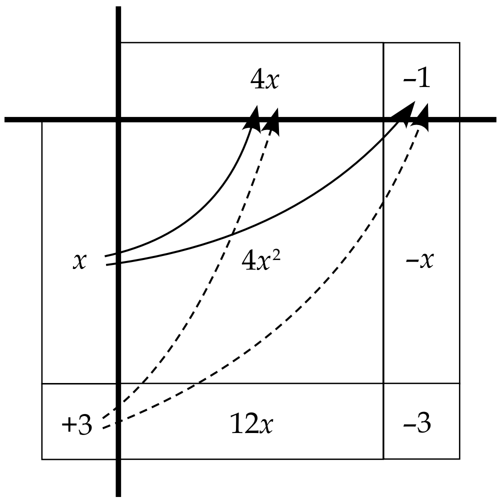
Multiplie le dernier terme de chaque binôme.

$$(4x - 1)(x + 3) = -3$$

Ensuite, simplifie le produit en combinant les termes semblables.

$$4x^2 - x + 12x - 3 = 4x^2 + 11x - 3$$

On peut représenter graphiquement l'opération à l'aide du modèle d'aire.



$$\begin{aligned}&(4x - 1)(x + 3)\\ &= 4x^2 - x + 12x - 3\\ &= 4x^2 + 11x - 3\end{aligned}$$

Si tu compares les produits à l'intérieur du modèle d'aire par rapport aux produits de chaque étape ci-dessus, tu remarqueras qu'ils sont les mêmes.

Exemple 7

Multiplie $(x - 4)(3x + 7)$, par la méthode PIED.

Illustre le produit à l'aide du modèle d'aire. Montre les étapes symboliquement et simplifie la réponse.

Solution :

Modèle d'aire :

	x	-4
$3x$	$3x$	$-12x$
$+7$	$7x$	-28

Méthode PIED :

Premier : $(x)(3x) = 3x^2$
Intérieur : $(-4)(3x) = -12x$
Extérieur : $(x)(7) = 7x$
Dernier : $(-4)(7) = -28$
Simplification : $3x^2 - 5x - 28$

$(x - 4)(3x + 7)$

$= 3x^2 - 12x + 7x$
$= 3x^2 - 5x - 28$

Exemple 8

Simplifie $(x - 5)^2$.

Solution :

Fais attention de ne pas te laisser tromper par l'exposant 2. Dans le deuxième module, on te demandait de simplifier des expressions qui ressemblaient à celle-ci mais qui étaient en réalité différentes!

Module 2 $(5x)^2$	Module 6 $(x - 5)^2$
L'exposant 2 signifie qu'il faut multiplier la base par elle-même, ce qui donne :	
$= (5x)(5x)$	$(x - 5)(x - 5)$

Dans l'exemple ci-dessus du module 2, il s'agit de distribuer le 2 à chaque base à l'intérieur des parenthèses.

Distribue : $= 5^2x^2$
$= 25x^2$

Multiplie : $= 5 \times x \times 5 \times x$
$= 25x^2$

Dans l’exemple du module 6, tu n’obtiendras pas le même résultat :

Distribue : $= (x^2 - 5^2)$
$= x^2 - 25$

Multiplie : $= (x - 5)(x - 5)$
$= x^2 - 5x - 5x + 25$
$= x^2 - 10x + 25$

Les réponses sont très différentes!

Si on remplace $x = 1$ pour vérifier :

$= (1)^2 - 25$
$= -24$

$= (1)^2 - 10(1) + 25$
$= 1 - 10 + 25 = 16$

Tu obtiens la bonne réponse seulement quand tu multiplies parce que c’est la définition d’un exposant (multiplier la base par elle-même “x” fois, selon le chiffre de l’exposant).

Par conséquent, $(x - 5)^2 = (x - 5)(x - 5) = x^2 - 5x - 5x + 25 = x^2 - 10x + 25$

Tu devrais noter cette différence sur ta fiche-ressource. N’oublie pas qu’un exposant signifie une multiplication répétée et non pas une distribution.

Bien que le modèle d’aire puisse être adapté pour représenter le produit de la multiplication de n’importe quels polynômes (polynôme × polynôme), la méthode PIED est une stratégie de multiplication qui ne fonctionne qu’avec les facteurs de multiplication qui sont des binômes (binôme x binôme). Pour les questions relatives à la multiplication d’autres polynômes, applique le même principe en te servant de la propriété de distributivité. Multiplie chaque terme du premier polynôme par chaque terme du deuxième polynôme et simplifie ta réponse.

Exemple 9

Multiplie $(x - y)(x^2 + 3xy - y^2)$

Solution :

$$(x - y)(x^2 + 3xy - y^2)$$

Multiplie le premier terme du binôme par chacun des termes du trinôme puis fais de même avec le deuxième terme du binôme et chacun des termes du trinôme. Simplifie en combinant les termes semblables.

$$= x^3 + \overbrace{3x^2y - \underbrace{xy^2 - x^2y - 3xy^2}_{\text{termes semblables}}}^{\text{termes semblables}} + y^3$$

$$= x^3 + 2x^2y - 4xy^2 + y^3$$

Assure-toi que les variables des termes de la réponse finale sont en ordre alphabétique et en ordre décroissant de la puissance de la première variable (x pour cet exemple).

	x^2	$3xy$	$-y^2$
x	x^3	$3x^2y$	$-xy^2$
$-y$	$-x^2y$	$-3xy^2$	$+y^3$

$$x^3 + 3x^2y - xy^2 - x^2y - 3xy^2 + y^3 = x^3 + 2x^2y - 4xy^2 + y^3$$

Les tuiles, le modèle d'aire, la propriété de distributivité, la méthode PIED – comment savoir quelle méthode utiliser, et quand?

Tu peux te servir de la stratégie avec laquelle tu te sens le plus à l'aise, à la condition qu'elle soit adaptée à la question. Les tuiles ne fonctionnent que quand tous les termes sont positifs, et la méthode PIED n'est appropriée que quand tu multiplies deux binômes. Le modèle d'aire fonctionne pour tous les cas où on multiplie deux expressions, et la propriété de distributivité peut être appliquée à n'importe quelle multiplication de polynômes. Dans tous les cas, il faut toujours simplifier la réponse finale en combinant les termes semblables.

Si tu as de la difficulté à te rappeler quelle stratégie utiliser dans tel ou tel contexte, tu voudras peut-être inscrire cette information sur ta fiche-ressource (en abrégé).

La vérification des solutions

Pour vérifier ta solution à une question de multiplication de binômes, tu peux substituer une valeur à la variable de la question originale et dans ta solution afin de déterminer si tu obtiens le même résultat.

Exemple 10

Vérifie que $(2x + 3)(x + 2)$ est égal à $2x^2 + 7x + 6$.

Solution :

Choisis une valeur de x qui serait facile à manipuler et substitue-la dans les expressions.

$x = 1$

$(2(1) + 3)(1 + 2)$

$= (2 + 3)(3)$

$= 5 \times 3$

$= 15$

Compare ce résultat à celui $2x^2 + 7x + 6$ après avoir substitué la même valeur de x .

$2(1)^2 + 7(1) + 6$

$= 2 + 7 + 6$

$= 15$

$15 = 15$

Les deux résultats sont identiques.

Activité d'apprentissage 6.2

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Au bureau où ton père travaille, il y a un tapis formé de carrés. Chaque carré mesure 2 pieds sur 2 pieds. Si le poste de travail de ton père comprend 5 carrés de longueur et 5 carrés de largeur, quelle est la superficie de son poste de travail en pieds?
2. Trouve la valeur de $\sqrt{2^{-4}}$.
3. 1 verge^3 équivaut à combien de pieds^3?
4. Quel est le domaine de la fonction $f(x) = x + 4$?
5. Un paquet de 3 tablettes de chocolat coûte 4,00 $. Jenny dépense 20 $ en tablettes de chocolat. Combien de tablettes a-t-elle achetées?
6. J'ai 9 lettres dans mon nom. Est-il possible que la moitié de ces lettres soient des voyelles?
7. Quel est le PPCM de 3 et 5?
8. Évalue $\frac{6}{5} + \frac{2}{3}$.

Partie B – La multiplication de polynômes

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Simplifie chaque produit. Montre les étapes de façon imagée et symbolique.
   a) $(5x + 3)(x + 2)$
   b) $(4h - 5)(-3h + 7)$
   c) $(x^2 - x)(x + 2)$
   d) $(x + y)(x^2 + 2x - 1)$

suite

Activité d'apprentissage 6.2 (suite)

2. Simplifie chaque produit et vérifie ta solution.
   a) $(2x - 1)^2$
   b) $(x + 3)^3$ (CONSEIL : Écris la multiplication de la même façon qu'en a), puis multiplie seulement deux polynômes ensemble à la fois).
3. Simplifie $(x + y + z)^2$.
4. Après avoir simplifié le produit de $(x + 4)(x - 2)$, Rita a obtenu $x^2 - 8$.

   Trouve et explique son erreur, et montre comment la corriger. (Comme tu as fait dans le module 2, si tu ne peux pas voir l'erreur, essaie de résoudre la question, puis compare ta réponse à celle de Rita.)
5. Multiplie les polynômes suivants.

   a) $\left(2x^2y\right)\left(3xy^2\right)$
   b) $\left(\frac{-2}{3}a^3b\right)\left(-6ab^3\right)$
   c) $\left(3x^2\right)\left(4x^3\right)\left(5x^4\right)$
   d) $2x(x+1)$
   e) $\left(-2x^2\right)\left(x^3+3x^2-x\right)$
   f) $\left(-3-5p+9p^2\right)\left(-2p\right)$
   g) $(x+1)(x+2)$
   h) $(2x-4)\left(3x^2+x-2\right)$
   i) $(2x-3y)(3x+y)$
   j) $(x-2y)\left(x^2+xy-4y^2\right)$
   k) $(3x-2)^2$
   l) $(a+b-c)(a-b+c)$
   m) $(x+3)\left(x^2-3x+9\right)$
   n) $\left(1-2x+x^2\right)(1+3x)$

Résumé de la leçon

Cette leçon t'a fourni des occasions d'appliquer tes connaissances sur la multiplication de polynômes à l'aide de tuiles et la multiplication de nombres à 2 chiffres pour faire des multiplications de binômes et d'expressions de plus de 2 termes. Tu as utilisé le modèle d'aire et la propriété de distributivité pour multiplier des polynômes et simplifier les solutions en combinant des termes semblables. Tu as appris comment vérifier tes réponses et tu t'es exercé à trouver les erreurs de solutions et à les corriger.

Dans la prochaine leçon, tu verras l'opération opposée de la multiplication et tu apprendras à trouver les facteurs d'un polynôme, à partir de leur produit. Pour y arriver plus facilement, il est essentiel de savoir comment multiplier des binômes. La meilleure façon de devenir habile dans ces opérations est de t'exercer!

Voilà pourquoi tu trouveras à la page suivante des questions additionnelles sur la multiplication de binômes. Tu n'as pas à envoyer les réponses à ces questions à la Section de l'enseignement à distance. Les solutions sont fournies dans le corrigé des activités d'apprentissage pour que tu puisses vérifier et corriger ton travail.

Notes

Questions d'exercice série A

1. $(x + 6)(x + 4)$
2. $(x - 1)(x + 7)$
3. $(x - 10)(x + 6)$
4. $(x + 2)(x + 3)$
5. $(x - 4)(x + 1)$
6. $(x - 1)(x - 5)$
7. $(x - 3)(x - 1)$
8. $x(x - 4)$
9. $(x - 3)(x + 2)$
10. $(x - 5)(x + 3)$
11. $(2x - 1)(x + 1)$
12. $(x - 7)(x - 3)$
13. $(x + 6)(x + 8)$
14. $(x + 9)(x + 6)$
15. $(x + 9)(x + 3)$
16. $(x + 9)(x - 3)$
17. $(x + 5)(x + 3)$
18. $(x + 5)(x - 3)$
19. $(2x + 1)(x + 3)$
20. $(2x + 1)(x - 3)$

Questions d'exercice série B

1. $(x + 2)(x + 3)$
2. $(x - 2)(x - 3)$
3. $(x - 2)(x + 3)$
4. $(x + 2)(x - 3)$
5. $(x + 1)(x + 6)$
6. $(x - 1)(x - 6)$
7. $(x + 1)(x - 6)$
8. $(x - 1)(x + 6)$
9. $(x + 3)(x + 4)$
10. $(x - 3)(x - 4)$
11. $(x - 3)(x + 4)$
12. $(x + 3)(x - 4)$
13. $(x + 1)(x + 12)$
14. $(x - 1)(x - 12)$
15. $(x + 1)(x - 12)$
16. $(x - 1)(x + 12)$
17. $(x + 2)(x + 6)$
18. $(x - 2)(x - 6)$
19. $(x - 2)(x + 6)$
20. $(x + 2)(x - 6)$

Notes

Devoir 6.2

Multiplication de polynômes

Total : 26 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Simplifie chaque produit. Montre les étapes suivies.

   a) $(x - 5)(x + 9)$ *(2 points)*

   b) $(6y - 7)(4y + 8)$ *(2 points)*

c) $(x^2 + 3)(x^2 + 2)$ *(2 points)*

d) $(m + n)(3m^2 - 5mn - 2n^2)$ *(2 points)*

2. Simplifie et vérifie tes réponses.

a) $(-x^2 + x)(7x^2 + 3x - 9)$ *(4 points)*

b) $(x - 10)^2$ *(4 points)*

3. Comme réponse à $(x + 3)^2$, Ronald a donné $x^2 + 9$. Trouve son erreur et explique-la, puis montre comment la corriger. *(4 points)*

(Grille de solutions pour la question no. 4)

Écris les lettres dans la case appropriée de la grille ci-dessous pour montrer l'ordre des morceaux du casse-tête complété.

4. Ces 12 morceaux d’un casse-tête de multiplication de binômes vont ensemble dans un arrangement de 4 × 3. Découpe chaque morceau, résous la multiplication de binômes et arrange les pièces de sorte que chaque produit soit placé à côté des facteurs correspondants. Quand tu auras terminé, écris dans la grille à la page précédente l’ordre des lettres indiquées sur les morceaux. Note : Les questions/réponses le long du bord extérieur du casse-tête complété ne correspondront pas à une solution. *(6 points – 1/2 point chaque morceau)*

$x^2 - 4$ $(x^2 + 3)(x^2 + 4)$ **S** $x^2 + 10x + 24$ $x^2 + 5x + 4$	$x^2 + 2xy + y^2$ $(x + 6)(x + 4)$ **B** $x^2 + 9x + 18$ $x^2 - 100$	$(x - 9)(x + 9)$ $(x + 3)(x + 6)$ **F** $x^2 + 8x + 15$ $x^2 + 4x + 4$
$(x - 11)(x + 11)$ $(x + 6)(x + 3)$ **W** $x^4 + 7x^2 + 12$ $(x + 6)(x + 8)$	$x^2 + 5x + 4$ $(x + 5)(x + 3)$ **Q** $x^2 + 10x + 21$ $(x - 2)(x + 3)$	$x^2 + 10x + 25$ $(x + 7)(x + 3)$ **P** $x^2 + 9x + 18$ $(x^2 + 3)(x^2 + 3)$
$x^2 + 14x + 48$ $(x - 3)(x + 3)$ **H** $(x - 12)(x + 12)$ $(x + 4)(x + 1)$	$(x + 4)(x + 1)$ $x^2 - 144$ **K** $x^2 + 15x + 54$ $(x + 5)^2$	$x^4 + 6x^2 + 9$ $(x + 6)(x + 5)$ **T** $x^2 + 12x + 27$ $(x - 2)(x + 2)$
$x^2 + x - 6$ $(x + 8)(x + 3)$ **M** $x^2 + 11x + 30$ $x^2 - 121$	$(x - 10)(x + 10)$ $(x + 9)(x + 6)$ **J** $x^2 - 9$ $x^2 - 81$	$(x + 2)(x + 2)$ $(x + 3)(x + 9)$ **V** $x^2 + 11x + 24$ $(x + y)^2$

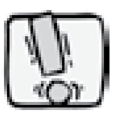
Notes

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ déterminer les facteurs (diviseurs) communs dans les termes d'un polynôme
- ❑ décomposer des trinômes en facteurs et indiquer le processus de façon imagée et symbolique
- ❑ vérifier les facteurs d'un polynôme en les multipliant
- ❑ exprimer un polynôme sous forme de facteurs, comme le produit de ses facteurs
- ❑ repérer et expliquer des erreurs dans la factorisation de polynômes

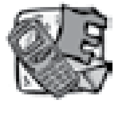
Introduction



Quand tu apprends à conduire, il est important que tu puisses également apprendre à reculer en voiture. Savoir comment multiplier des polynômes, c'est comme avancer en voiture, et faire une factorisation (décomposition en facteurs), c'est comme conduire à reculons. Dans cette leçon, tu apprendras comment illustrer la factorisation de polynômes au moyen de tuiles. Tu utiliseras les tuiles pour trouver des facteurs (diviseurs) communs et pour factoriser des trinômes, et tu écriras les solutions sous forme symbolique.

Comment effectuer une factorisation?

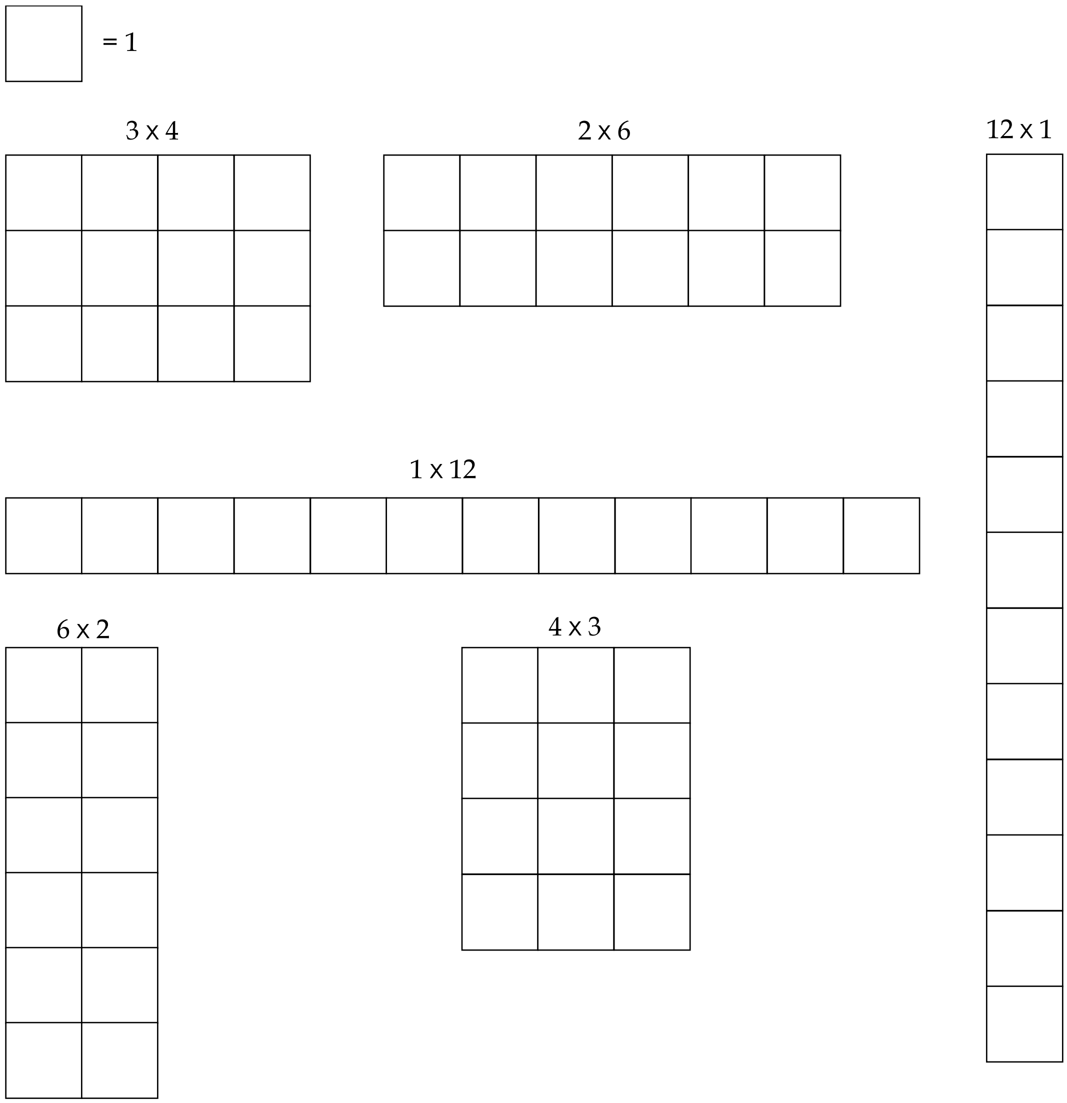
Dans les deux dernières leçons, tu as utilisé le terme « facteur » pour indiquer les deux (ou plusieurs) expressions que tu multiplies ensemble pour trouver le « produit » ou réponse. Dans cette leçon, tu partiras du produit pour tenter de trouver les facteurs qui, multipliés ensemble, donneront ce produit.



Avant de poursuivre, il serait bon de te rappeler que ton tuteur ou correcteur est là pour t'aider, si tu en as besoin. Un grand nombre d'élèves ont de la difficulté avec la factorisation, donc si tu trouves cette matière embêtante, tu n'es pas le seul dans ce cas. Le fait de travailler avec ton partenaire d'études peut aussi être très utile, alors n'hésite pas à lui demander de t'aider à faire quelques exemples si tu en as besoin.

La factorisation à l’aide de tuiles

Si on te donne 12 tuiles représentant l’unité (1), tu peux les disposer en forme de rectangle de plusieurs façons différentes.



Les dimensions des rectangles, lorsqu’elles sont multipliées, te donnent l’aire (la surface), qui égale 12 unités carrées.

$3 \times 4 = 12$

$2 \times 6 = 12$

$1 \times 12 = 12$

Ces dimensions représentent une paire de facteurs qui, multipliés ensemble, donnent un produit égal à 12.

Tu remarqueras dans les diagrammes que certains arrangements et dimensions sont les mêmes.

12 sur 1 et 1 × 12 représentent la même figure, mais avec une rotation.

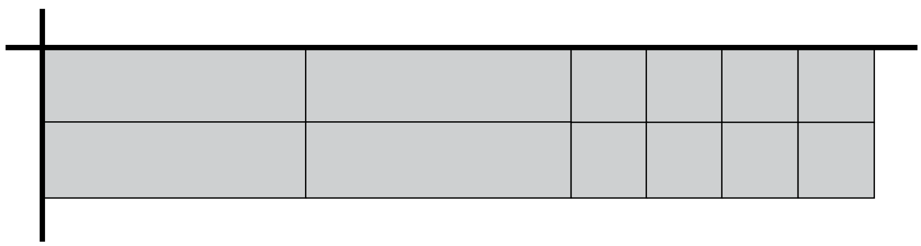
Certains arrangements expriment une approximation plus proche du carré, alors que d'autres ont une forme rectangulaire beaucoup plus allongée.

La même notion s'applique aux représentations de polynômes à l'aide de tuiles.

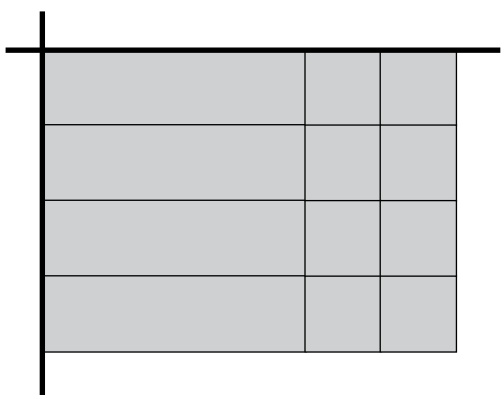
Exemple 1

Arrange des tuiles de $4x + 8$ en un rectangle et détermine ses paires de facteurs.

Solution :

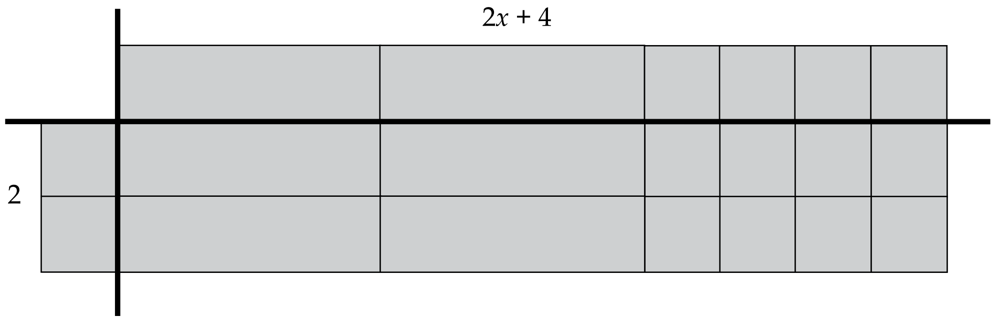


ou

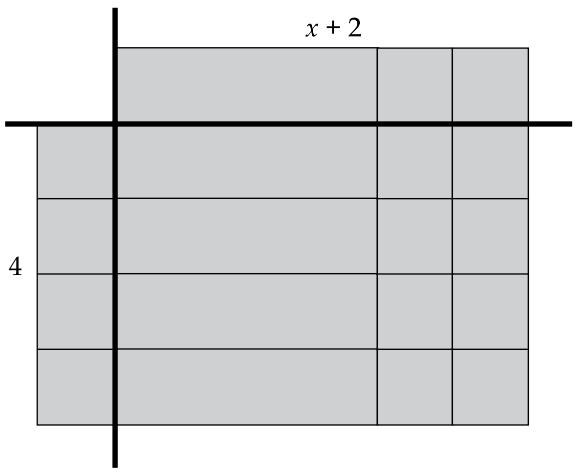


Il y a deux arrangements rectangulaires possibles de ces tuiles. Remarque que les tuiles de formes semblables sont regroupées ensemble quand c'est possible.

Maintenant, détermine quelles tuiles peuvent être placées le long des axes pour donner ce produit ou cette aire.



ou



Les paires de facteurs qui donnent le produit de $4x + 8$ sont :

$(2)(2x + 4)$ ou $(4)(x + 2)$

Utilise la propriété de distributivité de la multiplication pour vérifier si les facteurs sont corrects.

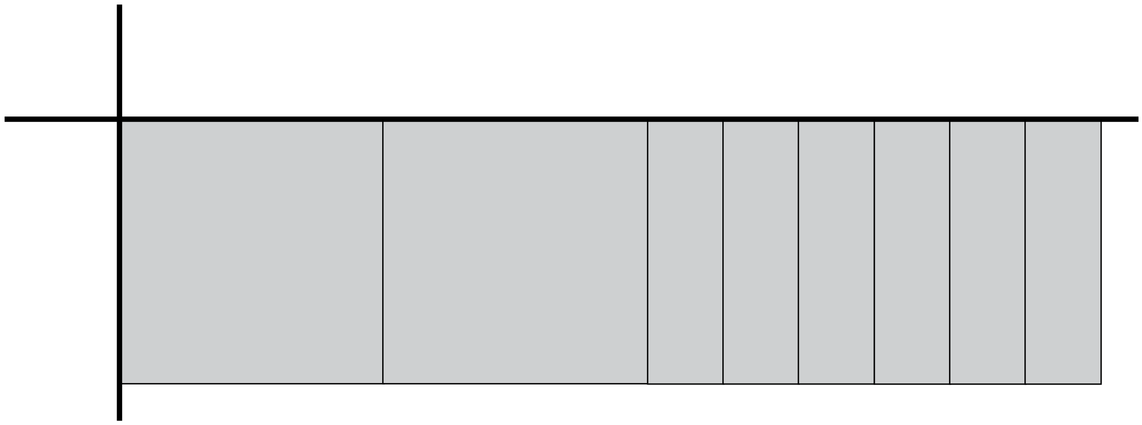
$(2)(2x + 4) = 4x + 8$

$(4)(x + 2) = 4x + 8$

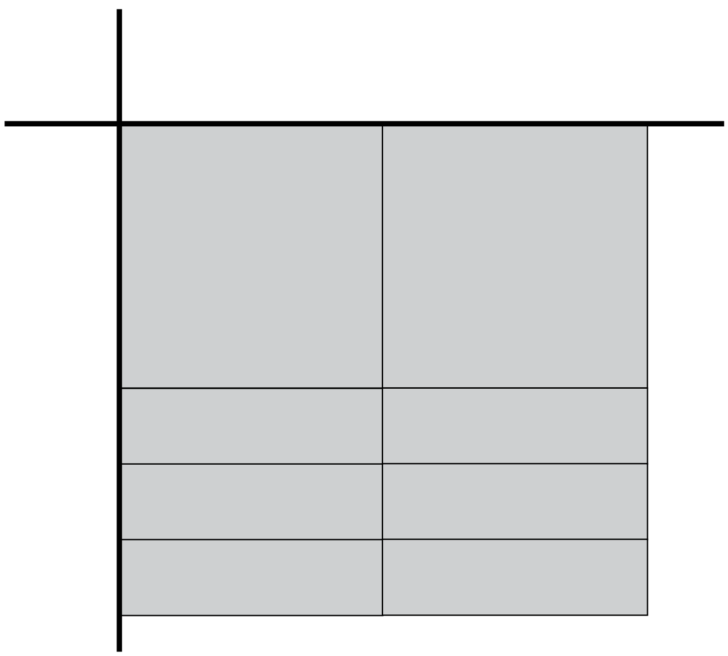
Exemple 2

Arrange des tuiles de $2x^2 + 6x$ en un rectangle et détermine ses facteurs.

Solution :

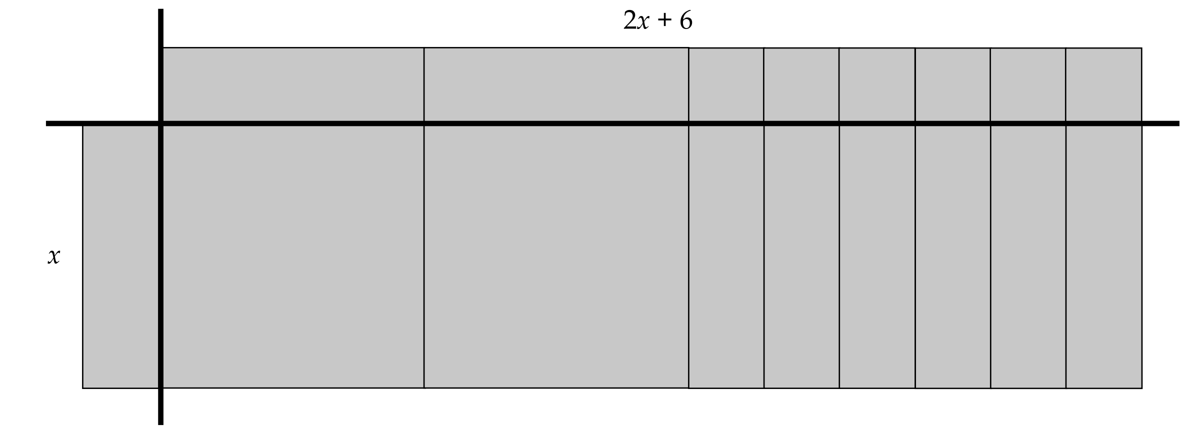


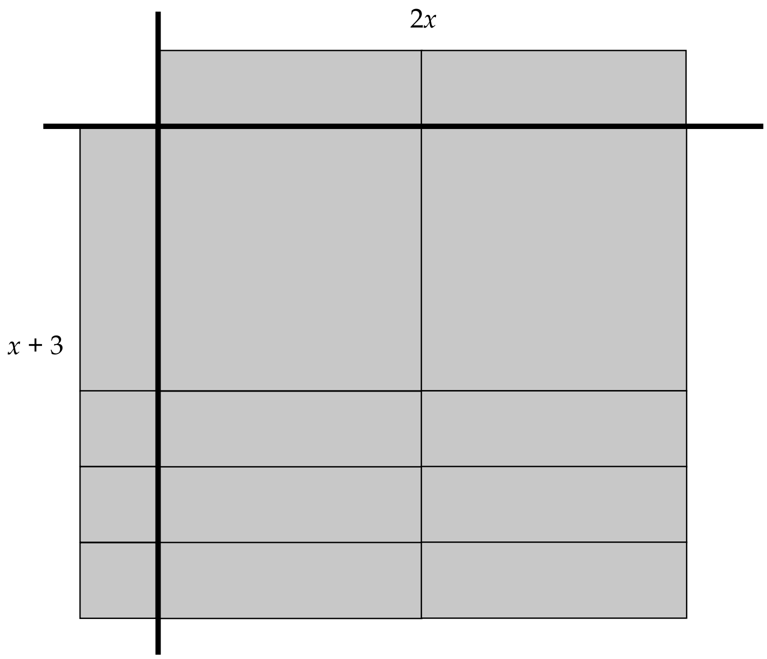
ou



Deux arrangements uniques possibles sont montrés.

Maintenant, détermine quelles tuiles peuvent être placées le long des axes pour produire l'aire montrée.





$(x)(2x + 6)$ et $(2x)(x + 3)$ sont deux paires de facteurs qui, multipliés ensemble, donnent le produit de $2x^2 + 6x$.

Est-ce que l'un des deux arrangements est meilleur que l'autre?

Les deux sont corrects, mais l'arrangement qui s'approche le plus d'un carré est « meilleur » parce qu'il présente des facteurs communs des deux termes du binôme ($2x$ est un facteur de $2x^2$ et de $6x$).

Les facteurs communs

Regarde les deux termes du binôme $2x^2 + 6x$.

Qu'est-ce qu'ils ont en commun? Les deux ont la variable x, et les deux coefficients sont des nombres pairs, donc ils sont divisibles par 2. Le deuxième arrangement de tuiles de la page précédente isole ces facteurs communs, $2x$, le long d'un axe de la grille.

$$(2x)(x + 3) = 2x^2 + 6x$$

$2x$ est le plus grand facteur commun (PGFC) des deux termes du polynôme. Tu dois multiplier $(2x)$ par $(x + 3)$ pour obtenir le produit $2x^2 + 6x$.

Exemple 3

Détermine le PGFC des termes du binôme $12x^2 + 9x$ en utilisant des tuiles et indique le processus pour résoudre le problème symboliquement.

Solution :

D'après l'exemple de la page 52, tu sais que 12 tuiles carrées peuvent être disposées en tableaux de :

12×1 ou

6×2 ou

4×3

Tu dois trouver une façon de disposer 9 tuiles x le long d'un côté des tuiles carrées pour faire un rectangle. 9 est un multiple de 3, donc l'arrangement de 4 par 3 tuiles est le meilleur.

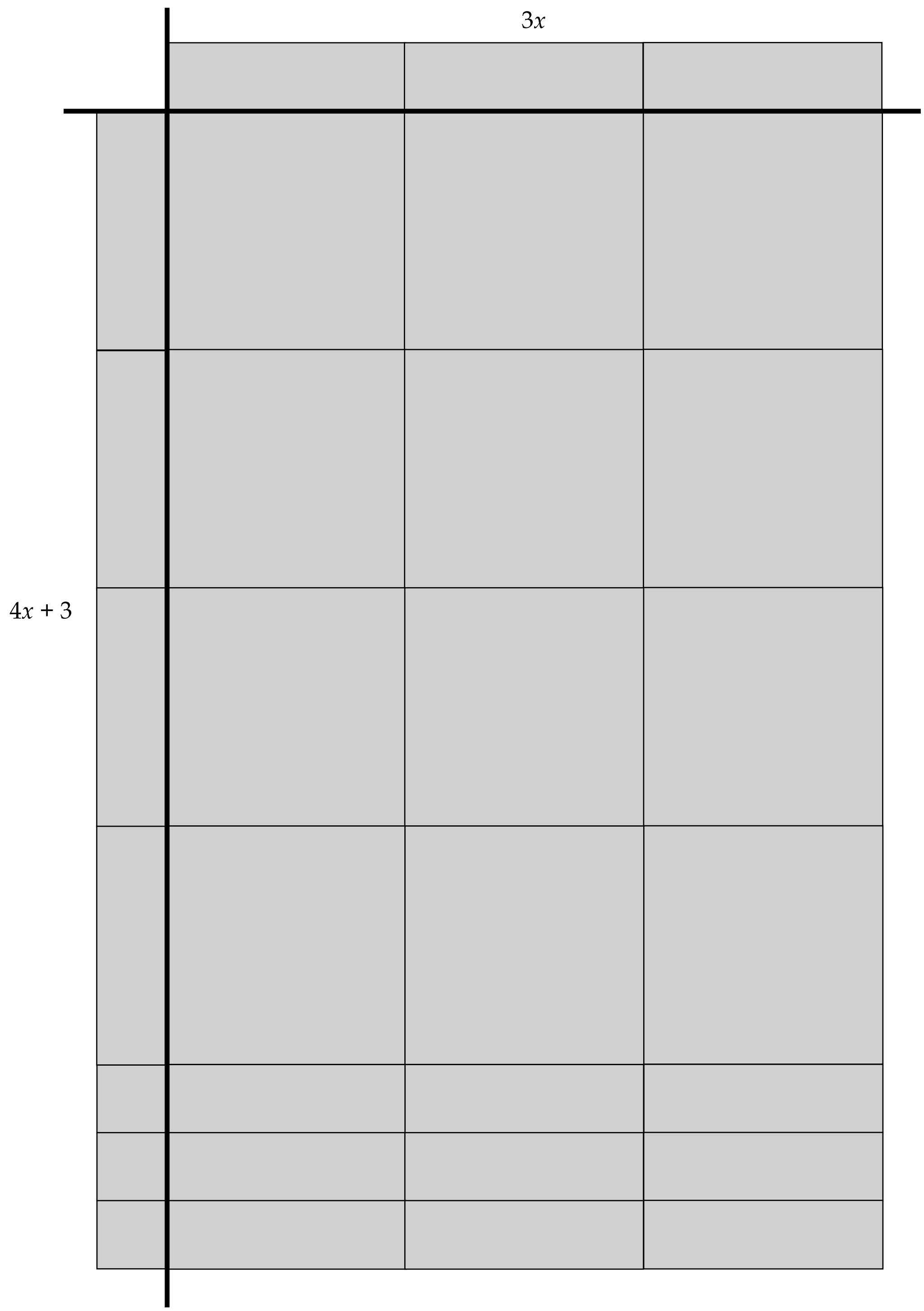
Cet arrangement est celui qui se rapproche le plus d'un carré (voir le diagramme à la page suivante). Par conséquent, le plus grand facteur commun a été isolé.

Regarde encore les deux termes du binôme.

$$12x^2 + 9x$$

Ils ont tous deux la variable x, et 12 et 9 sont tous deux divisibles par 3. Le facteur commun de ces termes est $3x$.

$$(3x)(4x - 3) = 12x^2 - 9x$$


$3x$
$4x + 3$

Exemple 4

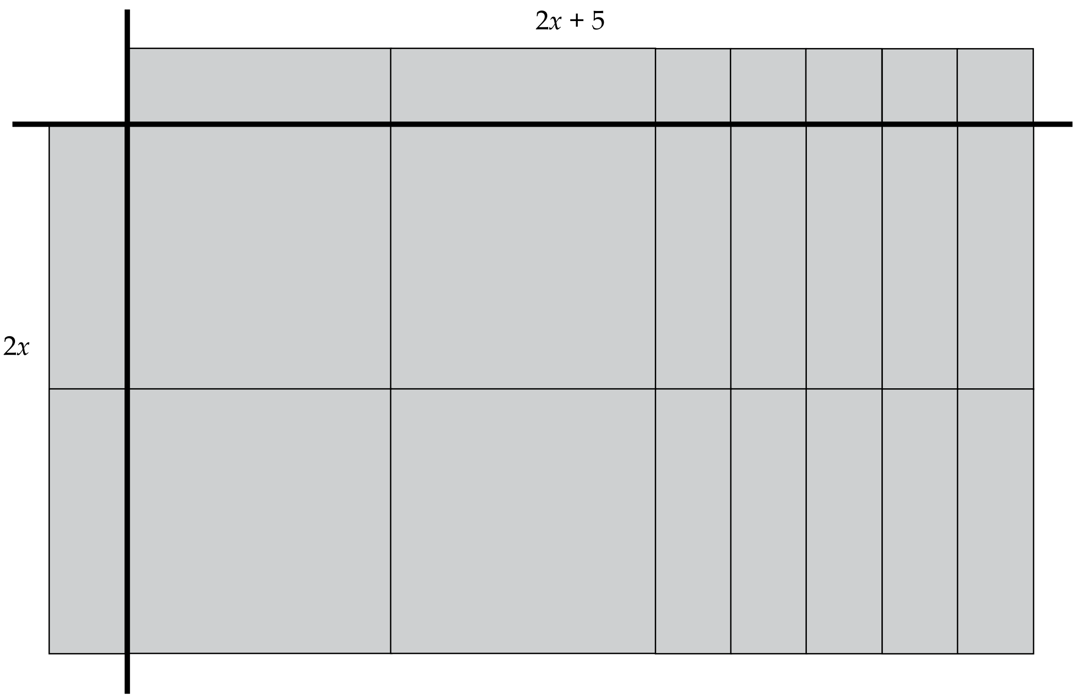
Décompose le binôme en facteurs. Utilise des tuiles pour appuyer ta réponse. Vérifie ta réponse selon la propriété de distributivité de la multiplication.

$4x^2 + 10x$

Solution :

Les termes du binôme ont $2x$ comme facteur commun. Les facteurs de ce binôme sont $(2x)(2x + 5)$.

Cet arrangement s'approche le plus d'un carré.



Vérifie : $2x(2x + 5) = 4x^2 + 10x$

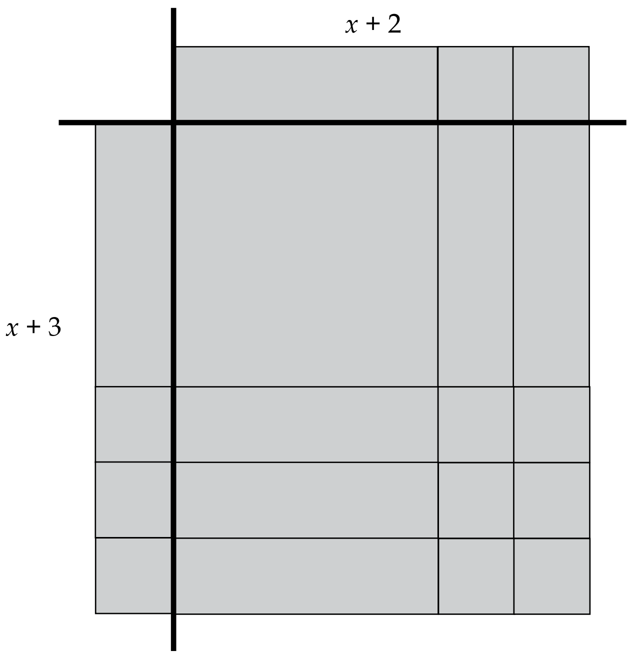
La factorisation de trinômes

Exemple 5

Arrange des tuiles en un rectangle pour représenter le trinôme $x^2 + 5x + 6$ et indique ses facteurs. Vérifie ta réponse par multiplication.

Solution :

La première étape consiste à vérifier s'il y a des facteurs communs. Comme les termes de ce trinôme n'ont pas de facteurs communs, tu devras faire des essais avec les tuiles pour tenter de trouver un arrangement rectangulaire qui fonctionne.



Vérifie :

$(x + 2)(x + 3)$

$= x^2 + 2x + 3x + 6$

$= x^2 + 5x + 6$

Les facteurs de $x^2 + 5x + 6$ sont les binômes $(x + 2)$ et $(x + 3)$.

Exemple 6

Décompose $x^2 + 8x + 12$ en facteurs et vérifie ta réponse.

Solution :

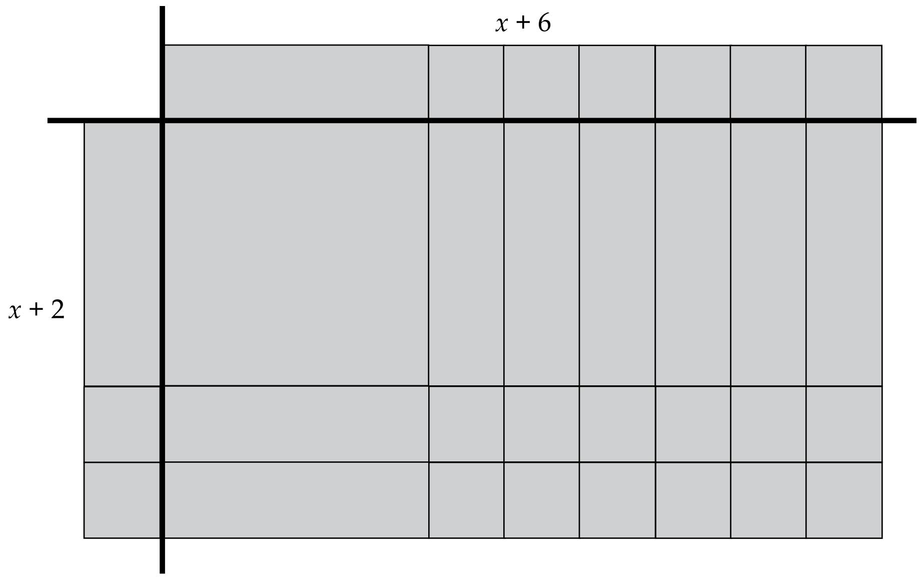
Ce trinôme compte beaucoup plus de tuiles, ce qui complique leur arrangement! Y a-t-il un raccourci pour t'aider à déterminer quel arrangement est approprié? Remarque dans l'exemple 5 que les cinq tuiles x sont disposées de façon à ce qu'il y ait 2 tuiles x placées verticalement et 3 placées horizontalement. C'est une bonne façon de disposer les 5 tuiles parce que la somme de 2 et 3 fait 5 (le coefficient de x dans le trinôme) et leur produit donne 6 (la constante dans le trinôme et le nombre de tuiles 1 (petits carrés) dont tu as besoin). Est-ce que ce motif fonctionne pour 8 et 12? Peux-tu trouver deux nombres dont la somme égale 8 et le produit donne 12? Énumère les paires de facteurs donnant un produit de 12.

$1 \times 12 = 12$

$2 \times 6 = 12$

$3 \times 4 = 12$

2 plus 6 donnent 8 et leur produit égale 12. Utilise ces résultats pour t'aider à disposer les tuiles.



Vérifie :

$(x + 6)(x +2)$

$= x^2 + 6x + 2x + 12$

$= x^2 + 8x + 12$

$x^2 + 8x + 12 = (x + 6)(x + 2)$

Note : Reconnais-tu cette sorte de question parmi celles qui ont été posées dans les activités de Calcul Mental?

Exemple 7

Décompose en facteurs $x^2 + 8x + 15$ et vérifie ta réponse par la multiplication.

Solution :

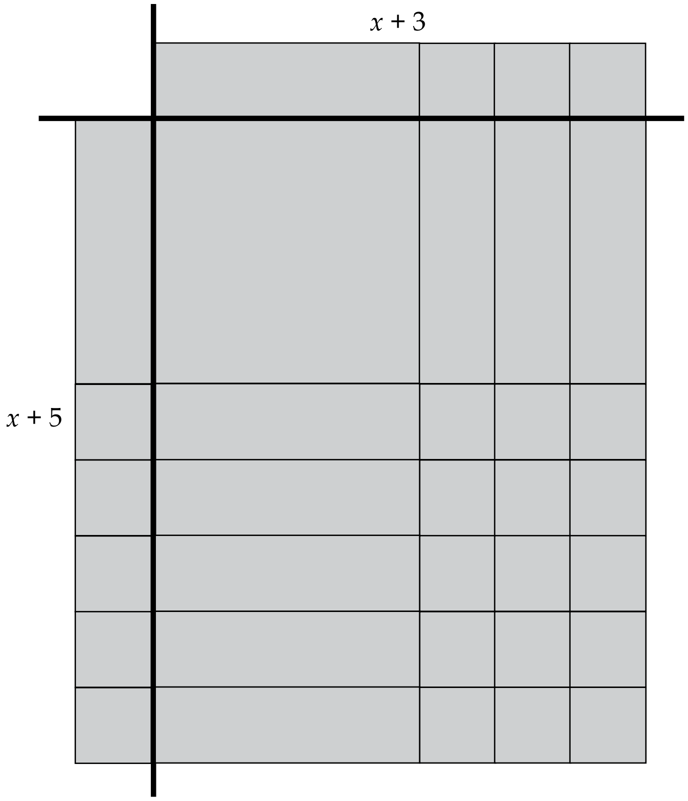
Quelle paire de facteurs de 15 donne une somme de 8?

$1 \times 15 = 15$

$3 \times 5 = 15$

De ces paires de facteurs de 15, 3 et 5 donnent une somme de 8.

Les tuiles peuvent être disposées de cette façon :



Vérifie :

$(x + 3)(x + 5)$

$= x^2 + 3x + 5x + 15$

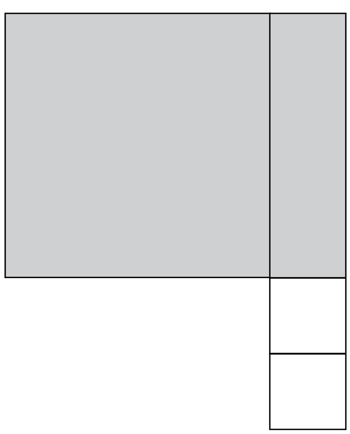
$= x^2 + 8x + 15$

$x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$

Exemple 8

Décompose en facteurs $x^2 + x - 2$ à l'aide de tuiles pour illustrer ta réponse.

Solution :



Il est impossible de faire un rectangle avec seulement les tuiles indiquées dans les termes de ce trinôme!

Alors, est-ce qu'il est impossible de décomposer ce trinôme en facteurs? Non, mais l'utilité des tuiles est limitée aux expressions ayant seulement des constantes et coefficients positifs.

Mais tu peux utiliser la même stratégie algébrique que ci-dessus.

Y a-t-il une paire de facteurs de –2 dont la somme égale +1? Pour obtenir un produit négatif, tu dois avoir un facteur positif et un facteur négatif.

$-1 \times 2 = -2$

$1 \times -2 = -2$

La somme de (-1) et (2) égale 1, donc cette paire de facteurs devrait fonctionner.

$(x - 1)(x + 2)$

Applique la méthode PIED, la propriété de distributivité ou le modèle d'aire pour vérifier les facteurs.

Méthode PIED :

$(x - 1)(x + 2)$

P I E D

$= x^2 - x + 2x - 2$

$= x^2 + x - 2$

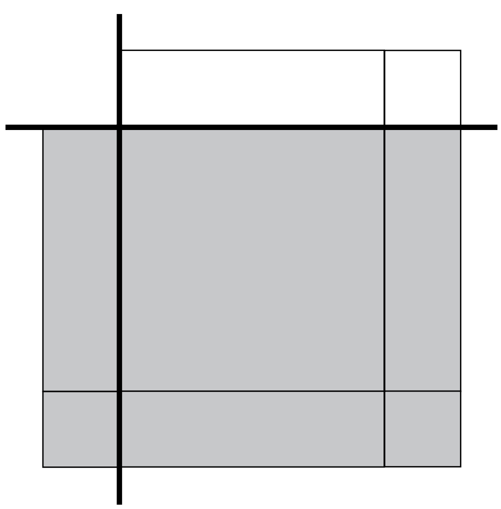
La propriété de distributivité

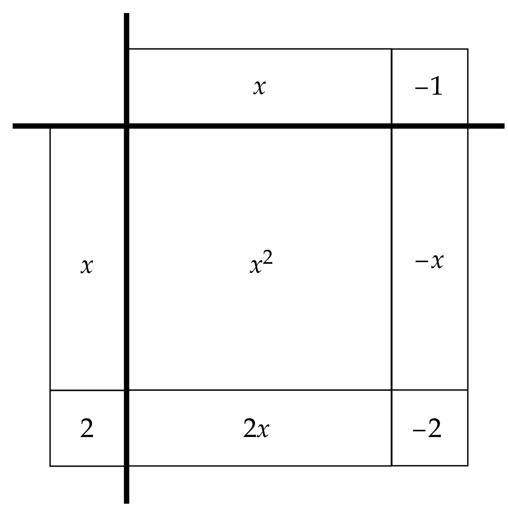
$x(x + 2) - 1(x + 2)$

$= x^2 + 2x - x - 2$

$= x^2 + x - 2$

Modèle d'aire





Exemple 9

Décompose en facteurs $x^2 - 2x - 8$

Solution :

Ce trinôme comporte des valeurs négatives, donc les diagrammes à tuiles ne sont pas appropriés.

Indique les paires de facteurs de -8 et regarde si l'une d'elles donne une somme de –2.

Les paires de facteurs de 8 sont :

1, 8

2, 4

Pour obtenir un produit négatif, tu dois multiplier un facteur positif avec un facteur négatif.

–1, +8

+1, –8

–2, +4

+2, –4

La paire de facteurs de +2 et –4 donne un produit de -8 et une somme de –2.

Les facteurs de $x^2 - 2x - 8$ sont $(x + 2)(x - 4)$

Vérifie cette réponse à l'aide de la propriété de distributivité ou du modèle d'aire.

$$(x + 2)(x - 4)$$
$$= x^2 + 2x - 4x - 8$$
$$= x^2 - 2x - 8$$

ou

	x	2
x	x^2	$2x$
-4	$-4x$	-8

Activité d'apprentissage 6.3

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Samantha a deux fois plus de robes que de chemisiers et trois fois plus de chemisiers que de pantalons. Si Samantha a 12 chemisiers, combien de pantalons a-t-elle?
2. Multiplie $(x + 2)(x + 3)$
3. Écris l'équation suivante en utilisant la notation fonctionnelle : $y - x = 25$.
4. Convertis 1 pied^2 en pouces^2.
5. La pente d'une droite égale $\frac{4}{5}$. Un point sur cette droite se trouve à (2, 3).

   Quelles sont les coordonnées d'un autre point appartenant à cette droite?
6. Heather prépare sa valise pour l'Europe. Si les dimensions de la valise sont de 1 m sur 0,8 m sur 0,25 m, quel est le volume de sa valise?
7. L'équipe A a gagné 5 parties sur les 9 dernières. L'équipe B en a gagné 4 sur les 7 dernières. Quelle équipe a gagné un plus grand pourcentage de parties?
8. Ton ami et toi voulez séparer l'addition pour le souper au restaurant. L'addition s'élève à 35,00 $. Combien devras-tu débourser pour le repas?

suite

Activité d'apprentissage 6.3 (suite)

Partie B – La factorisation de binômes et de trinômes

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Dessine un arrangement rectangulaire de tuiles pour représenter les expressions suivantes. Utilise les tuiles pour déterminer les facteurs du polynôme. Vérifie ta réponse en multipliant les facteurs.
   a) $8x^2 + 12x$
   b) $2x^2 + 6x$
   c) $12x^2 + 3x$
   d) $x^2 + x$
   e) $x^2 + 12x + 36$
   f) $x^2 + 7x + 10$
   g) $x^2 + 7x + 12$
   h) $x^2 + 7x + 6$

2. Complète le tableau suivant afin de reconnaître les régularités dans la factorisation des trinômes donnés dans les exemples 5 à 9 des pages précédentes (pages 60 à 64).

Trinôme	Coefficient de x^2	Coefficient de x	Constante	Somme des constantes des binômes	Produit des constantes des binômes	Facteurs (binômes)
$x^2 + 5x + 6$	1	5	6	$2 + 3 = 5$	$(2)(3) = 6$	$(x + 2)(x + 3)$
$x^2 + 8x + 12$	1		12	$2 + 6 = 8$		
$x^2 + 8x + 15$						$(x + 5)(x + 3)$
$x^2 + x - 2$					$(2)(-1) = -2$	
$x^2 - 2x - 8$		-2		$(-4) + 2 = -2$		

suite

Activité d'apprentissage 6.3 (suite)

3. a) Soit un trinôme de forme $ax^2 + bx + c$, où a est le coefficient de x^2, b est le coefficient de x et c est une constante. Complète le tableau suivant.

Trinôme $ax^2 + bx + c$	a	b	c	**Nomme toutes les paires de facteurs de c. Indique quels signes on doit employer pour en arriver au signe du produit**	**Nomme la paire de facteurs de c qui donne une somme de b, en tenant compte des signes donnés**	**Indique les binômes qui sont les facteurs du trinôme**
$x^2 + 4x - 21$	1	4	–21	1, 21; 3, 7 Signes : (+) (–)	–3, 7	$(x - 3)(x + 7)$
$x^2 + 9x + 20$						
$x^2 + 2x - 48$						
$x^2 - 11x + 28$						

b) Écris un énoncé sommaire décrivant la relation entre les constantes dans facteurs les binômes et b et c dans le trinôme (le coefficient de x et la constante du trinôme).

4. a) Vérifie les facteurs binômes dans la dernière colonne du tableau ci-dessus en 3a) en appliquant la propriété de distributivité de la multiplication à chacun.

b) Explique à l'aide d'exemples la relation entre la multiplication et la factorisation.

5. Décompose en facteurs les polynômes suivants. Vérifie tes réponses en appliquant la propriété de distributivité de la multiplication.

a) $x^2 - 7x - 18$
b) $a^2 - 10a - 11$
c) $x^2 - 13x + 40$
d) $y^2 + 13y + 36$
e) $2x^2 + 8x - 64$

(CONSEIL : Au besoin, trouve un facteur commun pour tous les coefficients et constantes; essaie ensuite de factoriser le trinôme sans inclure le facteur commun; par ex. $3x^2 + 6x - 9 = (3)(x^2 + 2x - 3)$…)

6. Trouve et explique les erreurs dans les factorisations suivantes. Montre les solutions corrigées.

a) $x^2 - 5x - 6 = (x - 3)(x + 2)$
b) $18y^2 - 12y = 2(9y^2 - 6y)$
c) $3x^2 - 3x - 6 = (3x - 6)(x + 1)$
d) $x^2 + 20x + 9 = (x + 4)(x + 5)$

suite

Activité d'apprentissage 6.3 (suite)

7. Décomposer en facteurs les expressions suivantes.

   Note : Si tu te sens habile à décomposer en facteurs des binômes et des trinômes, fais seulement les problèmes a) à d) et i) à l). Si tu veux t'exercer davantage, fais tous les problèmes de a) à p). Si tu as de la difficulté à comprendre ces concepts, n'oublie pas que tu peux communiquer avec ton tuteur ou correcteur, ou demander à ton partenaire d'études de t'aider.

   a) $12m - 24p$
   b) $a - ar^3y$
   c) $2a^2 - 12ab + 14ac$
   d) $6x^2 - 18z^6y - 6ax^3z$
   e) $3r^2 - 15hr$
   f) $4n^3 - 4n^2$
   g) $32x^2y + 4x^3y$
   h) $3mn + 6m^2n^2$
   i) $x^2 - 7x + 12$
   j) $x^2 - 10x - 24$
   k) $x^2 + 25x + 24$
   l) $x^2 - 4x - 12$
   m) $x^2 + x - 72$
   n) $c^2 - 4c - 12$
   o) $4 - 5c + c^2$
   p) $x^2 - x - 6$

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as vu comment trouver les facteurs (diviseurs) communs de polynômes, et comment factoriser des trinômes de façon imagée et symbolique.

Tu as appris que la factorisation est l'inverse de la propriété de distributivité (dans la multiplication de polynômes).

Les trinômes que tu as factorisés dans cette leçon étaient présentés sous la forme $ax^2 + bx + c$, où $a = 1$. Dans la prochaine leçon, tu utiliseras des tuiles pour illustrer un processus de factorisation de trinômes où a fait partie des entiers relatifs ($a \neq 0$), et dans un cas particulier de factorisation de polynômes – les trinômes carrés parfaits.

Tout comme les tuiles t'ont aidé dans la première leçon à apprendre comment multiplier des polynômes, nous espérons qu'elles t'ont aidé encore dans cette leçon à reconnaître des régularités dans la factorisation de polynômes. Les tuiles représentent une stratégie visuelle très utile pour apprendre la factorisation. Cependant, les tuiles ont certaines limites; par exemple, elles ne peuvent être utilisées que pour illustrer des expressions dont tous les termes sont positifs. Une autre limite des tuiles, c'est qu'il faut un certain temps pour les dessiner.

Pour chaque nouvelle application des tuiles, ne les utilise que si elles te facilitent les choses. Une fois que tu seras très à l'aise pour appliquer les stratégies de factorisation symbolique et que tu pourras vérifier tes réponses sans l'aide des tuiles, n'hésite pas à les laisser de côté pour la suite de ton apprentissage.

Devoir 6.3

Factorisation de binômes et de trinômes

Total : 32 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Dessine un arrangement de tuiles pour illustrer les facteurs des polynômes suivants. Vérifie tes réponses en multipliant les facteurs.

   a) $x^2 + 11x + 10$ *(3 points)*

   b) $2x^2 + 14x$ *(3 points)*

2. Détermine le plus grand facteur commun (PGFC) dans les termes de l'expression donnée et écris chaque polynôme en ses facteurs.

   a) $5x + 20$ *(1 point)*

   b) $17x^3 - 51x^2$ *(1 point)*

   c) $30x^2y - 24xy^3$ *(2 points)*

   d) $\frac{1}{2}ax + \frac{1}{2}bx + \frac{1}{2}cx$ *(2 points)*

3. Décompose en facteurs les trinômes suivants et écris chacun sous forme du produit de ses facteurs.

a) $x^2 - 10x - 24$ *(2 points)*

b) $x^2 - 9x + 18$ *(2 points)*

c) $x^2 + 14x + 45$ *(2 points)*

d) $x^2 + 6x - 40$ *(2 points)*

4. Effectue la factorisation complète des expressions suivantes (c’est-à-dire en enlevant les facteurs communs d’abord).

   a) $x^3 + x^2 - 12x$ *(2 points)*

   b) $2x^2 + 4x - 30$ *(2 points)*

   c) $3x^3 + 21x^2 + 36x$ *(2 points)*

5. Décris comment le fait de trouver les paires de facteurs de la constante dans un trinôme peut aider à factoriser le trinôme. *(2 points)*

6. Repère et décris les erreurs ci-dessous. Indique quels sont les bons facteurs.

a) $x^2 + 3x - 28 = (x - 7)(x + 4)$ *(2 points)*

b) $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x + 3)$ *(2 points)*

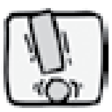
Notes

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu verras comment

- ❑ factoriser des trinômes sous la forme $ax^2 + bx + c$, où $a \in \mathbb{Z}$, $a \neq 0$, et indiquer le processus de façon imagée et symbolique
- ❑ identifier et factoriser des trinômes carrés parfaits
- ❑ vérifier les facteurs d'un polynôme en les multipliant
- ❑ exprimer un polynôme sous sa forme factorisée, comme le produit de ses facteurs
- ❑ repérer et expliquer des erreurs dans la factorisation de polynômes

Introduction



L'apprentissage de nouvelles notions en mathématiques consiste souvent à appliquer les connaissances déjà acquises pour les enrichir et les approfondir. C'est exactement ce que vise la leçon 4. Tu peux factoriser des polynômes en trouvant leurs facteurs communs, et les trinômes dont le premier terme a comme coefficient 1. La présente leçon te fera passer à l'étape suivante et tu feras la décomposition en facteurs de trinômes ayant des facteurs communs et dont le coefficient du premier terme est un entier relatif. Tu utiliseras des tuiles pour identifier les régularités et tendances, puis tu généraliseras tes stratégies pour inclure des étapes qui t'aideront à factoriser une variété de polynômes.

La factorisation de trinômes

Avant de continuer, il serait bon de te rappeler que ton tuteur ou correcteur est là pour t'aider si tu en as besoin. Beaucoup d'élèves ont de la difficulté avec la factorisation, alors si tu trouves que c'est une matière embêtante, tu n'es pas le seul. Tu peux aussi travailler avec ton partenaire d'études, alors n'hésite pas à lui demander de faire quelques exemples avec toi.

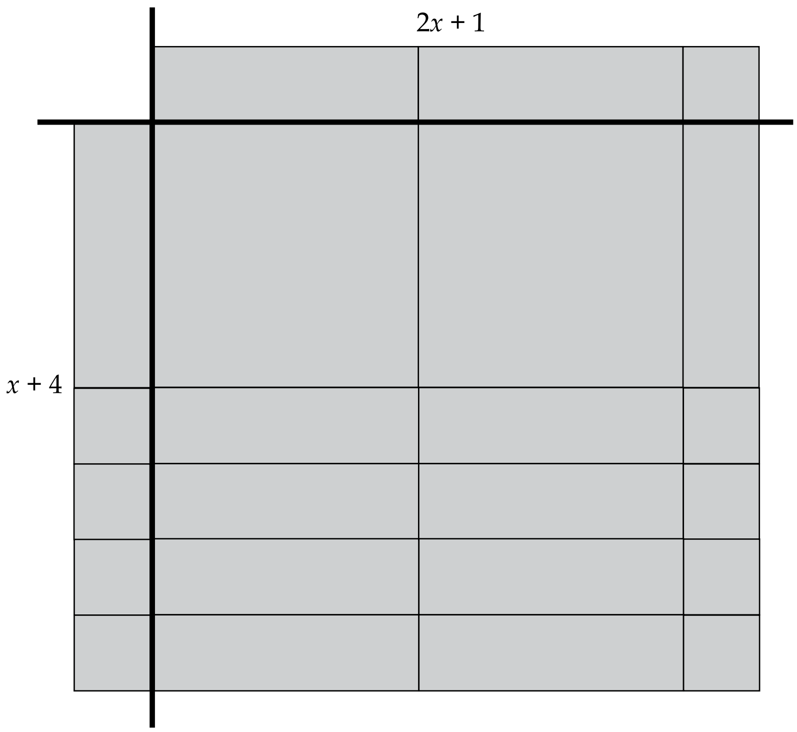
La factorisation de trinômes

Retourne aux diagrammes de tuiles de la leçon précédente, qui illustrent la factorisation de trinômes. Chacun d'eux n'a qu'une seule tuile x^2. Ces diagrammes sont tous sous la forme $ax^2 + bx + c$, où $a = 1$. La factorisation de trinômes où a est un entier relatif ($a \neq 0$) est également possible.

Exemple 1

Fais un arrangement rectangulaire de tuiles pour représenter le trinôme $2x^2 + 9x + 4$ et vérifie ses facteurs.

Solution :



Vérifie les facteurs à l'aide de la propriété de distributivité.

$(2x + 1)(x + 4)$

$= 2x^2 + x + 8x + 4$

$= 2x^2 + 9x + 4$

Exemple 2

Décompose en facteurs l'expression $3x^2 + 11x + 6$ et vérifie ta réponse par la multiplication.

Solution :

Tu veux trouver deux binômes qui, multipliés ensemble, donneront le produit $3x^2 + 11x + 6$. Les seuls facteurs de $3x^2$ sont $(3x)(x)$, donc ces deux termes seront les premiers termes des binômes.

$(3x + \quad)(x + \quad)$

Utilise la stratégie apprise dans la leçon précédente et nomme les paires de facteurs de 6, soit 1, 6 et 2, 3. Malheureusement, ni l'une ni l'autre de ces paires ne donnent une somme de 11, donc il faudra peut-être employer une stratégie différente. Tu pourrais deviner la solution et pour vérifier ton approche, appliquer la propriété de distributivité à chacune des possibilités suivantes pour voir laquelle fonctionne :

$(3x + \boldsymbol{1})(x + \boldsymbol{6})$
$= 3x^2 + x + 18x + 6$
$= 3x^2 + 19x + 6$

$(3x + \boldsymbol{6})(x + \boldsymbol{1})$
$= 3x^2 + 6x + 3x + 6$
$= 3x^2 + 9x + 6$

$(3x + \mathbf{3})(x + \mathbf{2})$
$= 3x^2 + 3x + 6x + 6$
$= 3x^2 + 9x + 6$

$(3x + \mathbf{2})(x + \boldsymbol{3})$
$= 3x^2 + 2x + 9x + 6$
$= 3x^2 + 11x + 6$

Les facteurs $(3x + 2)(x + 3)$ donnent le produit $3x^2 + 11x + 6$.

Tu as trouvé la bonne réponse, mais cette stratégie pourrait être très longue à appliquer si on te demande de factoriser quelque chose comme $12x^2 - 11x - 15$. Il y aurait 24 possibilités différentes avec les paires de facteurs de 12 et de –15! Il faut trouver une stratégie plus pratique!

Dans la dernière leçon, la stratégie apprise n'a été utilisée que sur des trinômes où le coefficient de x^2 était égal à 1. Mais on peut modifier cette stratégie pour l'appliquer à tous les trinômes, quel que soit le coefficient de x^2, en suivant les étapes ci-dessous.

Exemple 3

Décompose en facteurs $2x^2 + 7x + 3$.

Solution :

Étape 1 : Trouve le produit du coefficient de x^2 et de la constante dans le polynôme.

$$\overbrace{2x^2 + 7x + 3}^{(2)(3) = 6}$$

Le produit est 6.

Étape 2 : Nomme les paires de facteurs qui donnent 6 comme produit.

1, 6

2, 3

Étape 3 : Détermine quelle paire de facteurs donne une somme égale au coefficient de x.

$$2x^2 + \underset{\substack{\uparrow \\ 1+6=7}}{7}x + 3$$

Choisis 1, 6.

Étape 4 : Remplace le terme du milieu dans le trinôme par deux termes équivalant à cette valeur, en utilisant la paire de facteurs comme coefficients.

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 7x + 3 \\ = {} & 2x^2 + \underbrace{1x + 6x}_{1x+6x=7x} + 3 \end{aligned}$$

Étape 5 : Examine seulement les deux premiers termes du polynôme et détermine s'ils ont des facteurs communs. Isole ces facteurs.

$$= \underbrace{2x^2 + 1x}_{\text{facteur commun de } x} + 6x + 3$$

$$= x(2x + 1) + 6x + 3$$

Étape 6 : Examine seulement les deux derniers termes du polynôme et détermine s'ils ont des facteurs communs. Isole ces facteurs.

$$= x\left(2x + 1\right) + \underbrace{6x + 3}_{\substack{\text{facteur commun} \\ \text{de 3}}}$$

$$= x\left(2x + 1\right) + 3\left(2x + 1\right)$$

Étape 7 : Remarque que les expressions entre parenthèses sont les mêmes. Ce sont des facteurs (diviseurs) communs dans ce binôme. Isole ces facteurs.

facteur commun

$$= x(2x + 1) + 3(2x + 1)$$

$$= (2x + 1)(x + 3)$$

facteur commun

Exemples de facteurs communs :

$5xy + 9yz = y(5x + 9z)$

$ax + bx = x(a + b)$

$k(m + n) + j(m + n) = (m + n)(k + j)$

Étape 8 : Vérifie les facteurs en appliquant la propriété de distributivité.

$\left(2x + 1\right)\left(x + 3\right)$	ou	$2x(x + 3) + (x + 3)$
$= 2x^2 + x + 6x + 3$		compare ce résultat à l'étape 6!
$= 2x^2 + 7x + 3$		

Tu aurais avantage à noter les étapes de la décomposition en facteurs sur ta fiche-ressource.

Exemple 4

Décompose ces trinômes en facteurs. Exprime-les sous forme de produit de leurs facteurs.

a) $3x^2 + 10x + 3$

b) $2x^2 - 7x + 5$

c) $2x^2 + x - 6$

Solutions :

a) $3x^2 + 10x + 3$

$$\overbrace{3x^2 + 10x + 3}^{(3)(3)=9}$$

somme de 10

Paires de facteurs : 1, 9
3, 3

$1 + 9 = 10$

$$= 3x^2 + \underbrace{1x + 9x}_{=10x} + 3$$

Trouve des facteurs communs.

$$= \underbrace{3x^2 + 1x}_{\text{facteur commun de } x} + \underbrace{9x + 3}_{\text{facteur commun de } 3}$$

$$= x(3x + 1) + 3(3x + 1)$$
$$= (3x + 1)(x + 3)$$

Vérifie.

$$(3x + 1)(x + 3)$$
$$= 3x^2 + x + 9x + 3$$
$$= 3x^2 + 10x + 3$$

Par conséquent, $3x^2 + 10x + 3 = (3x + 1)(x + 3)$.

b) $\overbrace{2x^2 - 7x + 5}^{(2)(5)=10}$

$\uparrow$

-7

Paires de facteurs de 10 : 1, 10
2, 5

Somme : –7

Pour avoir un produit positif et une somme négative, les deux facteurs doivent être négatifs.

10 = (–2)(–5)
–7 = (–2) + (–5)

$= 2x^2 \underbrace{-2x - 5x}_{=-7x} + 5$

$= \underbrace{2x^2 - 2x}_{\text{facteur commun de } 2x} \quad \underbrace{-}_{\text{attention au signe négatif}} \quad \underbrace{5x + 5}_{\text{facteur commun de } 5}$

$= 2x(x - 1) - 5(x - 1)$
$= (x - 1)(2x - 5)$

Assure-toi de distribuer correctement le signe négatif.

Vérifie.

$(x-1)(2x-5)$

$= 2x^2 - 2x - 5x + 5$

$= 2x^2 - 7x + 5$

Par conséquent, $2x^2 - 7x + 5 = (x - 1)(2x - 5)$.

c) $\overbrace{2x^2 + x - 6}^{(2)(-6) = -12}$

$\uparrow$

$+1$

Pour avoir un produit négatif, un facteur doit être négatif et l'autre, positif.

Paires de facteurs de : 1, 12
2, 6
3, 4

produit de –12 = (–3)(4)
somme de +1 = (–3) + (4)

$= 2x^2 - 3x + 4x - 6$

$= \underbrace{2x^2 - 3x}_{\text{facteur commun de } x} + \underbrace{4x - 6}_{\text{facteur commun de } 2}$

$= x(2x - 3) + 2(2x - 3)$

$= (2x - 3)(x + 2)$

ou

$= 2x^2 + 4x - 3x - 6$

$= \underbrace{2x^2 + 4x}_{\text{facteur commun de } 2x} \quad \underbrace{-}_{\text{attention au signe négatif}} \quad \underbrace{-3x - 6}_{\text{facteur commun de } 3}$

$= 2x(x + 2) - 3(x + 2)$
$= (x + 2)(2x - 3)$

Remarque que l'ordre dans lequel tu remplace les termes dans le trinôme n'a pas d'importance. Les facteurs sont les mêmes.

Note : Attention aux signes lors de la factorisation et assure-toi de vérifier les facteurs trouvés en utilisant la propriété de distributivité de la multiplication.

Vérifie :

$(2x-3)(x+2)$

$= 2x^2 - 3x + 4x - 6$

$= 2x^2 + x - 6$

Par conséquent, $2x^2 + x - 6 = (2x - 3)(x + 2)$.

Les trinômes carrés parfaits

Exemple 5

Décompose en facteurs les trinômes suivants et vérifie chaque réponse au moyen d'un diagramme à tuiles.

a) $4x^2 + 12x + 9$

b) $x^2 + 10x + 25$

Solutions :

a) $4x^2 + 12x + 9$

$(4)(9) = 36$

Paires de facteurs de 36 : 1, 36
2, 18
3, 12
4, 9
6, 6

Pour obtenir un produit positif de 36 et une somme positive égale à 12, les facteurs doivent tous deux être positifs.

$36 = (6)(6)$

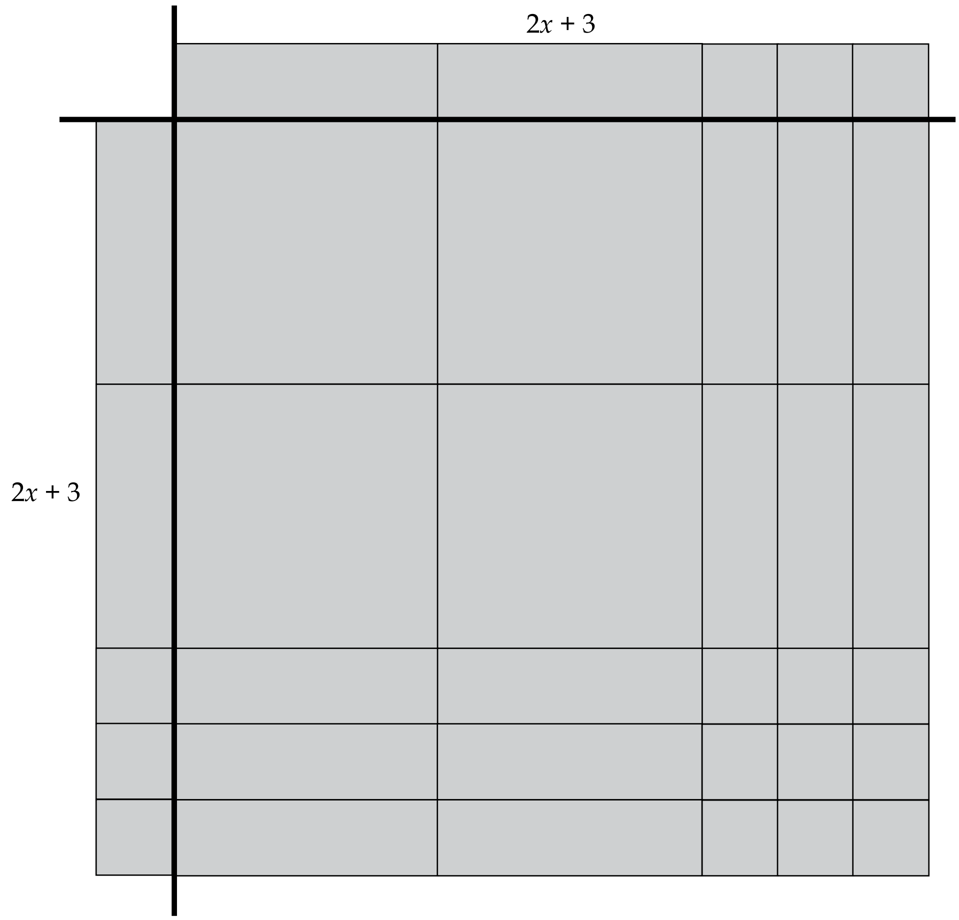
$12 = (6) + (6)$

$4x^2 + 12x + 9$

$= 4x^2 + 6x + 6x + 9$

$= 2x(2x + 3) + 3(2x + 3)$

$= (2x + 3)(2x + 3)$



Le diagramme à tuiles vérifie les facteurs.

b) $x^2 + 10x + 25$

$(1)(25) = 25$

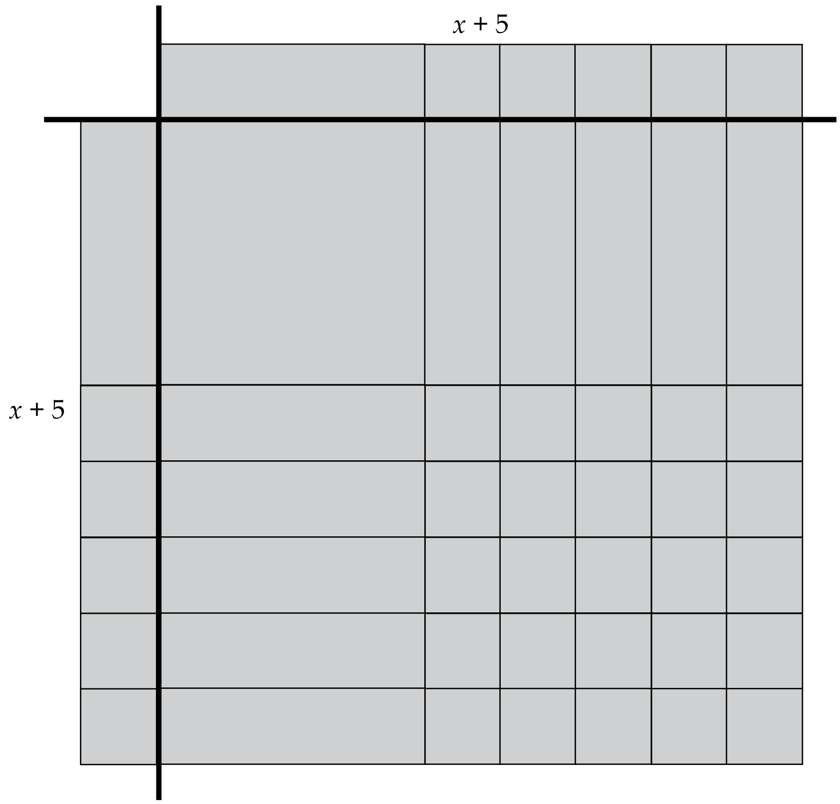
Paires de facteurs de 25 : 1, 25
5, 5

somme : $10 = 5 + 5$

$= x^2 + 5x + 5x + 25$

$= x(x + 5) + 5(x + 5)$

$= (x + 5)(x + 5)$



Qu'est-ce que tu remarques au sujet des deux diagrammes à tuiles précédents?

Les aires des produits sont carrées.

Qu'est-ce que tu remarques au sujet des deux facteurs de chaque exemple?

Ce sont les mêmes.

Ces trinômes pourraient être écrits sous forme de produit de leurs facteurs, comme suit :

$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)(2x + 3) = (2x + 3)^2$
$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)(x + 5) = (x + 5)^2$

Qu'est-ce qui est important au sujet des valeurs des coefficients de x^2 et des constantes?

Ce sont des carrés parfaits (1, 4, 9 et 25).

De plus, le produit du coefficient de x^2 et de la constante donne un carré parfait. ($4 \times 9 = 36$ et $1 \times 25 = 25$)

Quel lien peut-on faire entre les produits ci-dessus et le coefficient de x dans le trinôme?

Le coefficient de x est le double de la racine carrée du produit (coefficient de x^2 fois la constante).

$4x^2+12x+9$	$(4)(9)=36$	$\sqrt{36}=\pm 6$	$2\times(6)=12$
$x^2+10x+25$	$(1)(25)=25$	$\sqrt{25}=\pm 5$	$2\times(5)=10$

Quel rapport remarques-tu entre les coefficients et constantes des trinômes et les termes dans les facteurs (binômes)?

$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

Les termes des facteurs de forme binomiale sont la racine carrée du premier et du dernier termes dans les trinômes, et le signe des binômes est le même que le signe du terme du milieu dans le trinôme!

Exemple 1

$4x^2+12x+9$

$\sqrt{4x^2}=2x$

$\sqrt{9}=3$

Le terme du milieu est positif, alors :

$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

Exemple 2

$x^2+10x+25$

$\sqrt{x^2}=x$

$\sqrt{25}=5$

Le terme du milieu est positif, alors :

$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

Les trinômes qui ont cette forme sont appelés des **trinômes carrés parfaits**.

Exemple 6

Décompose en facteurs ces trinômes carrés parfaits. Vérifie en multipliant les facteurs.

a) $x^2 - 8x + 16$

b) $9x^2 + 6x + 1$

c) $4x^2 - 12x + 9$

Solutions :

a) Détermine la racine carrée du premier et du dernier terme du trinôme et applique le signe du deuxième terme.

$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

Vérifie ta réponse.

$(x - 4)(x - 4)$

$= x^2 - 4x - 4x + 16$

$= x^2 - 8x + 16$

b) Détermine la racine carrée du premier et du dernier terme du trinôme et applique le signe du deuxième terme.

$9x^2 + 6x + 1 = (3x + 1)^2$

Vérifie ta réponse.

$(3x + 1)(3x + 1)$

$= 9x^2 + 3x + 3x + 1$

$= 9x^2 + 6x + 1$

c) Détermine la racine carrée du premier et du dernier terme du trinôme et applique le signe du deuxième terme.

$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$

Vérifie ta réponse.

$(2x - 3)(2x - 3)$

$= 4x^2 - 6x - 6x + 9$

$= 4x^2 - 12x + 9$

Exemple 7

Quel coefficient de x donnerait un trinôme carré parfait?

$x^2 - \_\_\_x + 4$

Indique les facteurs de ce trinôme carré parfait et vérifie ta réponse.

Solution :

$(1)(4) = 4$	Trouve le produit du coefficient de x^2 et de la constante.
$2\sqrt{4} = 4$	Calcule deux fois la racine carrée de ce produit.
$x^2 - 4x + 4$	est un trinôme carré parfait
$= (x - 2)^2$	sont ses facteurs
$(x - 2)(x - 2)$	vérifie par la multiplication
$= x^2 - 2x - 2x + 4$	
$= x^2 - 4x + 4$	est un trinôme carré parfait

Activité d'apprentissage 6.4

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Quels sont les deux nombres dont le produit égale –8 et la somme, –2?
2. Il y a 20 bâtonnets au fromage dans un paquet. Tu n'en manges qu'un seul par jour, et seulement du lundi au vendredi. Pendant combien de semaines en mangeras-tu avant de finir le paquet?
3. Résous $4 - 6 + 2 \times (3 - 8)$.
4. Tu joues au baseball dans une équipe mixte. Il y a 16 personnes dans ton équipe. S'il doit y avoir $\frac{1}{4}$ de l'équipe formé par des filles, combien doit-il y avoir de filles?
5. Multiplie $(x + 5)(x - 9)$.

suite

6. La dernière fois que tu as compté tes DVD, il y en avait 54. Tu en as prêté à tes amis et tu n'en comptes que 32 aujourd'hui. Combien de DVD as-tu prêtés?
7. Complète la régularité suivante : -1, 0, ___, 0, ___, 0, 1
8. Tu utilises davantage la main gauche que la main droite pour dactylographier, quand tes mains sont bien placées sur le clavier. Pour dactylographier le mot facteur, tu as utilisé ta main gauche pour 6 lettres et ta droite pour une seule. Écris la fraction qui représente le nombre de fois que tu as utilisé ta main droite au total.

Partie B – La factorisation de trinômes quand *a* ∈ Z

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Décompose complètement en facteurs.

   a) $2x^2 + 11x + 15$
   b) $4x^2 - 21x + 5$
   c) $5x^2 - 4x - 12$
   d) $6x^2 + 5x - 6$
   e) $2x^3 + x^2 - 15x$
   f) $2x^3 - 22x^2 + 36x$
   g) $-12x^2 + 26x + 10$

2. Décompose chaque expression en facteurs. Si tu es à l'aise avec la factorisation des trinômes où $a \in Z$, tu n'as pas à répondre à ces questions. Si tu veux t'exercer un peu plus, fais autant d'exercices qu'il le faut.

   a) $2x^2 + 5x + 3$
   b) $5x^2 + 6x + 1$
   c) $5a^2 - 16a + 3$
   d) $3y^2 + 4y + 1$
   e) $24x^2 + 2x - 1$
   f) $6y^2 + 20 + 23y$
   g) $10 + y - 2y^2$
   h) $60y^2 - 27y - 60$
   i) $15x^2 + 37x + 20$
   j) $15a^2 + 8a - 12$

3. Pour quelles valeurs entières de k peut-on factoriser $4x^2 + kx + 3$? Écris tous les trinômes possibles sous forme de produit de ses facteurs.
4. Comble les espaces suivants de sorte que chaque trinôme soit un trinôme carré parfait.

   a) $4x^2 +$ ____ $+ 4$
   b) $25x^2 +$ ____ $+ 9$
   c) $x^2 + 14x +$ _____

suite

Activité d'apprentissage 6.4 (suite)

5. Décompose en facteurs chaque trinôme carré parfait.
   a) $x^2 - 8x + 16$
   b) $4x^2 - 4x + 1$
6. Identifie et explique les erreurs de factorisation ci-dessous et indique la bonne solution.

   $x^2 - 8x + 16 = (x + 4)^2$

Résumé de la leçon

Les stratégies de factorisation de trinômes que tu as apprises à la leçon 3 ont été adaptées pour fonctionner avec des trinômes dont le premier coefficient est différent de 1. Tu as décomposé en facteurs des trinômes où tu as dû enlever d'abord un facteur commun. Tu as identifié des trinômes carrés parfaits de façon imagée, au moyen d'un diagramme à tuiles qui était carré, et par leurs caractéristiques des coefficients et constantes. Tu as appris comment décomposer en facteurs des trinômes carrés parfaits.

Dans la prochaine leçon, tu apprendras à factoriser des polynômes qui représentent une « différence de carrés ».

Notes

Devoir 6.4

Factorisation de trinômes quand $a \in \mathbb{Z}$

Total : 24 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Fais la factorisation complète des expressions ci-dessous.

   a) $2x^2 - 3x - 14$ *(2 points)*

   b) $3x^2 + 16x + 21$ *(2 points)*

   c) $6x^2 + x - 12$ *(2 points)*

   d) $-6x^2 + 8x - 2$ *(2 points)*

2. Pour quelles valeurs entières de k peut-on factoriser $4x^2 + kx - 3$? *(2 points)*

3. a) Explique pourquoi $x^2 - 2x + 1$ est un trinôme carré parfait. *(2 points)*

   b) Remplis l'espace de sorte que le trinôme soit un trinôme carré parfait. *(2 points)*

   $64y^2$ – ____ +1

4. Fais la factorisation complète de :

a) $x^2 + 2x + 1$ *(2 points)*

b) $9x^2 + 12x + 4$ *(2 points)*

c) $x^2 - 18x + 81$ *(2 points)*

5. Identifie et explique les erreurs dans la factorisation suivante et corrige-les. *(4 points)*

$$-12x^2 + 26x + 10$$
$$= -2(6x^2 + 13x - 5)$$
$$= -2(6x^2 + 10x + 3x - 5)$$
$$= -2(2x(3x + 5) + 1(3x + 5))$$
$$= -2(3x + 5)(2x + 1)$$

Notes

Leçon 5 – La factorisation d'une différence de carrés

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ décomposer en facteurs un polynôme qui représente une différence de carrés
- ❑ établir une carte de stratégie pour identifier les étapes de résolution d'un problème sur la factorisation

Introduction

Dans les problèmes de factorisation de trinômes que tu as résolus dans les deux dernières leçons, les facteurs trouvés étaient deux binômes (avec parfois un facteur commun). Dans la leçon 5, tu découvriras un cas particulier de factorisation, où deux binômes sont multipliés pour donner un binôme comme produit. C'est ce qu'on appelle une différence de carrés.

Les cas particuliers de factorisation

Exemple 1

Applique la propriété de distributivité aux facteurs suivants pour trouver chaque produit. Simplifie ta réponse.

a) $(x + 3)(x + 3)$

b) $(x - 3)(x - 3)$

c) $(x - 3)(x + 3)$

d) $(x + 4)(x + 4)$

e) $(x - 4)(x - 4)$

f) $(x - 4)(x + 4)$

Solutions :

	les facteurs	le produit	le produit simplifié
a)	$(x + 3)(x + 3)$	$= x^2 + 3x + 3x + 9$	$= x^2 + 6x + 9$
b)	$(x - 3)(x - 3)$	$= x^2 - 3x - 3x + 9$	$= x^2 - 6x + 9$
c)	$(x - 3)(x + 3)$	$= x^2 - 3x + 3x - 9$	$= x^2 + 0x - 9 = x^2 - 9$
d)	$(x + 4)(x + 4)$	$= x^2 + 4x + 4x + 16$	$= x^2 + 8x + 16$
e)	$(x - 4)(x - 4)$	$= x^2 - 4x - 4x + 16$	$= x^2 - 8x + 16$

f) $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 4x + 4x - 16 = x^2 + 0x - 16 = x^2 - 16$

Quelles régularités remarques-tu?

Tu devrais reconnaître que a), b), d) et e) donnent des trinômes carrés parfaits. Tu multiplies un facteur par lui-même, c'est-à-dire que tu l'élèves au carré. Tu obtiens un trinôme avec un premier coefficient et une constante qui sont des carrés parfaits (dans ce cas, 1, 9 ou 16). Le coefficient du terme du milieu est le double de la racine carrée du produit du premier coefficient et de la constante.

Rappelle-toi les étapes :

$(1)(9) = 9 \qquad \sqrt{9} = 3 \qquad 2 \times 3 = 6$

$(1)(16) = 16 \qquad \sqrt{16} = 4 \qquad 2 \times 4 = 8$

Les facteurs pourraient être écrits comme suit : $(x + 3)^2$, $(x - 3)^2$, $(x + 4)^2$, et $(x - 4)^2$, respectivement.

Dans c) et f), les facteurs ne sont pas exactement les mêmes. Les signes sont différents. Quand tu appliques la propriété de distributivité aux facteurs et tu simplifies l'expression, il te reste un produit qui peut être exprimé sous forme de binôme.

$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$

$(- 4)(x + 4) = x^2 - 16$

Quand tu multiplies deux binômes qui sont les mêmes sauf pour le signe, tu obtiens comme produit un binôme. C'est ce qui s'appelle une **différence de carrés**.

Tu aimerais probablement avoir cette définition accompagnée d'un exemple sur ta fiche-ressource.

$(m + 5)(m - 5)$

$= m^2 + 5m - 5m - 25$

$= m^2 - 25$

Remarque que les facteurs égalent la racine carrée des termes dans le binôme représentant la « différence de carrés ».

$$m^2 - 25 = \left(\sqrt{m^2} + \sqrt{25}\right)\left(\sqrt{m^2} - \sqrt{25}\right)$$

Le binôme de la « différence de carrés » est un cas spécial de factorisation d'un trinôme sous la forme

$ax^2 + bx + c$, où $b = 0$ et $c < 0$

Exemple 2

Décompose en facteurs les expressions suivantes.

a) $y^2 - 36$
b) $100r^2 - 49$
c) $2x^2 - 2$
d) $k^2 - 50$
e) $4 - (x + 1)$

Solution :

a) $y^2 - 36$
$= (y - 6)(y + 6)$

b) $100r^2 - 49$
$= (10r + 7)(10r - 7)$

c) $2x^2 - 2$ Factorise tout facteur commun.
$= 2(x^2 - 1)$
$= 2(x - 1)(x + 1)$

d) $k^2 - 50$ 50 n'est pas un carré parfait, mais ce binôme peut quand même être décomposé en facteurs d'une manière semblable à un binôme de carré parfait.

Laisse tes réponses en leur valeur exacte; ne les arrondis pas.

$$=\left(k + \sqrt{50}\right)\left(k - \sqrt{50}\right)$$

e) $4 - (x + 1)^2$
$= (2 - (x + 1))(2 + (x + 1))$
$= (1 - x)(3 + x)$

Exemple 3

Identifie et explique l'erreur dans la factorisation suivante. Donne la bonne réponse.

$w^2 + 16 = (w + 4)(w - 4)$

Solution :

Ce binôme ne correspond pas à une différence de carrés. Si tu appliques la propriété de distributivité aux facteurs de la réponse proposée, tu obtiens :

$(w + 4)(w - 4)$
$= w^2 - 4w + 4w - 16$
$= w^2 - 16$

Ce n'est pas le même cas que dans la question originale.

Les termes dans $w^2 + 16$ n'ont aucun facteur commun et ce n'est pas une différence de carrés (c'est la somme de carrés), donc ce n'est pas décomposable en facteurs. Rappelle-toi la définition donnée ci-dessus : Le binôme d'une différence de carrés est un cas spécial de factorisation d'un trinôme sous la forme $ax^2 + bx + c$, où $b = 0$ et $\boldsymbol{c < 0}$. **Alors, *c* doit être négatif.** Le binôme doit exprimer la différence, et non la somme des termes.

Un polynôme qui n'est pas décomposable en facteurs est considéré comme un polynôme irréductible. On l'appelle un polynôme premier.

Activité d'apprentissage 6.5

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Décompose en facteurs $m^2 + 3m - 54$.
2. Tu sais que ton verre contient 1 tasse de lait. Est-ce que ce volume serait un bon référent pour trouver combien d'eau ta bouteille peut contenir?
3. Andy est allé à la Grande pyramide d'Égypte. Il a acheté une version miniature à l'échelle de la pyramide. Le rapport d'échelle entre la miniature et la vraie pyramide est de 1 cm : 70 coudées royales. Si la hauteur de la miniature est de 4 cm, quelle est la hauteur de la véritable pyramide en coudées? N.B. Une coudée royale est une ancienne unité de mesure équivalant à 52,5 cm.
4. 3^{-6} est-il un nombre rationnel ou irrationnel?
5. Quel est le PGFC de 34 et 17?
6. Simplifie $\left(2^2\right)^{\frac{-1}{5}}$.
7. Résous $4n - 3 = 2 + 19$.
8. Tu as deux frères et trois sœurs plus vieux que toi. Tes parents ont 11 enfants. Combien as-tu de frères et sœurs plus jeunes que toi?

suite

Activité d'apprentissage 6.5 (suite)

Partie B – La différence de carrés et révision du module

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Pourquoi, lorsqu'on applique la propriété de distributivité aux facteurs d'une différence de carrés, le résultat est-il un binôme? Donne un exemple.
2. Soit le polynôme $ax^2 - c$, où a et c sont des carrés parfaits; écris ses facteurs (sous forme de binômes).
3. Décompose en facteurs les expressions suivantes :
   a) $x^2 - 36$
   b) $9y^2 - 49$
   c) $x^2 - 256$
   d) $2m^2n - 2n$
4. Applique tes stratégies de factorisation pour décomposer les polynômes suivants.
   a) $3mn - 6np$
   b) $a(b + 3) + c(b + 3)$
   c) $\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$
   d) $x^2 - 11x + 28$
   e) $x^2 - 3x - 28$
   f) $4x^4 - 20x^3 + 24x^2$
   g) $16x^2 - 24x + 9$
   h) $8x^2 - 40x + 50$
   i) $x^2 - 81$
   j) $4y^2 - 9$
   k) $20x^2y - 5y$
5. Décompose en facteurs les différences de carrés suivantes :
   a) $x^2 - 16$
   b) $36t^2 - 1$
   c) $4a^2 - b^2$
   d) $8c^2 - 72$
   e) $81 - (x + 7)^2$
   f) $(x - 1)^2 - (x + 1)^2$
   g) $x^8 - y^{12}$
   h) $4x^2 - 1$
   i) $4m^2 - 25y^4$
   j) $121x^2 - 196y^2$

suite

Activité d'apprentissage 6.5 (suite)

6. Tu en es maintenant aux ¾ de ce cours. Prends quelques minutes pour retourner au module 1 et revoir les objectifs que tu t'étais fixés au début du cours, ainsi que la version révisée après le module 4. Quels sont les objectifs que tu as atteints ou complétés jusqu'à présent? Est-ce que tu progresses bien dans la poursuite de tes objectifs? Quelles modifications ou adaptations peux-tu apporter au processus pour assurer ta réussite? Célèbre tes réalisations et continue de travailler fort pour réaliser tes autres objectifs! Tu y es presque!

Résumé de la leçon

Lorsqu'on a un trinôme sous la forme $ax^2 + bx + c$, la méthode pour décomposer ce trinôme en facteurs dépend en grande partie des valeurs de a, b et c. Tu as décomposé des trinômes où $a = 1$, et où $a \in Z$, ($a \neq 0$). Dans cette leçon, tu as vu ce qui arrive quand $b = 0$ et $c < 0$. C'est un cas spécial où le binôme résultant correspond à la différence de carrés, et tu sais maintenant comment le décomposer en facteurs.

La leçon 5 est la dernière de ce module, mais tu reviendras à la multiplication et à la factorisation de polynômes à de multiples reprises en poursuivant ton apprentissage des mathématiques.

Devoir 6.5

Différence de carrés et révision du module

Total : 40 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Effectue la factorisation complète de : *(2 points chaque* × *10 = 20 points)*

   a) $5ab + 10a^3$

   b) $5v(r + t) - 7q(r + t)$

   c) $2x^2 - 4x - 30$

   d) $2x^2 + 5x + 3$

   e) $4x^2 + 28x + 49$

   f) $144v^2 - 169$

g) $x^2 - 100$

h) $9x^2 - 16y^2$

i) $4 - \frac{1}{9}x^2$

j) $x^4 - 1$

2. Carte de stratégies *(20 points)*

   Tu as utilisé une variété de stratégies pour décomposer des polynômes en facteurs. Quelle stratégie est la meilleure à utiliser avec tout polynôme donné? Quel processus peux-tu suivre pour déterminer la meilleure stratégie pour décomposer en facteurs un polynôme? Tu dois savoir reconnaître des facteurs (diviseurs) communs, des binômes, des trinômes, le premier coefficient, des trinômes carrés parfaits et des différences de carrés.

   Une façon de simplifier le processus de résolution de problèmes est de le situer dans une carte de stratégies, semblable à celle de la leçon 3 du module 4. Cette carte t'aidait à planifier les étapes pour résoudre des problèmes de triangles rectangles.

   En appliquant le même principe et le même format, crée une carte de stratégies que tu pourras suivre quand tu devras à factoriser des polynômes (semblables à ceux de ce module). Utilise des flèches pour montrer les étapes possibles pour arriver à une solution. Tu peux indiquer les étapes dans les stratégies ou décrire les caractéristiques des facteurs. Si possible, montre le lien entre la multiplication et la factorisation. Ta carte doit être aussi concise que possible et doit tenir sur une seule page. Ajoute-la à tes devoirs pour que ton tuteur ou correcteur lui attribue une note. Une feuille t'est fournie pour ta carte de stratégies.

Carte de stratégies

Sommaire du module 6

Félicitations, tu as terminé le sixième module de ce cours!

La multiplication et la factorisation de polynômes sont des notions étroitement apparentées. L'une est le contraire de l'autre, donc on peut s'en servir pour vérifier l'exactitude des réponses.

Tu es maintenant prêt à utiliser diverses stratégies et habiletés pour multiplier des polynômes et les décomposer en facteurs, et ces connaissances te serviront dans de nouvelles applications. Si tu as des questions ou des hésitations concernant la multiplication ou la factorisation de polynômes, retourne à la matière et révise-la maintenant. Communique avec ton tuteur ou correcteur si tu as besoin d'aide. Ces concepts sont vraiment très importants et tu auras à les utiliser encore dans le futur. Assure-toi de bien les comprendre.

Comme on l'a souligné dans d'autres modules, certaines méthodes utilisées en mathématiques sont liées au cours de mathématiques appliquées de 11^e et de 12^e année, tandis que d'autres ont plutôt rapport avec les mathématiques pré-calcul. Le module 6 a des liens avec les deux voies des mathématiques, mais il se rapproche davantage des mathématiques pré-calcul.

Dans le prochain module, tu continueras à approfondir certains concepts de géométrie qui ont été présentés dans les modules 1 et 5. Retourne voir ces modules pour te rafraîchir la mémoire concernant les connaissances et stratégies dont tu t'es servi dans ces deux modules afin d'être prêt à traiter des équations linéaires.

Remise des devoirs

Il est maintenant temps d'envoyer tes devoirs des modules 5 et 6 à la Section de l'enseignement à distance pour des commentaires sur tes progrès. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d'obtenir ton crédit.

Assure-toi de placer tes documents dans l'ordre suivant :

Feuille de présentation des modules 5 et 6 (fournie à la fin de l'introduction)

Devoir 5.1	Relations et fonctions
Devoir 5.2	Notation du domaine et de l'image
Devoir 5.3	Notation fonctionnelle
Devoir 6.1	Description de polynômes et multiplication de binômes
Devoir 6.2	Multiplication de polynômes
Devoir 6.3	Factorisation de binômes et de trinômes
Devoir 6.4	Factorisation de trinômes quand $a \in \mathbb{Z}$
Devoir 6.5	Différence de carrés et révision du module

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Sommaire du module 6

Félicitations, tu as terminé le sixième module de ce cours!

La multiplication et la factorisation de polynômes sont des notions étroitement apparentées. L'une est le contraire de l'autre, donc on peut s'en servir pour vérifier l'exactitude des réponses.

Tu es maintenant prêt à utiliser diverses stratégies et habiletés pour multiplier des polynômes et les décomposer en facteurs, et ces connaissances te serviront dans de nouvelles applications. Si tu as des questions ou des hésitations concernant la multiplication ou la factorisation de polynômes, retourne à la matière et révise-la maintenant. Communique avec ton tuteur ou correcteur si tu as besoin d'aide. Ces concepts sont vraiment très importants et tu auras à les utiliser encore dans le futur. Assure-toi de bien les comprendre.

Comme on l'a souligné dans d'autres modules, certaines méthodes utilisées en mathématiques sont liées au cours de mathématiques appliquées de 11e et de 12e année, tandis que d'autres ont plutôt rapport avec les mathématiques pré-calcul. Le module 6 a des liens avec les deux voies des mathématiques, mais il se rapproche davantage des mathématiques pré-calcul.

Dans le prochain module, tu continueras à approfondir certains concepts de géométrie qui ont été présentés dans les modules 1 et 5. Retourne voir ces modules pour te rafraîchir la mémoire concernant les connaissances et stratégies dont tu t'es servi dans ces deux modules afin d'être prêt à traiter des équations linéaires.

Remise des devoirs

Il est maintenant temps d'envoyer tes devoirs des modules 5 et 6 à la Section de l'enseignement à distance pour des commentaires sur tes progrès. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d'obtenir ton crédit.

Assure-toi de placer tes documents dans l'ordre suivant :

Feuille de présentation des modules 5 et 6 (fournie à la fin de l'introduction)

Devoir 5.1	Relations et fonctions
Devoir 5.2	Notation du domaine et de l'image
Devoir 5.3	Notation fonctionnelle
Devoir 6.1	Description de polynômes et multiplication de binômes
Devoir 6.2	Multiplication de polynômes
Devoir 6.3	Factorisation de binômes et de trinômes
Devoir 6.4	Factorisation de trinômes quand $a \in \mathbb{Z}$
Devoir 6.5	Différence de carrés et révision du module

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^e^ année (20S)

Module 6
Les polynômes

Corrigé des activités d'apprentissage

Module 6
Les polynômes

Activité d'apprentissage 6.1

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Écris l'équation $x + y = 76$ en utilisant la notation fonctionnelle.
2. Si tu es $\frac{3}{2}$ fois plus grand que ton frère et si ton frère mesure 4 pieds, quelle est ta taille?
3. Les dimensions des côtés d'un triangle rectangle sont 3, 5 et 4. Quelle est la longueur de l'hypoténuse?
4. Relation ou fonction : {(0, 1), (3, 6), (4, 8), (0, 10)}
5. Il y a 120 employés à ton travail. Ton patron dit que les ¾ des employés viendront à la réunion de samedi matin. Combien de personnes assisteront à la réunion?
6. Usain Bolt court le 100 mètres en 10 secondes. Quelle est sa vitesse moyenne?
7. Tu dois rendre la monnaie exacte à un client à ton travail. Il t'a donné 60 $ et sa facture était de 42,60 $. Combien d'argent dois-tu lui rendre?
8. Trouve la valeur de $\left(6^2\right)^{\frac{1}{2}}$.

Solutions :

1. $f(x) = 76 - x$
2. 6 pieds ($4 \div 2 = 2$; $4 + 2 = 6$ ou $4 \times 3 = 12$; $12 \div 2 = 6$)
3. 5 (L'hypoténuse est toujours le côté le plus long)
4. Relation (la valeur 0 dans le domaine est associée à deux valeurs, 1 et 10, de l'image)
5. 90 ($120 \div 4 = 30$; $3 \times 30 = 90$)
6. 10 m par seconde (100 m ÷ 10 s)
7. 17,40 $ (42,60 + 0,40 = 43,00; 43,00 + 7,00 = 50,00; 50,00 + 10,00 = 60,00; donc au total tu as rajouté 0,40 + 7,00 + 10,00 = 17,40)
8. $6\left(6^{\frac{2}{2}} = 6^1 = 6\right)$

Partie B – La multiplication de binômes

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Écris un trinôme quadratique avec la variable m, les coefficients –3 et 1 et une constante de 5.

   Solution :

   Deux solutions possibles sont $-3m^2 + m + 5$, ou bien $m^2 - 3m + 5$. (Rappelle-toi qu'il faut toujours commencer par le terme qui a l'exposant le plus élevé.)

2. Écris 3 termes semblables qui ne sont pas exactement identiques.

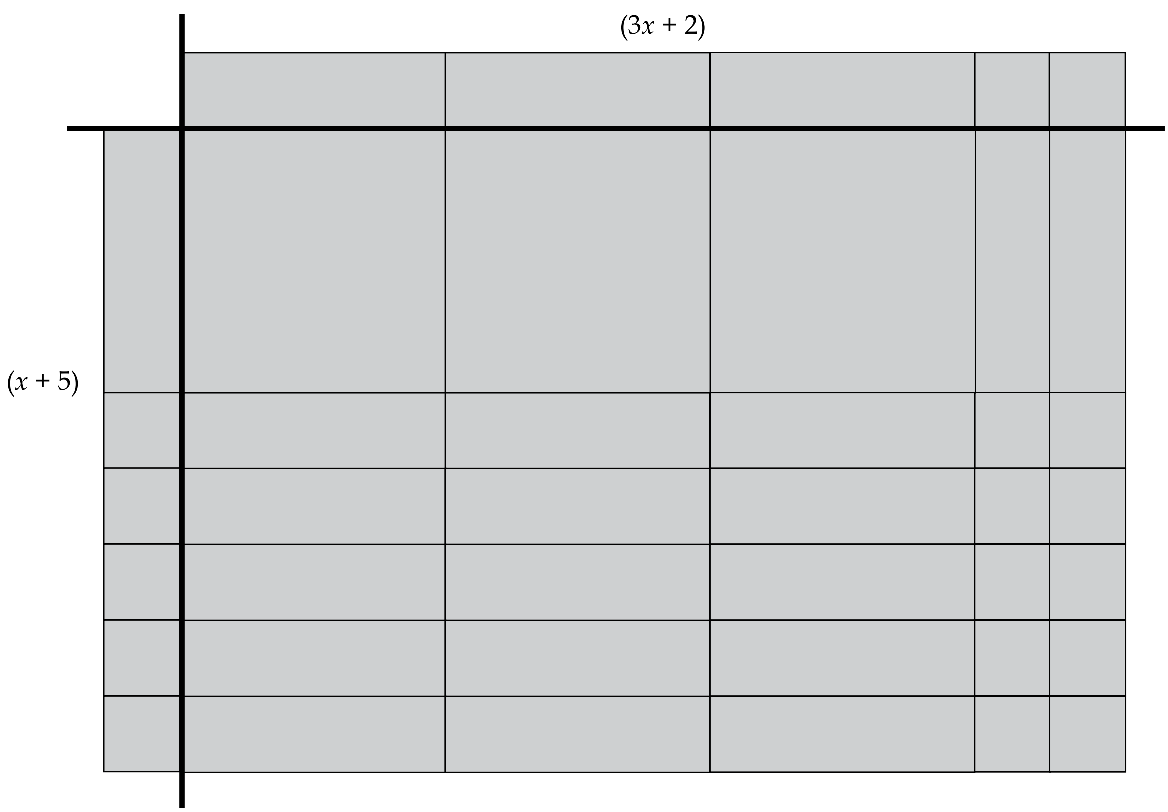
   Solution :

   Tous les termes qui ont des variables semblables et avec le même degré mais des coefficients différents sont des termes semblables. Par exemple, $5x^2y$, $-3x^2y$ et x^2y sont des termes semblables.

3. Illustre les produits ci-dessous à l'aide de tuiles et écris les étapes de ta solution pour montrer comment procéder pour simplifier.

   a) $(3x + 2)(x + 5)$

   Solution :



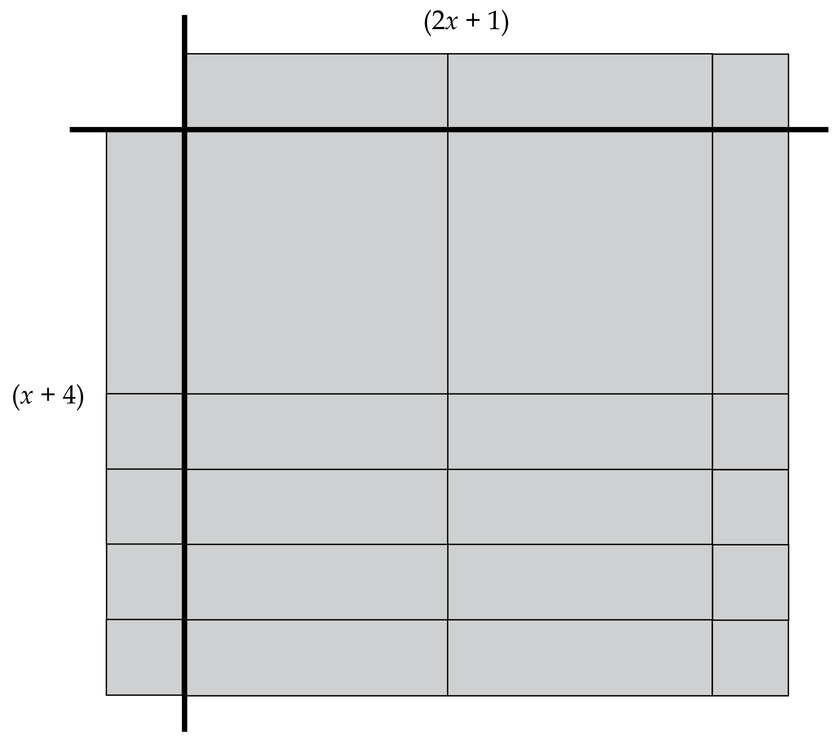
$(3x + 2)(x + 5) =$

$$= 3x^2 + 2x + 15x + 10$$

$$= 3x^2 + 17x + 10$$

b) $(2x + 1)(x + 4)$

Solution :



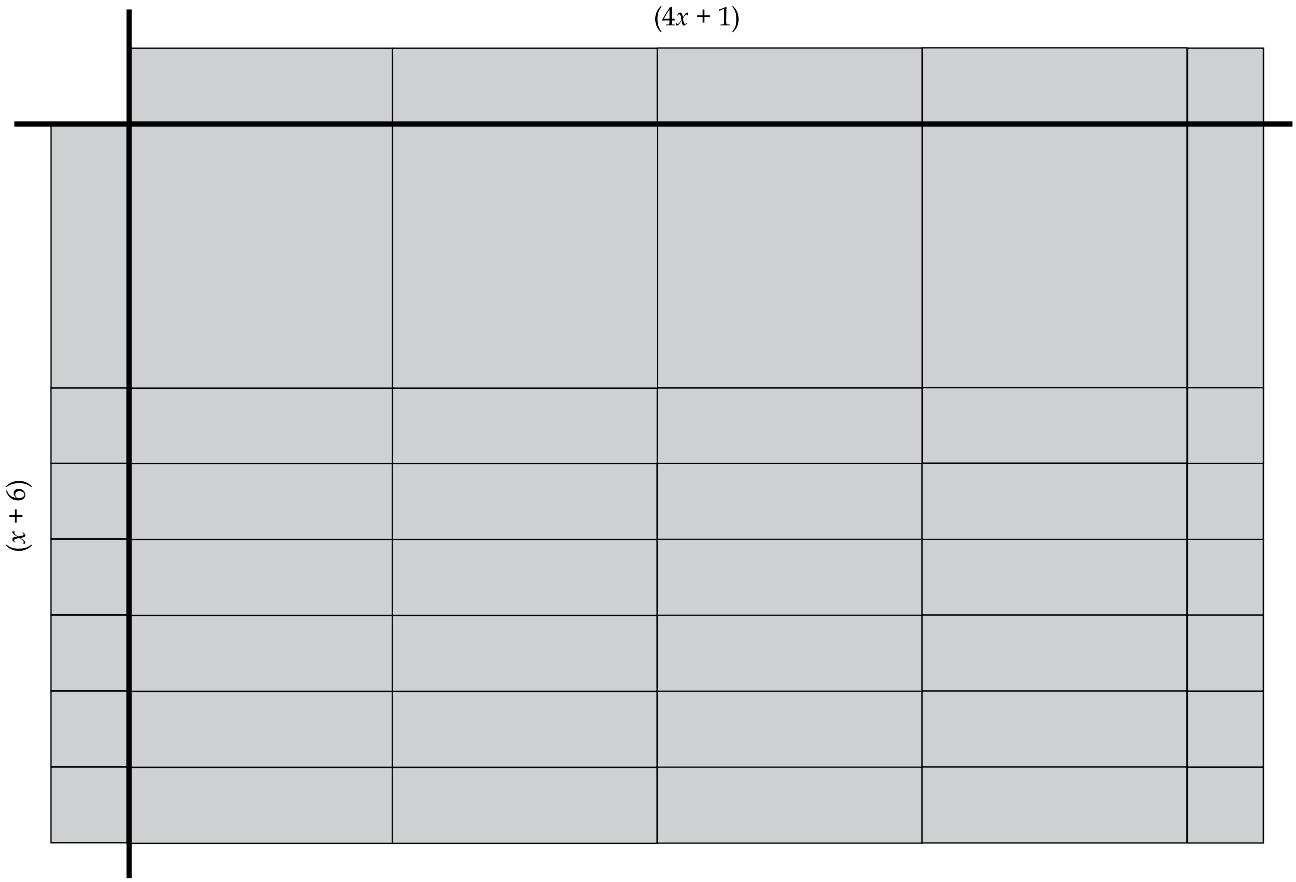
$(2x + 1)(x + 4) =$

$$= 2x^2 + 1x + 8x + 4$$

$$= 2x^2 + 9x + 4$$

c) $(4x + 1)(x + 6)$

Solution :



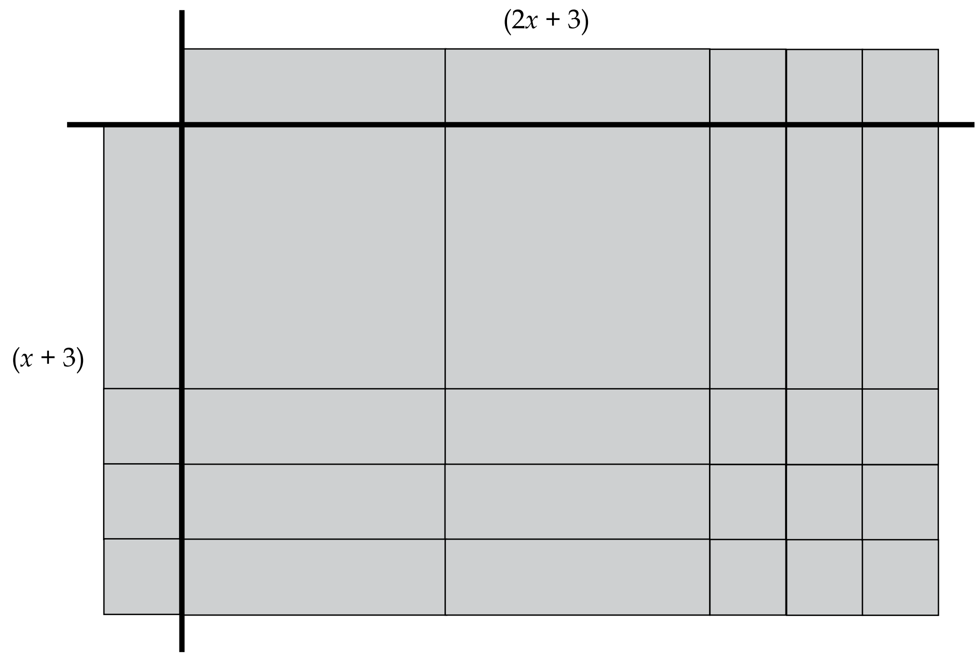
$(4x + 1)(x + 6) =$

$= 4x^2 + x + 24x + 6$

$= 4x^2 + 25x + 6$

d) $(x + 3)(2x + 3)$

Solution :



$(2x + 3)(x + 3) =$

$= 2x^2 + 3x + 6x + 9$

$= 2x^2 + 9x + 9$

Activité d'apprentissage 6.2

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Au bureau où ton père travaille, il y a un tapis formé de carrés. Chaque carré mesure 2 pieds sur 2 pieds. Si le poste de travail de ton père comprend 5 carrés de longueur et 5 carrés de largeur, quelle est la superficie de son poste de travail en pieds?
2. Trouve la valeur de $\sqrt{2^{-4}}$.
3. 1 verge^3 équivaut à combien de pieds^3?
4. Quel est le domaine de la fonction $f(x) = x + 4$?
5. Un paquet de 3 tablettes de chocolat coûte 4,00 \$. Jenny dépense 20 \$ en tablettes de chocolat. Combien de tablettes a-t-elle achetées?
6. J'ai 9 lettres dans mon nom. Est-il possible que la moitié de ces lettres soient des voyelles?
7. Quel est le PPCM de 3 et 5?
8. Évalue $\frac{6}{5} + \frac{2}{3}$.

Solutions :

1. 100 pi^2 (5×2 pi sur 5×2 pi $= 10 \times 10 = 100$ pi^2)
2. $\frac{1}{4}\left(\sqrt{2^{-4}} = 2^{-\frac{4}{2}} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}\right)$
3. 27 pi^3 (1 vg = 3 pi donc 3 x 3 x 3)
4. $]-\infty, \infty[$ ou $\{x \in \Re\}$ (tu peux avoir n'importe quelle valeur pour x)
5. 15 tablettes de chocolat ($20 \div 4 = 5$ paquets, 5 x 3 tablettes de chocolat par paquet = 15 tablettes)
6. Non (Tu ne peux pas diviser 9 également en deux. Tu ne peux pas avoir la moitié d'une voyelle. On considère « y » comme une voyelle)
7. 15 (Comme 5 et 3 sont des nombres premiers, leur PPCM égale leur produit)
8. $\frac{28}{15}\left(\frac{6}{5}+\frac{2}{3}=\frac{6 \times 3}{5 \times 3}+\frac{2 \times 5}{3 \times 5}=\frac{18+10}{15}\right)$

Partie B – La multiplication de polynômes

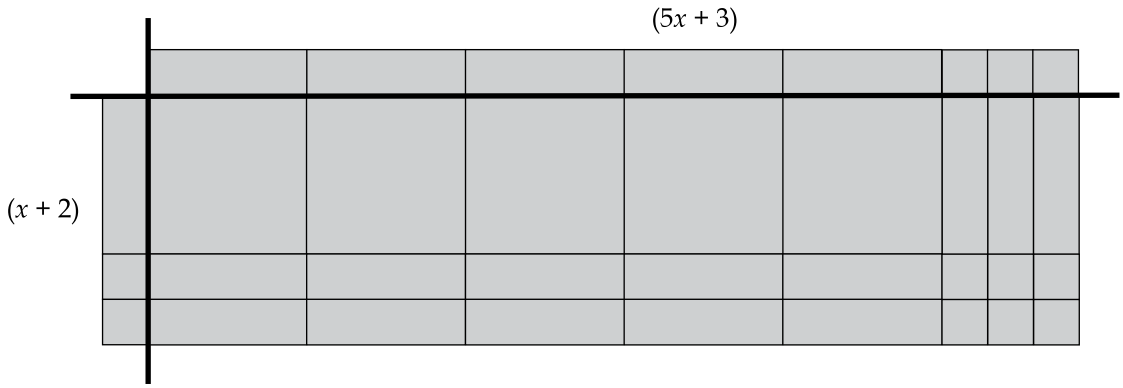
N’oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n’as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

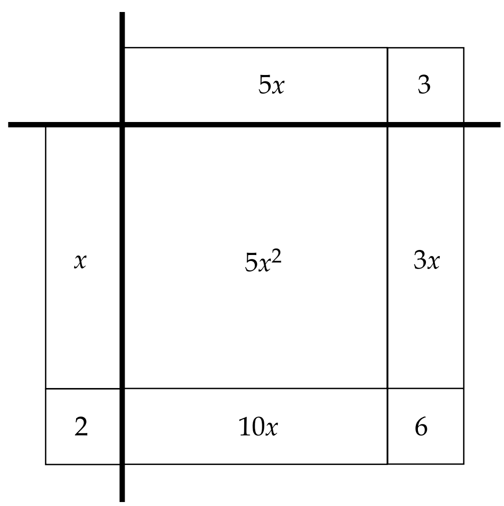
1. Simplifie chaque produit. Montre les étapes de façon imagée et symbolique.

   a) $(5x + 3)(x + 2)$

   Solution :

   Tous les coefficients et les constantes sont positifs, alors un diagramme ou un modèle d’aire pourrait être utilisé.





$$(5x + 3)(x + 2) = 5x^2 + 3x + 10x + 6$$
$$= 5x^2 + 13x + 6$$

PIED ou la propriété de distributivité peut être utilisé pour montrer le produit symboliquement.

$(5x + 3)(x + 2)$

$= 5x^2 + 3x + 10x + 6$
$= 5x^2 + 13x + 6$

Une autre solution serait :

$5x(x + 2) + 3(x + 2)$

$= 5x^2 + 10x + 3x + 6$

$= 5x^2 + 13x + 6$

b) $(4h - 5)(-3h + 7)$

Solution :

Le modèle d'aire fonctionnerait bien pour illustrer ce produit.

	$-3h$	7
$4h$	$-12h^2$	$28h$
-5	$+15h$	-35

$-12h^2 + 28h + 15h - 35$
$= -12h^2 + 43h - 35$

PIED ou La propriété de distributivité

PIED :

$(4h - 5)(-3h + 7)$

$= -12h^2 + 15h + 28h - 35$
$= -12h^2 + 43h - 35$

La propriété de distributivité :

$4h(-3h + 7) - 5(-3h + 7)$

$= -12h^2 + 28h + 15h - 35$

$= -12h^2 + 43h - 35$

c) $(x^2 - x)(x + 2)$

Solution :

Utilise le modèle d'aire.

	x^2	$-x$
x	x^3	$-x^2$
2	$2x^2$	$-2x$

$x^3 + - x^2 + 2x^2 - 2\,x$
$= x^3 + x^2 - 2\,x$

PIED ou La propriété de distributivité

PIED :

$(x^2 - x)(x + 2)$
$= x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x$
$= x^3 + x^2 - 2x$

La propriété de distributivité :

$x^2(x + 2) - x(x + 2)$
$= x^3 + 2x^2 - x^2 - 2x$
$= x^3 + x^2 - 2x$

d) $(x + y)(x^2 + 2x - 1)$

Solution :

Le modèle d'aire peut être utilisé pour illustrer ce produit.

	x^2	$2x$	-1
x	x^3	$2x^2$	$-x$
y	x^2y	$2xy$	$-y$

$x^3 + 2x^2 - x + x^2y + 2xy - y$

$= x^3 + x^2y + 2x^2 + 2xy - x - y$

Réorganise les termes en ordre décroissant des puissances.

La propriété de distributivité.

$(x + y)(x^2 + 2x - 1)$ ou $x(x^2 + 2x - 1) + y(x^2 + 2x - 1)$

$= x^3 + 2x^2 - x + x^2y + 2xy - y$

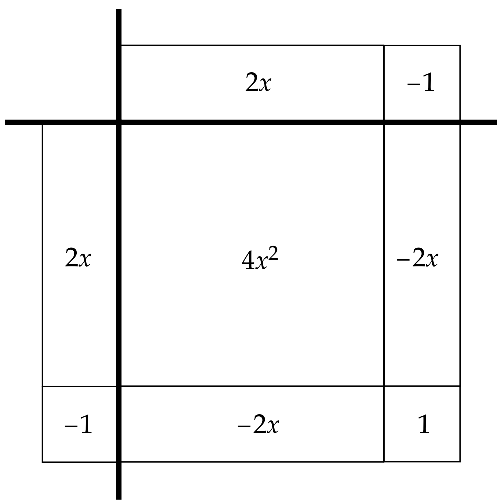
$= x^3 + x^2y + 2x^2 + 2xy - x - y$

2. Simplifie chaque produit et vérifie ta solution.

   a) $(2x - 1)^2$

   Solution:

   $(2x - 1)^2 = (2x - 1)(2x - 1)$



   $4x^2 - 2x - 2x + 1$

   $= 4x^2 - 4x + 1$

   $(2x - 1)(2x - 1)$ ou $2x(2x - 1) - 1(2x - 1)$

   $= 4x^2 - 2x - 2x + 1$

   $= 4x^2 - 4x + 1$

   Vérifie : utilise $x = 1$

$(2x - 1)^2$	$4x^2 - 4x + 1$
$(2(1) - 1)^2$	$4(1)^2 - 4(1) + 1$
$(2 - 1)^2$	$4 - 4 + 1$
1^2	1

   1 = 1; les deux résultats sont identiques.

b) $(x + 3)^3$ (CONSEIL : Écris la multiplication de la même façon qu'en a), puis multiplie seulement deux polynômes ensemble à la fois)

Solution :

$(x + 3)^3 = (x + 3)(x + 3)(x + 3)$

En utilisant la propriété d'associativité $a(bc)=(ab)c$, tu peux grouper les deux premiers binômes, trouver leur produit et ensuite multiplier ce produit par le troisième binôme.

$= [(x + 3)(x + 3)](x + 3)$

$= [(x + 3)(x + 3)](x + 3)$

$= [x^2 + 3x + 3x + 9](x + 3)$
$= [x^2 + 6x + 9](x + 3)$

Le modèle d'aire fonctionne lorsqu'il y a seulement deux expressions.

	x^2	$6x$	9
x	x^3	$6x^2$	$9x$
3	$3x^2$	$18x$	27

Applique la propriété de distributivité. Elle fonctionne dans les deux sens (propriété de commutativité, $ab = ba$).

$(x^2 + 6x + 9)(x + 3)$

ou

$(x + 3)(x^2 + 6x + 9)$

$= x^3 + 6x^2 + 9x + 3x^2 + 18x + 27$

$= x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

Vérifie la solution avec $x = 1$.

$(x + 3)^3$	$x^3 + 9x^2 + 27x + 27$
$(1 + 3)^3$	$1^3 + 9(1)^2 + 27(1) + 27$
4^3	$1 + 9 + 27 + 27$
64	64

$64 = 64$

Les deux résultats sont identiques.

3. Simplifie $(x + y + z)^2$.

Solution :

$(x + y + z)^2$

	x	y	z
x	x^2	xy	xz
y	xy	y^2	yz
z	xz	yz	z^2

$= x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2$

ou

$(x + y + z)(x + y + z)$ ou $x(x + y + z) + y(x + y + z) + z(x + y + z)$

$= x^2 + xy + xz + xy + y^2 + yz + xz + yz + z^2$

$= x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2$

4. Après avoir simplifié le produit de $(x + 4)(x - 2)$, Rita a obtenu $x^2 - 8$.

   Trouve et explique son erreur, et montre comment la corriger. (Comme tu as fait dans le module 2, si tu ne peux pas voir l'erreur, essaie de résoudre la question, puis compare ta réponse à celle de Rita.)

   Solution :

   Rita n'a pas appliqué la propriété de distributivité ni utilisé la stratégie PIED correctement en multipliant les binômes. Elle a seulement multiplié les deux premiers termes et les deux derniers termes.

   Erreurs dans les étapes de la stratégie de Rita :

   $(x + 4)(x - 2) = x^2 - 8$

   La solution correcte à l'aide de la stratégie PIED ou sur un modèle d'aire serait :

   $(x + 4)(x - 2)$
   $= x^2 + 4x - 2x - 8$
   $= x^2 + 2x - 8$

   ou

	x	$+4$
x	x^2	$4x$
-2	$-2x$	-8

5. Multiplie les polynômes suivants.

   a) $(2x^2y)(3xy^2)$
   b) $\left(\frac{-2}{3}a^3b\right)(-6ab^3)$
   c) $(3x^2)(4x^3)(5x^4)$
   d) $2x(x+1)$
   e) $(-2x^2)(x^3+3x^2-x)$
   f) $(-3-5p+9p^2)(-2p)$
   g) $(x+1)(x+2)$
   h) $(2x-4)(3x^2+x-2)$
   i) $(2x-3y)(3x+y)$
   j) $(x-2y)(x^2+xy-4y^2)$
   k) $(3x-2)^2$
   l) $(a+b-c)(a-b+c)$
   m) $(x+3)(x^2-3x+9)$
   n) $(1-2x+x^2)(1+3x)$

Solutions :

a) $\left(2x^2y\right)\left(3xy^2\right)$

$=6x^3y^3$

b) $\left(\dfrac{-2}{3}a^3b\right)\left(-6ab^3\right)$

$=\dfrac{-2\cdot -\cancel{6}^2}{\cancel{3}^1}a^3\cdot a\cdot b\cdot b^3$

$=4a^4b^4$

c) $\left(3x^2\right)\left(4x^3\right)\left(5x^4\right)$

$=60x^9$

d) $2x(x+1)$

$=2x^2+2x$

e) $\left(-2x^2\right)\left(x^3+3x^2-x\right)$

$=-2x^2\left(x^3\right)-2x^2\left(3x^2\right)-2x^2(-x)$

$=-2x^5-6x^4+2x$

f) $\left(-3-5p+9p^2\right)(-2p)$

$=-3(-2p)-5p(-2p)+9p^2(-2p)$

$=6p+10p^2-18p^3$

ou $-18p^3+10p^2+6p$

g) $(x+1)(x+2)$

$=x^2+1x+2x+2$

$=x^2+3x+2$

h) $(2x-4)\left(3x^2+x-2\right)$

$=2x\left(3x^2+x-2\right)-4\left(3x^2+x-2\right)$

$=6x^3+2x^2-4x-12x^2-4x+8$

$=6x^3-10x^2-8x+8$

i) $(2x-3y)(3x+y)$

$=2x(3x+y)-3y(3x+y)$

$=6x^2+2xy-9xy-3y^2$

$=6x^2-7xy-3y^2$

j) $(x-2y)\left(x^2+xy-4y^2\right)$

$=x\left(x^2+xy-4y^2\right)-2y\left(x^2+xy-4y^2\right)$

$=x^3+x^2y-4xy^2-2x^2y-2xy^2+8y^3$

$=x^3-x^2y-6xy^2+8y^3$

k) $(3x-2)^2$

$=(3x-2)(3x-2)$

$=9x^2-6x-6x+4$

$=9x^2-12x+4$

l) $(a+b-c)(a-b+c)$

$=a^2-ab+ac+ab-b^2+bc-ac+bc-c^2$

$=a^2-b^2+2bc-c^2$

m) $(x+3)\left(x^2-3x+9\right)$

$=x^3-3x^2+9x+3x^2-9x+27$

$=x^3+27$

n) $\left(1-2x+x^2\right)(1+3x)$

$=1+3x-2x-6x^2+x^2+3x^3$

$=1+x-5x^2+3x^3$ ou

$=3x^3-5x^2+x+1$

Solutions des questions d'exercice série A

1. $x^2 + 10x + 24$	11. $2x^2 + x - 1$
2. $x^2 + 6x - 7$	12. $x^2 - 10x + 21$
3. $x^2 - 4x - 60$	13. $x^2 + 14x + 48$
4. $x^2 + 5x + 6$	14. $x^2 + 15x + 54$
5. $x^2 - 3x - 4$	15. $x^2 + 12x + 27$
6. $x^2 - 6x + 5$	16. $x^2 + 6x - 27$
7. $x^2 - 4x + 3$	17. $x^2 + 8x + 15$
8. $x^2 - 4x$	18. $x^2 + 2x - 15$
9. $x^2 - x - 6$	19. $2x^2 + 7x + 3$
10. $x^2 - 2x - 15$	20. $2x^2 - 5x - 3$

Solutions des questions d'exercice série B

1. $x^2 + 5x + 6$	11. $x^2 + x - 12$
2. $x^2 - 5x + 6$	12. $x^2 - x - 12$
3. $x^2 + x - 6$	13. $x^2 + 13x + 12$
4. $x^2 - x - 6$	14. $x^2 - 13x + 12$
5. $x^2 + 7x + 6$	15. $x^2 - 11x - 12$
6. $x^2 - 7x + 6$	16. $x^2 + 11x - 12$
7. $x^2 - 5x - 6$	17. $x^2 + 8x + 12$
8. $x^2 + 5x - 6$	18. $x^2 - 8x + 12$
9. $x^2 + 7x + 12$	19. $x^2 + 4x - 12$
10. $x^2 - 7x + 12$	20. $x^2 - 4x + 12$

Quelles régularités remarques-tu? Nous allons explorer ces régularités dns la prochaine leçon.

Activité d'apprentissage 6.3

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Samantha a deux fois plus de robes que de chemisiers et trois fois plus de chemisiers que de pantalons. Si Samantha a 12 chemisiers, combien de pantalons a-t-elle?
2. Multiplie $(x + 2)(x + 3)$.
3. Écris l'équation suivante en utilisant la notation fonctionnelle : $y - x = 25$.
4. Convertis 1 pied^2 en pouces^2.
5. La pente d'une droite égale $\frac{4}{5}$. Un point sur cette droite se trouve à (2, 3).

   Quelles sont les coordonnées d'un autre point appartenant à cette droite?
6. Heather prépare sa valise pour l'Europe. Si les dimensions de la valise sont de 1 m sur 0,8 m sur 0,25 m, quel est le volume de sa valise?
7. L'équipe A a gagné 5 parties sur les 9 dernières. L'équipe B en a gagné 4 sur les 7 dernières. Quelle équipe a gagné un plus grand pourcentage de parties?
8. Ton ami et toi voulez séparer l'addition pour le souper au restaurant. L'addition s'élève à 35,00 $. Combien devras-tu débourser pour le repas?

Réponses :

1. 4 pantalons (12 ÷ 3)
2. $x^2 + 5x + 6$ (Quand le coefficient de x des deux binômes a la valeur 1, le coefficient du terme du milieu du produit des binômes est la somme des constantes (2 + 3) et le dernier terme du produit des binômes est le produit des constantes (2 × 3))
3. $f(x) = x + 25$
4. 144 pouces^2 (1 pied = 12 pouces, 1 pied^2 = (12 pouces)^2)
5. (7, 7) et (-3, -1) sont des réponses possibles (Comme la pente égale $\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$, donc (2 + 5, 3 + 4) est un point et (2 – 5, 3 – 4) est un autre point)
6. $0{,}2\,\mathrm{m}^2 \left(1 \times 0{,}8 = 0{,}8;\ 0{,}25 = \frac{1}{4} \text{ donc } \frac{1}{4} \text{ de } 0{,}8 = 0{,}2\right)$
7. L'équipe B $\left(\text{Équipe A} : \frac{5}{9} \times \frac{7}{7} = \frac{35}{63};\ \text{Équipe B} : \frac{4}{7} \times \frac{9}{9} = \frac{36}{63}\right)$
8. 17,50 $ (35 est un chiffre impair, donc il n'est pas divisible exactement par deux. 35 = 34 +1, alors 34 ÷ 2 = 17 et 1 ÷ 2 = 0,50; le total que tu dois payer est 17 + 0,50 = 17,50 $)

Partie B – La factorisation de binômes et de trinômes

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Dessine un arrangement rectangulaire de tuiles pour représenter les expressions suivantes. Utilise les tuiles pour déterminer les facteurs du polynôme. Vérifie ta réponse en multipliant les facteurs.

a) $8x^2 + 12x$ b) $2x^2 + 6x$

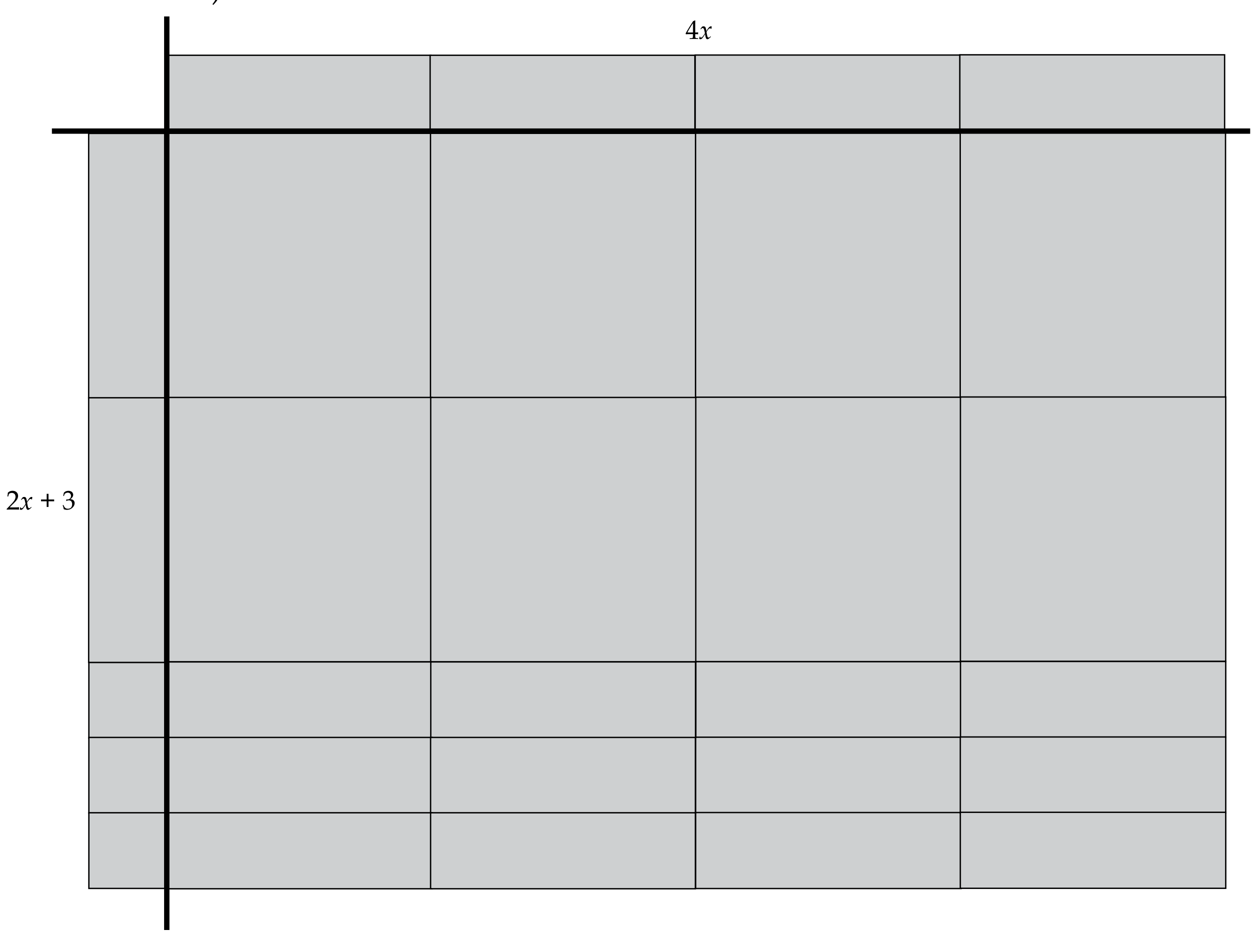
c) $12x^2 + 3x$ d) $x^2 + x$

e) $x^2 + 12x + 36$ f) $x^2 + 7x + 10$

g) $x^2 + 7x + 12$ h) $x^2 + 7x + 6$

Solutions :

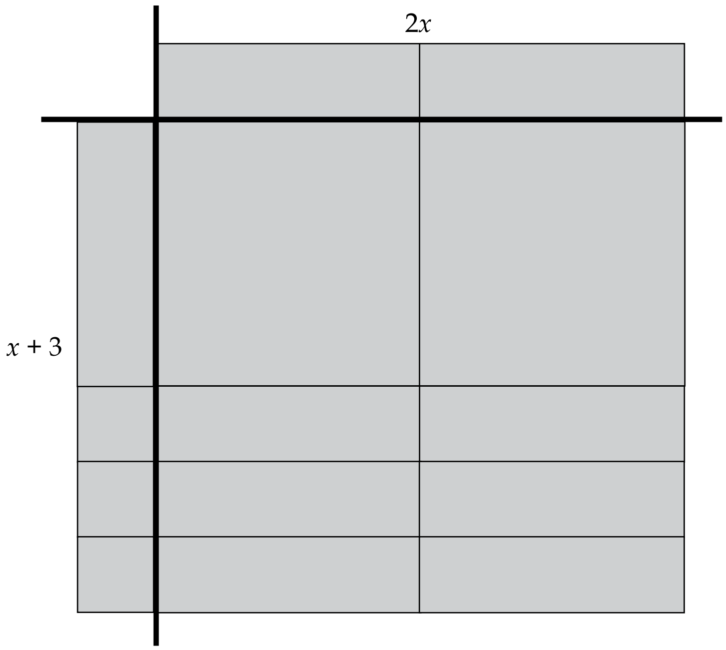
a) $8x^2 + 12x$



Vérifie

$4x(2x + 3) = 8x^2 + 12x$

b)

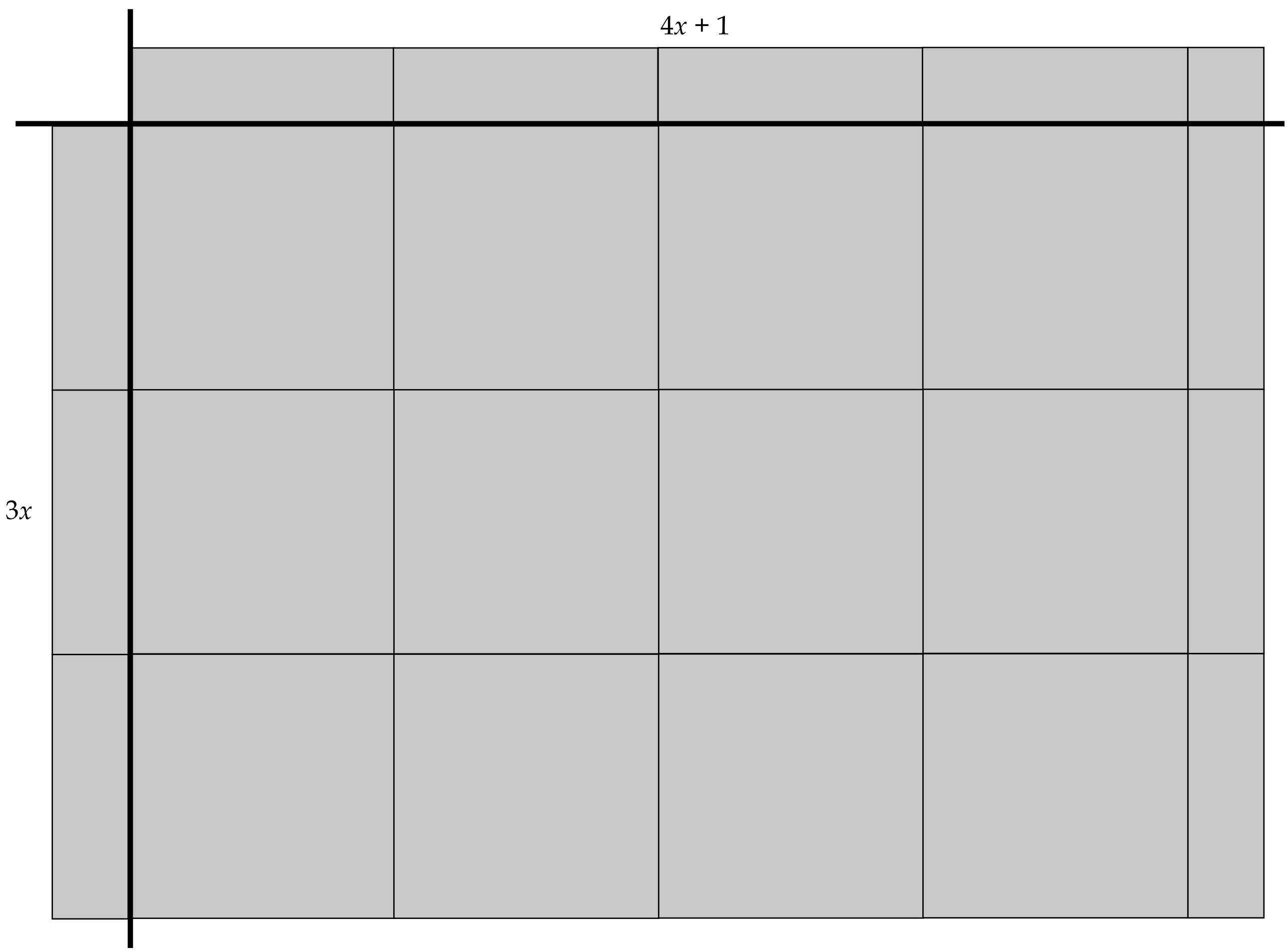


$2x^2 + 6x$

Vérifie :

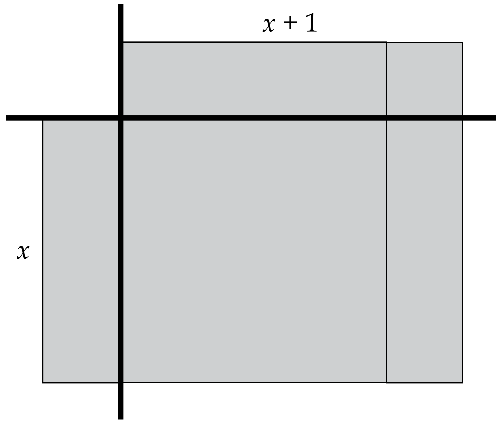
$2x(x + 3) = 2x^2 + 6x$

c) $12x^2 + 3x$



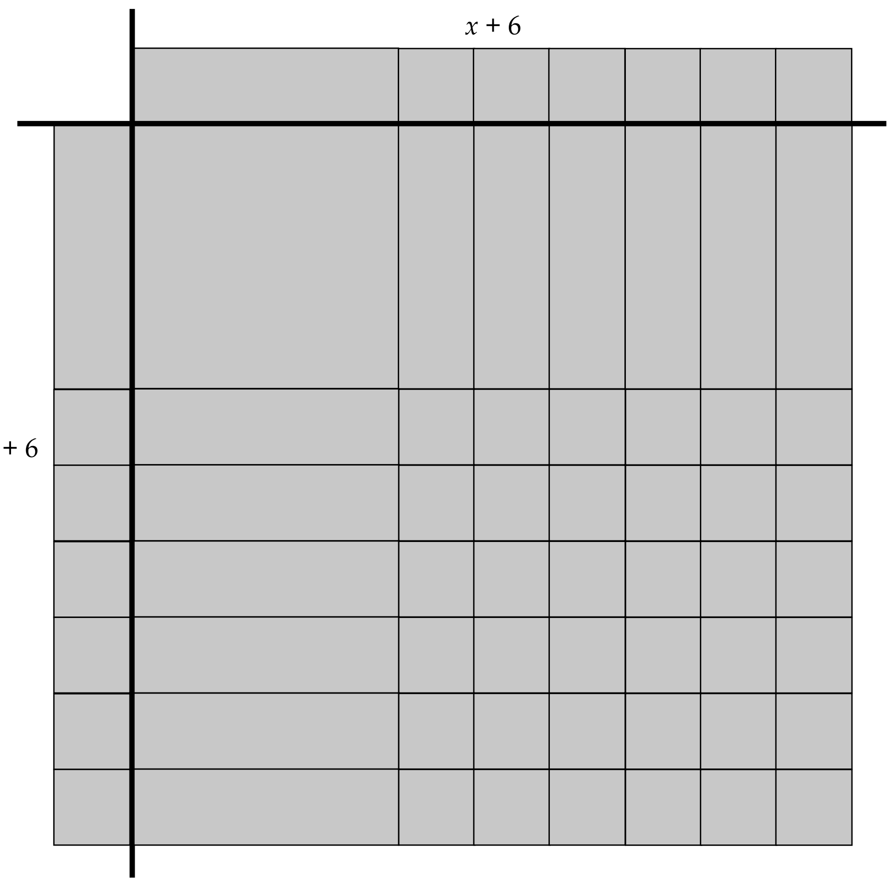
Vérifie : $3x(4x + 1) = 12x^2 + 3x$

d) $x^2 + x$



Vérifie : $x(x + 1) = x^2 + x$

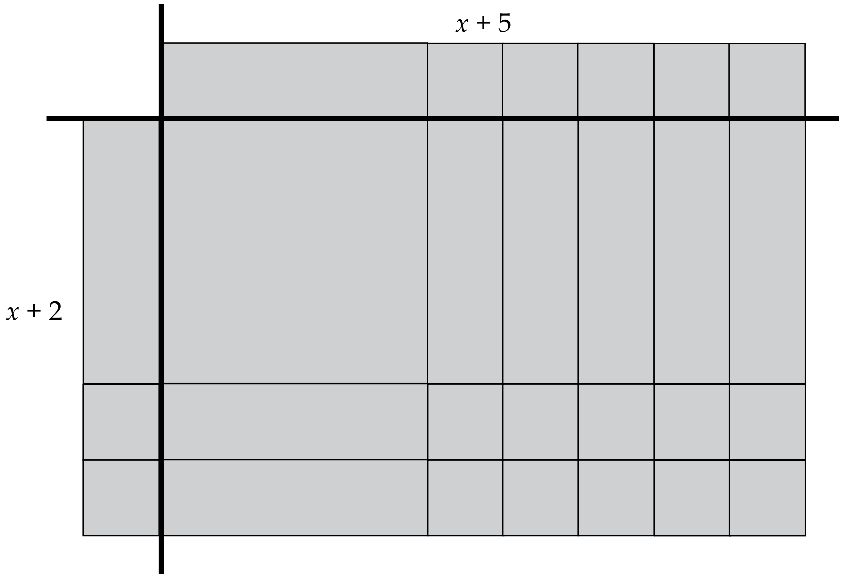
e) $x^2 + 12x + 36$



Vérifie : $(x + 6)(x + 6) = x^2 + 6x + 6x + 36$

$= x^2 + 12x + 36$

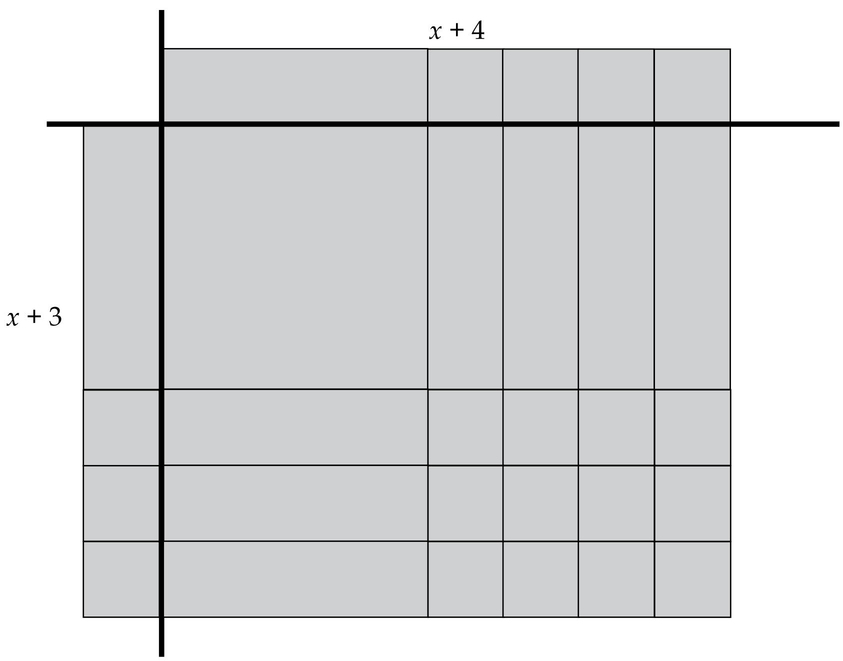
f) $x^2 + 7x + 10$



Vérifie : $(x + 5)(x + 2) = x^2 + 5x + 2x + 10$

$= x^2 + 7x + 10$

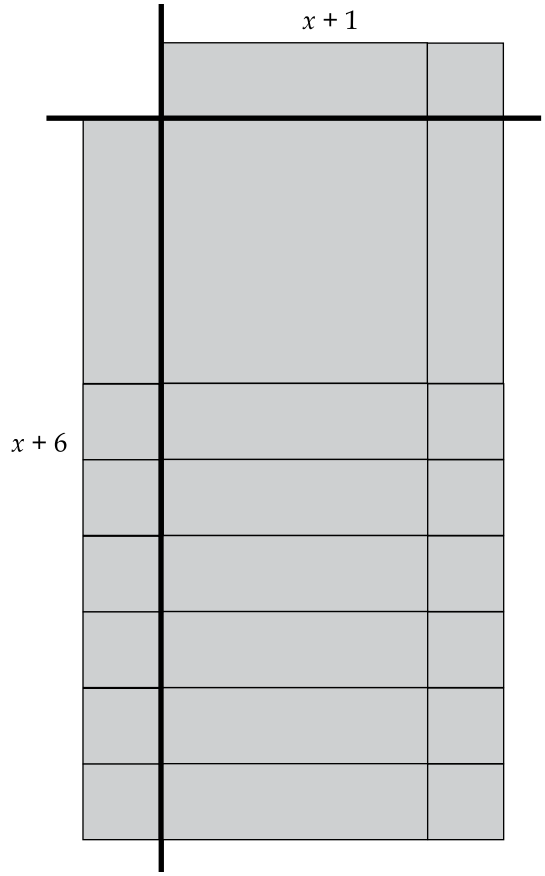
g) $x^2 + 7x + 12$



Vérifie : $(x + 4)(x + 3) = x^2 + 4x + 3x + 12$

$= x^2 + 7x + 12$

h) $x^2 + 7x + 6$



Vérifie : $(x + 1)(x + 6) = x^2 + x + 6x + 6$

$= x^2 + 7x + 6$

2. Complète le tableau suivant afin de reconnaître les régularités dans la factorisation des trinômes donnés dans les exemples 5 à 9 des pages précédentes (pages 60 à 64).

Solutions :

Trinôme	Coefficient de x^2	Coefficient de x	Constante	Somme des constantes des binômes	Produit des constantes des binômes	Facteurs (binômes)
$x^2 + 5x + 6$	1	5	6	$2 + 3 = 5$	$(2)(3) = 6$	$(x + 2)(x + 3)$
$x^2 + 8x + 12$	1	8	12	$2 + 6 = 8$	$(2)(6) = 12$	$(x + 2)(x + 6)$
$x^2 + 8x + 15$	1	8	15	$5 + 3 = 8$	$(5)(3) = 15$	$(x + 5)(x + 3)$
$x^2 + x - 2$	1	1	-2	$2 + (-1) = 1$	$(2)(-1) = -2$	$(x + 2)(x - 1)$
$x^2 - 2x - 8$	1	-2	-8	$(-4) + 2 = -2$	$(-4)(2) = -8$	$(x - 4)(x + 2)$

3. a) Soit un trinôme de forme $ax^2 + bx + c$, où a est le coefficient de x^2, b est le coefficient de x et c est une constante. Complète le tableau suivant.

Solutions :

Trinôme $ax^2 + bx + c$	a	b	c	**Nomme toutes les paires de facteurs de** c**. Indique quels signes on doit employer pour en arriver au signe du produit**	**Nomme la paire de facteurs de** c **qui donne une somme de** b**, en tenant compte des signes donnés**	**Indique les binômes qui sont les facteurs du trinôme**
$x^2 + 4x - 21$	1	4	–21	1,21; 3,7 signes : (+) (–)	–3, 7	$(x - 3)(x + 7)$
$x^2 + 9x + 20$	1	9	20	1,20; 2,10; 4,5 signes : (+) (+)	4, 5	$(x + 4)(x + 5)$
$x^2 + 2x - 48$	1	2	–48	1,48; 2,24; 3,16; 4,12; 6,8 signes : (+) (–)	–6, 8	$(x - 6)(x + 8)$
$x^2 - 11x + 28$	1	–11	28	1,28; 2,14; 4,7 signes : (–)(–)	–7, –4	$(x - 4)(x - 7)$

b) Écris un énoncé sommaire décrivant la relation entre les constantes dans les binômes et b et c dans le trinôme (le coefficient de x et la constante du trinôme).

Solution :

Les constantes des binômes forment la paire de facteurs de c qui donne une somme de b. Les deux valeurs doivent être multipliées pour donner c, et additionnées pour donner b.

4. a) Vérifie les facteurs (binômes) dans la dernière colonne du tableau ci-dessus en 3.a) en appliquant la propriété de distributivité de la multiplication à chacun.

Solution :

$(x - 3)(x + 7)$
$= x^2 - 3x + 7x - 21$
$= x^2 + 4x - 21$

$(x + 4)(x + 5)$
$= x^2 + 4x + 5x + 20$
$= x^2 + 9x + 20$

$(x - 6)(x + 8)$
$= x^2 - 6x + 8x - 48$
$= x^2 + 2x - 48$

$(x - 4)(x - 7)$
$= x^2 - 4x - 7x + 28$
$= x^2 - 11x + 28$

b) Explique à l'aide d'exemples la relation entre la multiplication et la factorisation.

Solution :

Quand tu multiplies deux polynômes ensemble, tu obtiens un produit. Les facteurs de ce produit sont les deux polynômes que tu as multipliés. Quand tu décomposes un polynôme en facteurs, tu fais l'inverse de la multiplication. Tu commences par le produit et tu détermines quels sont les facteurs que tu dois multiplier pour obtenir cette réponse. Avec la multiplication, tu commences avec les facteurs et tu les multiplies pour déterminer le produit. La factorisation est l'inverse de la propriété de distributivité de la multiplication.

facteur × facteur = produit $(x + 2)(x - 7) = x^2 - 5x - 14$

produit = facteur × facteur $x^2 - 5x - 14 = (x + 2)(x - 7)$

5. Décompose en facteurs les polynômes suivants. Vérifie tes réponses en appliquant la propriété de distributivité de la multiplication.

a) $x^2 - 7x - 18$

b) $a^2 - 10a - 11$

c) $x^2 - 13x + 40$

d) $y^2 + 13y + 36$

e) $2x^2 + 8x - 64$

CONSEIL : Trouve un facteur commun pour tous les coefficients et constantes, et essaie de factoriser le trinôme sans inclure le facteur commun; (par ex. $3x^2 + 6x - 9 = (3)(x^2 + 2x - 3)$…).

Solutions :

a) $x^2 - 7x - 18 = (x - 9)(x + 2)$
Vérifie :
$(x - 9)(x + 2)$
$= x^2 - 9x + 2x - 18$
$= x^2 - 7x - 18$

b) $a^2 - 10a - 11 = (a - 11)(a + 1)$
Vérifie :
$(a - 11)(a + 1)$
$= a^2 - 11a + a - 11$
$= a^2 - 10a - 11$

Note : N'importe quelle lettre peut être utilisée pour représenter la variable.

c) $x^2 - 13x + 40 = (x - 8)(x - 5)$
Vérifie :
$(x - 8)(x - 5)$
$= x^2 - 8x - 5x + 40$
$= x^2 - 13x + 40$

d) $y^2 + 13y + 36 = (y + 4)(y + 9)$
Vérifie :
$(y + 4)(y + 9)$
$= y^2 + 4y + 9y + 36$
$= y^2 + 13y + 36$

e) $2x^2 + 8x - 64 = 2(x^2 + 4x - 32) = 2(x - 4)(x + 8)$
Factoriser tout facteur commun aux trois termes du trinôme en premier avant de factoriser le trinôme.
Vérifie :
$2(x - 4)(x + 8)$
$= 2(x^2 - 4x + 8x - 32)$
$= 2(x^2 + 4x - 32)$
$= 2x^2 + 8x - 64$

6. Trouve et explique les erreurs dans les factorisations suivantes. Montre les solutions corrigées.

   a) $x^2 - 5x - 6 = (x - 3)(x + 2)$

      Solution :

      Les constantes dans les binômes, -3 et 2, donnent un produit de -6 mais lorsqu'elles sont additionnées, elles ne donnent pas -5. Les facteurs corrects sont $(x - 6)(x + 1)$.

   b) $18y^2 - 12y = 2(9y^2 - 6y)$

      Solution :

      2 n'est pas le plus grand commun diviseur des termes de ce binôme. Les bons facteurs seraient $6y(3y - 2)$.

   c) $3x^2 - 3x - 6 = (3x - 6)(x + 1)$

      Solution :

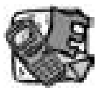
      Même si en multipliant les facteurs donnés tu obtenais le trinôme en question, le facteur commun 3 ne serait pas isolé. La bonne réponse est $3(x - 2)(x + 1)$.

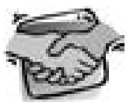
   d) $x^2 + 20x + 9 = (x + 4)(x + 5)$

      Solution :

      Les constantes des binômes donnent le produit b et une somme égale à c, plutôt qu'un produit de c (constante) et une somme b (coefficient de x) dans le trinôme. Les paires de facteurs de 9 sont 3×3 et 9×1. Ni l'une ni l'autre de ces paires ne fonctionne pour donner une somme de 20, donc il n'y a pas deux binômes qui seraient des facteurs de ce trinôme. Il serait impossible de faire un arrangement rectangulaire de tuiles correspondant à $x^2 + 20x + 9$.

7. Décompose en facteurs les expressions suivantes.





Note : Si tu te sens habile à décomposer en facteurs des binômes et des trinômes, fais seulement les problèmes a) à d) et i) à l). Si tu veux t'exercer davantage, fais tous les problèmes de a) à p). Si tu as de la difficulté à comprendre ces concepts, n'oublie pas que tu peux communiquer avec ton tuteur ou correcteur, ou demander à ton partenaire d'études de t'aider.

a) $12m - 24p$
b) $a - ar^3y$
c) $2a^2 - 12ab + 14ac$
d) $6x^2 - 18z^6y - 6ax^3z$
e) $3r^2 - 15hr$
f) $4n^3 - 4n^2$
g) $32x^2y + 4x^3y$
h) $3mn + 6m^2n^2$
i) $x^2 - 7x + 12$
j) $x^2 - 10x - 24$
k) $x^2 + 25x + 24$
l) $x^2 - 4x - 12$
m) $x^2 + x - 72$
n) $c^2 - 4c - 12$
o) $4 - 5c + c^2$
p) $x^2 - x - 6$

Solutions :

a) $12(m - 2p)$
b) $a(1 - r^3y)$
c) $2a(a - 6b + 7c)$
d) $6(x^2 - 3z^6y - ax^3z)$
e) $3r(r - 5h)$
f) $4n^2(n - 1)$
g) $4x^2y(8 + x)$
h) $3mn(1 + 2mn)$
i) $(x - 4)(x - 3)$
j) $(x + 2)(x - 12)$
k) $(x + 1)(x + 24)$
l) $(x - 6)(x + 2)$
m) $(x + 9)(x - 8)$
n) $(c - 6)(c + 2)$
o) $(4 - c)(1 - c)$ ou $(c - 4)(c - 1)$
p) $(x - 3)(x + 2)$

Activité d’apprentissage 6.4

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. Quels sont les deux nombres dont le produit égale –8 et la somme, –2?
2. Il y a 20 bâtonnets au fromage dans un paquet. Tu n’en manges qu’un seul par jour, et seulement du lundi au vendredi. Pendant combien de semaines en mangeras-tu avant de finir le paquet?
3. Résous $4 - 6 + 2 \times (3 - 8)$
4. Tu joues au baseball dans une équipe mixte. Il y a 16 personnes dans ton équipe. S’il doit y avoir $\frac{1}{4}$ de l’équipe formé par des filles, combien doit-il y avoir de filles?
5. Multiplie $(x + 5)(x - 9)$
6. La dernière fois que tu as compté tes DVD, il y en avait 54. Tu en as prêté à tes amis et tu n’en comptes que 32 aujourd’hui. Combien de DVD as-tu prêtés?
7. Complète la régularité suivante : –1, 0, ___, 0, ___, 0, 1
8. Tu utilises davantage la main gauche que la main droite pour dactylographier au clavier, quand tes mains sont bien placées sur le clavier. Pour dactylographier le mot facteur, tu as utilisé ta main gauche pour 6 lettres et ta droite pour une seule. Écris la fraction qui représente le nombre de fois que tu as utilisé ta main droite au total.

Answers:

1. –4, 2
2. 4 semaines (Tu manges 5 bâtonnets par semaine, donc $20 \div 5 = 4$)
3. –12 $(4 - 6 + 2 \times (-5) = 4 - 6 + (-10) = -2 - 10)$
4. 4 filles $\left(16 \times \frac{1}{4}\right)$
5. $x^2 - 4x - 45$ $(5 - 9 = -4,\ 5 \times (-9) = -45)$
6. 22 DVD $(32 + 2 = 34$ et $34 + 20 = 54)$
7. 1, –1
8. $\frac{1}{7}$ (il y a un total de 7 lettres et la main droite dactylographie seulement sur une de ces lettres)

Partie B – La factorisation de trinômes quand *a* ∈ Z

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Décompose complètement en facteurs.

a) $2x^2 + 11x + 15$ b) $4x^2 - 21x + 5$

c) $5x^2 - 4x - 12$ d) $6x^2 + 5x - 6$

e) $2x^3 + x^2 - 15x$ f) $2x^3 - 22x^2 + 36x$

g) $-12x^2 + 26x + 10$

Solutions :

a) $2x^2 + 11x + 15$ $(2)(15) = 30$ 30: 1, 30 (+)(+)

2, 15

3, 10

5, 6

$(5) + (6) = 11$

$= 2x^2 + 5x + 6x + 15$

$= x(2x + 5) + 3(2x + 5)$

$= (2x + 5)(x + 3)$

b) $4x^2 - 21x + 5$ $(4)(5) = 20$ 20: 1, 20 (–)(–)

2, 10

4, 5

$(-1) + (-20) = -21$

$= 4x^2 - 1x - 20x + 5$

$= x(4x - 1) - 5(4x - 1)$

$= (4x - 1)(x - 5)$

c) $5x^2 - 4x - 12$ $(5)(-12) = -60$ 60: 1, 60 (+)(–)

2, 30

3, 20

4, 15

5, 12

6, 10

$(6) + (-10) = -4$

$= 5x^2 - 10x + 6x - 12$

$= 5x(x - 2) + 6(x - 2)$

$= (x - 2)(5x + 6)$

d) $6x^2 + 5x - 6$ $\quad (6)(-6) = -36 \quad$ 36: 1, 36 $\quad$ (+)(–)
2, 18
3, 12
4, 9
6, 6

$(9) + (-4) = 5$

$= 6x^2 + 9x - 4x - 6$
$= 3x(2x + 3) - 2(2x + 3)$
$= (2x + 3)(3x - 2)$

e) $2x^3 + x^2 - 15x$ (Enlève toujours les facteurs communs en premier)
$= x(2x^2 + x - 15)$ $\quad (2)(-15) = -30 \quad$ 30: 1, 30 $\quad$ (+)(–)
2, 15
3, 10
5, 6

$(-5) + (6) = 1$

$= x(2x^2 - 5x + 6x - 15)$
$= x(x(2x - 5) + 3(2x - 5))$
$= x(2x - 5)(x + 3)$

f) $2x^3 - 22x^2 + 36x$ (Enlève le facteur commun)
$= 2x(x^2 - 11x + 18)$ $\quad (1)(18) = 18 \quad$ 18: 1, 18 $\quad$ (–)(–)
2, 9
3, 6

$(-2) + (-9) = -11$

$= 2x(x^2 - 9x - 2x + 18)$
$= 2x(x(x - 9) - 2(x - 9))$
$= 2x(x - 9)(x - 2)$

g) $-12x^2 + 26x + 10$ (Enlève le facteur commun, y compris le signe négatif)
$= -2(6x^2 - 13x - 5)$ $\quad (6)(-5) = -30 \quad$ 30: 1, 30 $\quad$ (+)(–)
2, 15
3. 10
5, 6

$(-15) + (2) = -13$

$= -2(6x^2 - 15x + 2x - 5)$
$= -2(3x(2x - 5) + 1(2x - 5))$
$= -2(2x - 5)(3x + 1)$

2. Décompose chaque expression en facteurs. Si tu es à l'aise avec la factorisation des trinômes où $a \in Z$, tu n'as pas à répondre à ces questions. Si tu veux t'exercer un peu plus, fais autant d'exercices qu'il le faut.

a) $2x^2 + 5x + 3$	b) $5x^2 + 6x + 1$
c) $5a^2 - 16a + 3$	d) $3y^2 + 4y + 1$
e) $24x^2 + 2x - 1$	f) $6y^2 + 20 + 23y$
g) $10 + y - 2y^2$	h) $60y^2 - 27y - 60$
i) $15x^2 + 37x + 20$	j) $15a^2 + 8a - 12$

Solutions :

a) $(2x + 3)(x + 1)$	b) $(5x + 1)(x + 1)$
c) $(5a - 1)(a - 3)$	d) $(3y + 1)(y + 1)$
e) $(6x - 1)(4x + 1)$	f) $(2y + 5)(3y + 4)$
g) $(5 - 2y)(2 + y)$	h) $3(5y + 4)(4y - 5)$
i) $(5x + 4)(3x + 5)$	j) $(5a + 6)(3a - 2)$

3. Pour quelles valeurs entières de k peut-on factoriser $4x^2 + kx + 3$? Écris tous les trinômes possibles sous forme de produit de ses facteurs.

Solution :

$4x^2 + kx + 3$

$(4)(3) = 12$ Les signes doivent être $(+)(+)$ Facteurs de 12 : 1, 12
2, 6
3, 4

Les combinaisons possibles de paires de facteurs quand les deux facteurs sont positifs sont : 13, 8 et 7.

Les valeurs possibles de k sont : 13, 8, 7.

$4x^2 + 13x + 3$
$4x^2 + 8x + 3$
$4x^2 + 7x + 3$

$4x^2 + 13x + 3$	$4x^2 + 8x + 3$	$4x^2 + 7x + 3$
$= 4x^2 + 12x + x + 3$	$= 4x^2 + 2x + 6x + 3$	$= 4x^2 + 4x + 3x + 3$
$= 4x(x + 3) + 1(x + 3)$	$= 2x(x + 1) + 3(x + 1)$	$= 4x(x + 1) + 3(x + 1)$
$= (x + 3)(4x + 1)$	$= (x + 1)(2x + 3)$	$= (x + 1)(4x + 3)$

4. Comble les espaces suivants de sorte que chaque trinôme soit un trinôme carré parfait.

   a) $4x^2$ + ____ + 4

      Solution :

      $4x^2 + 8x + 4$ $\quad$ $(4)(4) = 16$ $\quad$ $\sqrt{16} = 4$ $\quad$ $2 \times 4 = 8$

   b) $25x^2$ + ____ + 9

      Solution :

      $25x^2 + 30x + 9$ $\quad$ $(25)(9) = 225$ $\quad$ $\sqrt{225} = 15$ $\quad$ $2 \times 15 = 30$

   c) $x^2 + 14\,x$ + _____

      Solution :

      $x^2 + 14x + 49$ $\quad$ $14 \div 2 = 7$ $\quad$ $7^2 = 49$ $\quad$ $(1)(49) = 49$

5. Décompose en facteurs chaque trinôme carré parfait.

   a) $x^2 - 8x + 16$

      Solution :

      $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

   b) $4x^2 - 4x + 1$

      Solution :

      $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$

6. Identifie et explique les erreurs de factorisation ci-dessous et indique la bonne solution.

   $x^2 - 8x + 16 = (x + 4)^2$

   Solution :

   Le signe du facteur binomial est incorrect. Ce devrait être le même signe que le signe du coefficient de x. La bonne réponse est $(x - 4)^2$.

Activité d’apprentissage 6.5

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. Décompose en facteurs $m^2 + 3m - 54$.
2. Tu sais que ton verre contient 1 tasse de lait. Est-ce que ce volume serait un bon référent pour trouver combien d’eau ta bouteille peut contenir?
3. Andy est allé à la Grande pyramide d’Égypte. Il a acheté une version miniature à l’échelle de la pyramide. Le rapport d’échelle entre la miniature et la vraie pyramide est de 1 cm : 70 coudées royales. Si la hauteur de la miniature est de 4 cm, quelle est la hauteur de la véritable pyramide en coudées? N.B. Une coudée royale est une ancienne unité de mesure équivalant à 52,5 cm.
4. 3^{-6} est-il un nombre rationnel ou irrationnel?
5. Quel est le PGFC de 34 et 17?
6. Simplifie $\left(2^2\right)^{\frac{-1}{5}}$.
7. Résous $4n - 3 = 2 + 19$.
8. Tu as deux frères et trois sœurs plus vieux que toi. Tes parents ont 11 enfants. Combien as-tu de frères et sœurs plus jeunes que toi?

Solutions :

1. $(m - 6)(m + 9)$
2. Oui, mais la précision se limite à une tasse près. Le cas échéant, tu ne pourrais pas indiquer précisément une demi-tasse.
3. 280 coudées royales (4×70)
4. Rationnel (tu peux écrire le chiffre sous forme de fraction $\frac{1}{3^6}$ ou $\frac{1}{729}$.
5. 17
6. $\frac{1}{\sqrt[5]{4}}$
7. $n = 6$ ($4n - 3 = 21$; $4n = 24$; $n = 6$)
8. 5 (11 – 5 (les ainés) – 1 (toi) = 5)

Partie B – La différence de carrés et révision du module

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Pourquoi, lorsqu'on applique la propriété de distributivité aux facteurs d'une différence de carrés, le résultat est-il un binôme? Donne un exemple.

   Solution :

   Dans une différence de carrés, les facteurs sont les mêmes, sauf qu'ils sont de signes opposés. Quand tu appliques la propriété de distributivité , les coefficients de x sont opposés et s'annulent pour donner zéro, ce qui laisse $ax^2 + 0x - c$, qu'on peut simplifier en un binôme, soit $ax^2 - c$.

   Exemple :

   (tu peux trouver un exemple différent, mais le principe reste le même.)

   $64x^2 - 100$

$= (8x + 10)(8x - 10)$	Facteurs
$= 64x^2 - 80x + 80x - 100$	Applique la propriété de distributivité et simplifie en annulant les termes de signes opposés.
$= 64x^2 - 100$	

2. Soit le polynôme $ax^2 - c$, où a et c sont des carrés parfaits; écris ses facteurs (sous forme de binômes).

   Solution :

   Les facteurs de $ax^2 - c$ s'écrivent comme suit : $\left(\sqrt{ax^2} + \sqrt{c}\right)\left(\sqrt{ax^2} - \sqrt{c}\right)$.

3. Décompose en facteurs les expressions suivantes :

   a) $x^2 - 36$

      Solution :

      $x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6)$

   b) $9y^2 - 49$

      Solution :

      $9y^2 - 49 = (3y - 7)(3y + 7)$

c) $x^2 - 256$

Solution :

$x^2 - 256 = (x - 16)(x + 16)$

d) $2m^2n - 2n$

Solution :

$2m^2n - 2n = 2n(m^2 - 1) = 2n(m - 1)(m + 1)$

4. Applique tes stratégies de factorisation pour décomposer les polynômes suivants.

a) $3mn - 6np$

b) $a(b + 3) + c(b + 3)$

c) $\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$

d) $x^2 - 11x + 28$

e) $x^2 - 3x - 28$

f) $4x^4 - 20x^3 + 24x^2$

g) $16x^2 - 24x + 9$

h) $8x^2 - 40x + 50$

i) $x^2 - 81$

j) $4y^2 - 9$

k) $20x^2y - 5y$

Solutions :

a) $3mn - 6np$

$= 3n(m - 2p)$

b) $a(b + 3) + c(b + 3)$

$= (b + 3)(a + c)$

c) $\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \left(R^3 - r^3\right)$

d) $x^2 - 11x + 28$

$= (x - 7)(x - 4)$

e) $x^2 - 3x - 28$

$= (x - 7)(x + 4)$

f) $4x^4 - 20x^3 + 24x^2$

$= 4x^2(x^2 - 5x + 6)$

$= 4x^2(x - 3)(x - 2)$

g) $16x^2 - 24x + 9$ $\quad 16 * 9 = 144 \quad (-12)(-12) = 144 \quad (-12) + (-12) = -24$

$= 16x^2 - 12x - 12x + 9$

$= 4x(4x - 3) - 3(4x - 3)$

$= (4x - 3)(4x - 3)$

$= (4x - 3)^2$

h) $8x^2 - 40x + 50$

$= 2(4x^2 - 20x + 25)$

$= 2(2x - 5)^2$

i) $x^2 - 81$
$= (x - 9)(x + 9)$

j) $4y^2 - 9$
$= (2y - 3)(2y + 3)$

k) $20x^2y - 5y$
$= 5y(4x^2 - 1)$
$= 5y(2x - 1)(2x + 1)$

5. Décompose en facteurs les différences de carrés suivantes :

a) $x^2 - 16$
b) $36t^2 - 1$
c) $4a^2 - b^2$
d) $8c^2 - 72$
e) $81 - (x + 7)^2$
f) $(x - 1)^2 - (x + 1)^2$
g) $x^8 - y^{12}$
h) $4x^2 - 1$
i) $4m^2 - 25y^4$
j) $121x^2 - 196y^2$

Solutions :

a) $(x + 4)(x - 4)$
b) $(6t + 1)(6t - 1)$
c) $(2a + b)(2a - b)$
d) $8(c - 3)(c + 3)$
e) $(9 - (x + 7))(9 + (x + 7))$
$= (2 - x)(16 + x)$
f) $((x - 1) - (x + 1))((x - 1) + (x + 1))$
$= -4x$
g) $(x^4 - y^6)(x^4 + y^6)$
$= (x^2 - y^3)(x^2 + y^3)(x^4 + y^6)$
h) $(2x + 1)(2x - 1)$
i) $(2m - 5y^2)(2m + 5y^2)$
j) $(11x - 14y)(11x + 14y)$

6. Tu en es maintenant aux ¾ de ce cours. Prends quelques minutes pour retourner au module 1 et revoir les objectifs que tu t'étais fixés au début du cours, ainsi que la version révisée après le module 4. Quels sont les objectifs que tu as atteints ou complétés jusqu'à présent? Est-ce que tu progresses bien dans la poursuite de tes objectifs? Quelles modifications ou adaptations peux-tu apporter au processus pour assurer ta réussite? Célèbre tes réalisations et continue de travailler fort pour réaliser tes autres objectifs! Tu y es presque!

Solution :

Fais la liste de toutes tes réalisations, des modifications et des nouvelles étapes (ou des nouveaux objectifs!) que tu t'es fixés et affiche cette liste pour te rappeler ces éléments et te motiver à persévérer. Partage ces succès avec une autre personne, et demande-lui de vérifier si tu suis bien ton plan dans la poursuite de tes autres buts.

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 7
La géométrie cartésienne

Module 7
La géométrie cartésienne

Introduction

Pour jouer au jeu de Bataille navale, il faut user de stratégies pour faire couler la flotte navale de ton adversaire en devinant des coordonnées. Ce jeu est basé sur un plan à coordonnées cartésiennes qui est modifié, utilisant des lettres et des nombres entiers positifs le long des axes des x et des y. Le module 7 utilise beaucoup ces plans cartésiens; tu devras y tracer des points, représenter des équations, calculer des distances et trouver le point milieu à l'aide de coordonnées. Tu devras appliquer des habiletés et concepts appris dans les modules précédents, exprimer des équations linéaires sous différentes formes et utiliser des outils technologiques pour t'aider à décrire de façon mathématique la relation entre les variables x et y.

Devoirs du module 7

Tu devras faire les devoirs ci-dessous et les envoyer à la Section de l'enseignement à distance, seulement quand tu auras terminé les modules 7 et 8.

Leçon	Numéro du devoir	Titre du devoir
1	Devoir 7.1	Distance et point milieu
2	Devoir 7.2	Équations de relations linéaires
3	Devoir 7.3	Écriture d'équations linéaires à partir de différentes informations
4	Devoir 7.4	Droite la mieux ajustée et corrélation

Fiche-ressource

Lorsque tu te présenteras à l'examen final, tu auras le droit d'apporter avec toi une fiche-ressource d'examen. Cette fiche doit être sur une seule feuille de papier format lettre, soit 8½ po sur 11 po, écrite des deux côtés de ta main ou dactylographiée. Tu dois remettre cette feuille avec ton examen à la Section de l'enseignement à distance. Il n'y aura pas de points attribués à ta fiche-ressource d'examen final.

Pour beaucoup d'élèves, préparer une fiche-ressource d'examen est un excellent moyen de réviser la matière. Elle fournit un résumé des points importants de chaque module, que tu peux consulter en tout temps. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource pour chaque module afin de l'aider à étudier et à réviser. Des résumés de leçons te sont fournis à chaque fin de leçon, et des sommaires de modules à la fin de chaque module pour servir de référence.

Pour te préparer à faire cette fiche-ressource, utilise la liste de consignes ci-dessous, que tu appliqueras au fur et à mesure en faisant le module. Tu pourrais utiliser la fiche-ressource du module 7 pour noter les termes et formules de mathématiques, des exemples de questions ou une liste des endroits où tes erreurs sont plus fréquentes. Tu peux y écrire les notions dont tu as besoin, ou indiquer les numéros de page des leçons que tu devrais réviser plus attentivement quand tu étudieras pour l'examen.

Lorsque tu auras terminé les fiches-ressources des modules 1 à 8, tu pourras essayer de les résumer pour en faire ta fiche-ressource de l'examen final. Rappelle-toi que cet examen porte sur les huit modules du cours.

Fiche-ressource pour le module 7

1. Inscris les termes mathématiques qui sont mentionnés dans chaque leçon.
2. Inscris toutes les formules mentionnées dans chaque leçon.
3. Quelles stratégies de calcul ont été discutées dans chaque leçon?
4. Quelles sont les questions qui doivent être copiées dans ta fiche-ressource parce qu'elles sont représentatives des questions de chaque leçon?
5. Quelles étaient les questions les plus difficiles? Inscris les numéros de pages sur ta fiche-ressource de module pour pouvoir refaire ces questions avant l'examen. Si tu trouves l'un de ces problèmes particulièrement difficile, tu peux l'écrire ainsi que sa solution sur ta fiche-ressource d'examen final pour l'avoir à portée de la main à l'examen.
6. Quels sont les autres trucs aide-mémoire que tu as trouvés pour te préparer à l'examen?

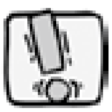
LEÇON 1 – LA DISTANCE ET LE POINT MILIEU ENTRE DEUX POINTS

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ déterminer la distance entre deux points sur un plan cartésien en suivant différentes stratégies
- ❑ déterminer le point milieu d'un segment de droite, à partir des extrémités du segment, à l'aide de différentes stratégies
- ❑ déterminer l'extrémité d'un segment de droite à partir de l'autre extrémité et du point milieu en suivant différentes stratégies
- ❑ résoudre des problèmes contextualisés comportant la distance entre des points ou le point milieu d'un segment de droite

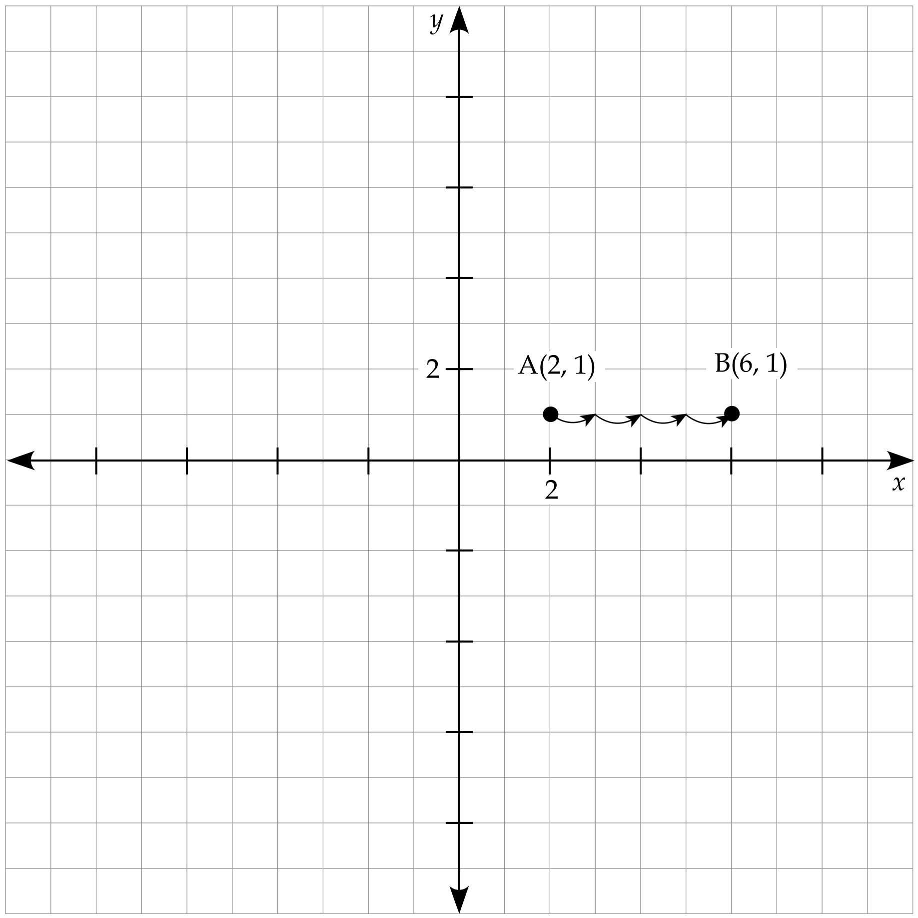
Introduction



Si tu retournes à pied à la maison après l'école, si tu prévois un voyage en voiture au Canada, si tu veux créer une œuvre d'art en incluant un point de fuite et la perspective, ou si tu joues un jeu de stratégie, tu as intérêt à savoir comment trouver la distance entre deux points et l'emplacement du point milieu. Dans la leçon 1 de ce module, tu verras diverses méthodes pour y arriver quand tu fais des opérations avec des segments de droite sur un plan cartésien et avec des coordonnées.

La distance entre deux points

Trace les points A(2, 1) et B(6, 1) et détermine la distance entre ces deux points.



Ces points peuvent être reliés par un segment de droite horizontal et la distance entre ces deux points peut se calculer en comptant les espaces de la grille. Le segment mesure 4 unités de long.

Remarque les coordonnées en x des points A et B.

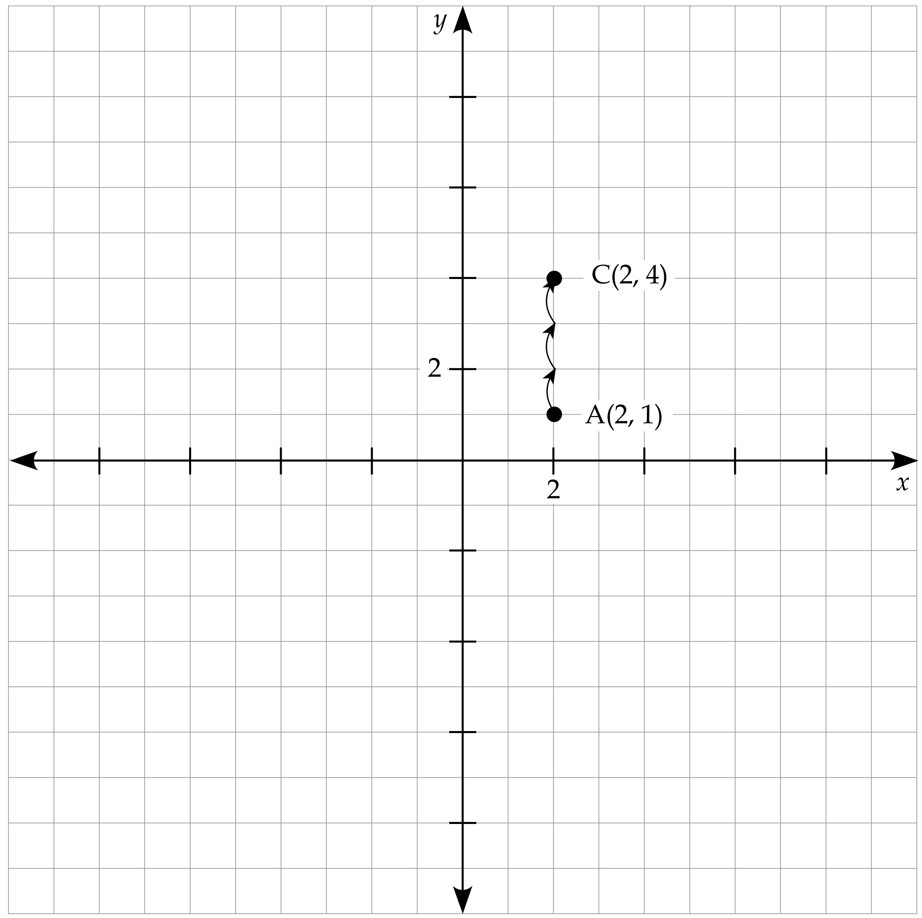
La différence entre ces coordonnées en x est aussi égale à 4.

Étiquette les points A(2, 1) et B(6, 1) comme suit :

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ (x_1, y_1) & \text{et} & (x_2, y_2) \end{array}$$

$x_2 - x_1 = 6 - 2 = 4$

Trace C(2, 4) et détermine la distance entre les points A et C.



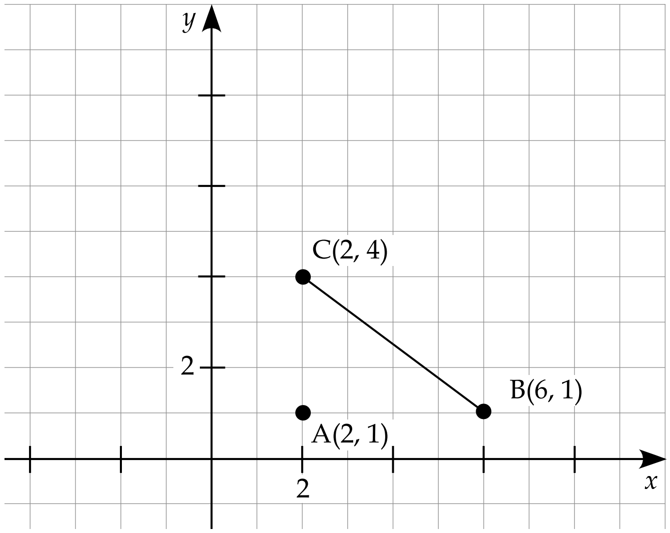
On peut relier ces deux points par un segment de droite vertical. La distance entre eux peut être déterminée en comptant les espaces de la grille, ce qui donne 3 unités de long. La longueur peut aussi être calculée en trouvant la différence entre les coordonnées en y de ces deux points.

Étiquette les points A(2, 1) et C(2, 4) comme suit :

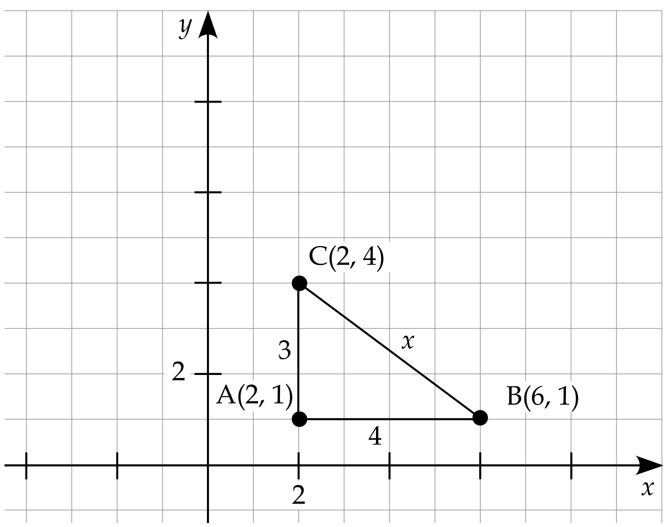
$$\text{A}(2,\ 1) \text{ et C}(2,\ 4)$$
$$\downarrow \qquad \downarrow$$
$$(x_1, y_1) \text{ et } (x_2, y_2)$$

$y_2 - y_1 = 4 - 1 = 3$

Maintenant détermine la distance entre les points B et C.



Le segment de droite reliant ces deux points est en position diagonale, donc sa longueur ne peut pas être déterminée simplement en comptant le nombre d'espaces qui les sépare sur la grille.



Si tu ajoutes les segments de droite AB et AC au diagramme, un triangle rectangle est formé! La longueur de $\overline{BC}$ peut être calculée à l'aide du théorème de Pythagore. (Souviens-toi du module 4 et de la formule $a^2 + b^2 = c^2$, où c est l'hypoténuse et a et b sont les cathètes perpendiculaires dans un triangle rectangle.)

$$
\begin{aligned}
3^2 + 4^2 &= x^2 \\
9 + 16 &= x^2 \\
25 &= x^2 \\
x &= \pm 5
\end{aligned}
$$

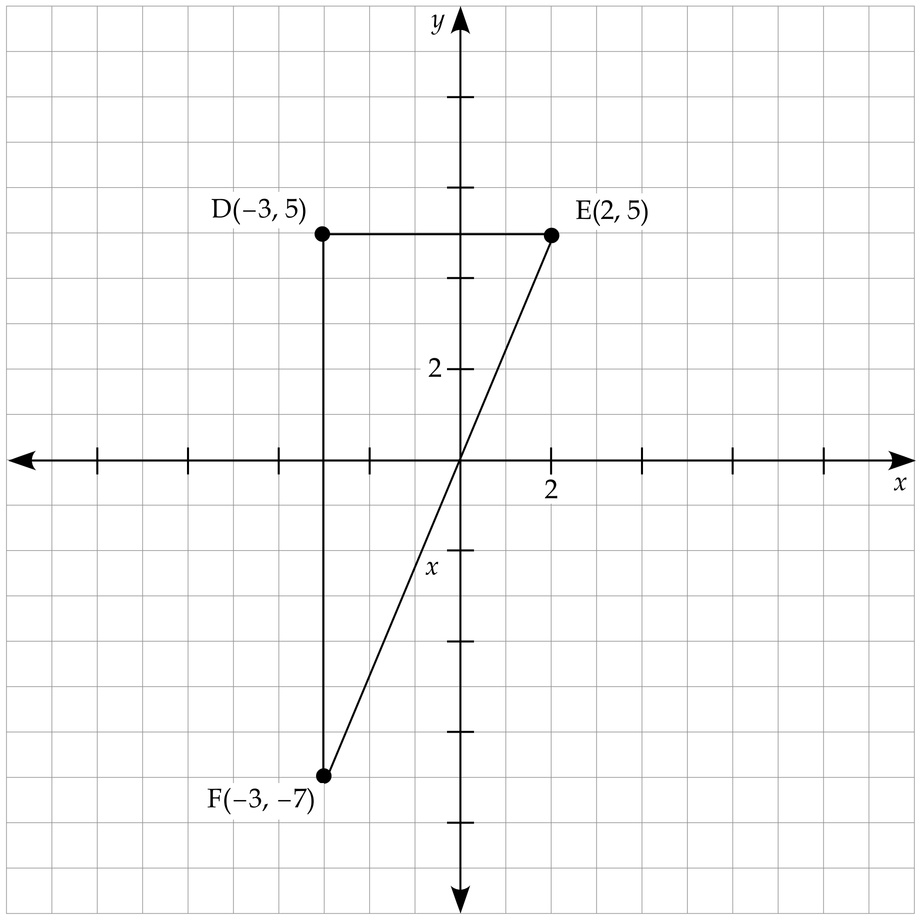
Comme x est la longueur d'un côté, cette valeur doit être positive.

$$x = 5$$

Exemple 1

Trace les points D(-3, 5), E(2, 5) et F(-3, -7) et calcule le périmètre du triangle rectangle.

Solution:



Pour calculer la distance entre D et E, compte les espaces le long de la grille, ou trouve la différence des coordonnées en x.

D(–3, 5), E(2, 5)

$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$

$x_2 - x_1 = 2 - (-3) = 5$

Pour calculer la distance de F à D, compte les espaces le long de la grille, ou trouve la différence entre les coordonnées en y.

F(–3, –7), D(–3, 5)

$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$

$y_2 - y_1 = 5 - (-7) = 12$

Calcule la distance de E à F en utilisant le théorème de Pythagore.

$$5^2 + 12^2 = x^2$$
$$25 + 144 = x^2$$
$$169 = x^2$$
$$x = \pm 13$$

Comme x est la longueur d'un côté, cette valeur doit être positive.

$$x = 13$$

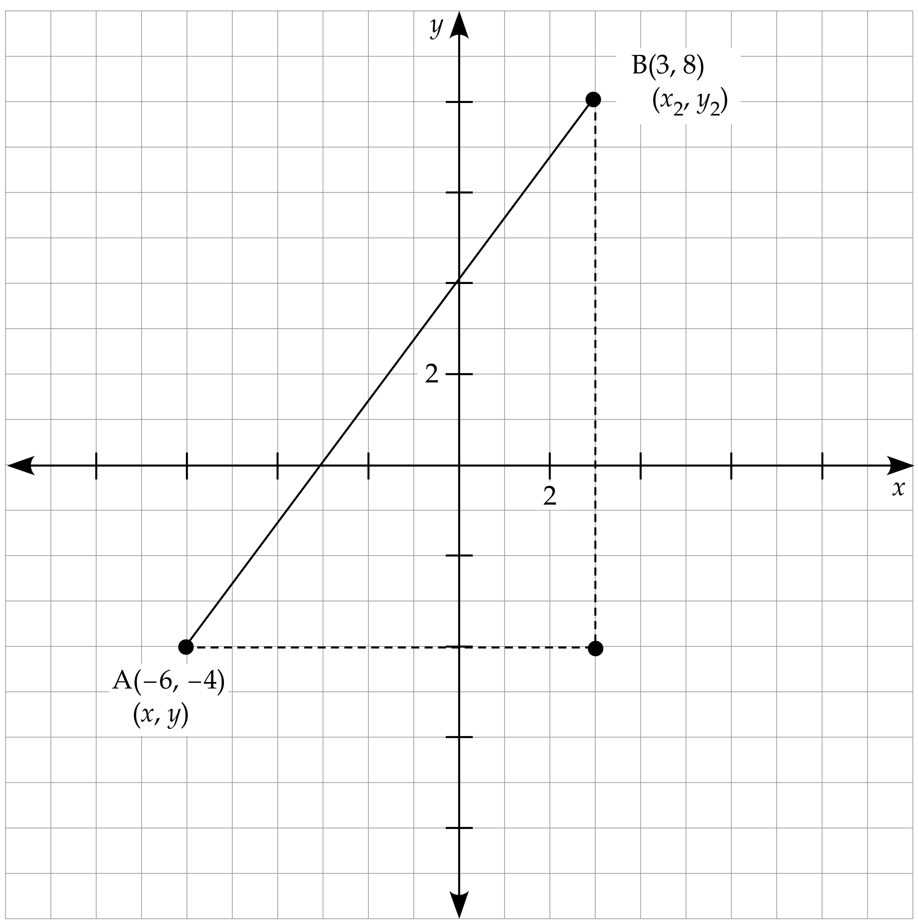
Le périmètre du triangle est la somme des longueurs des 3 côtés.

$$5 + 12 + 13 = 30$$

Le périmètre mesure 30 unités.

Exemple 2

Comme tu l'as sans doute deviné dans l'exemple ci-dessus , on peut calculer la longueur du segment de droite AB, où A(-6, -4) et B(3, 8), sans trouver le 3e point du triangle.



la distance verticale :

$= y_2 - y_1$
$= 8 - (-4) = 12$

la distance horizontale :

$= x_2 - x_1$
$= 3 - (-6) = 9$

$$(\mathrm{AB})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$(\mathrm{AB})^2 = 9^2 + 12^2$$

$$(\mathrm{AB})^2 = 81 + 144$$

$$(\mathrm{AB})^2 = 225$$

$$\sqrt{(\mathrm{AB})} = \sqrt{225}$$

$$\mathrm{AB} = 15$$

Tu n'as qu'à trouver la distance horizontale (la différence entre les coordonnées en x) et la différence verticale (la différence entre les coordonnées en y) des points A et B et appliquer ces valeurs dans la formule du théorème de Pythagore.

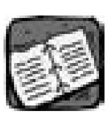
En général, avec les points donnés $P(x_1, y_1)$ et $Q(x_2, y_2)$, la longueur de $\overline{PQ}$ est représentée par une formule qui est simplement une façon différente d'exprimer le théorème de Pythagore.

(longueur de $\overline{PQ}$)^2 = (différence des valeurs en x)^2 + (différence des valeurs en y)^2

$$(\mathrm{PQ})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\mathrm{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

La formule de la distance $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, peut être utilisée pour calculer la longueur d'un segment de droite entre deux points, (x_1, y_1) et (x_2, y_2)



Il serait utile d'avoir cette formule indiquée sur ta fiche-ressource.

Exemple 3

Applique la formule de la distance pour calculer la longueur de $\overline{\text{MN}}$, si M(52, 225) et N(–392, –108).

Solution :

Étiquette les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) comme suit :

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ \text{M}(52, 225) & \text{N}(-392, -108) \end{array}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(-392 - 52)^2 + (-108 - 225)^2}$$

$$d = \sqrt{(-444)^2 + (-333)^2}$$

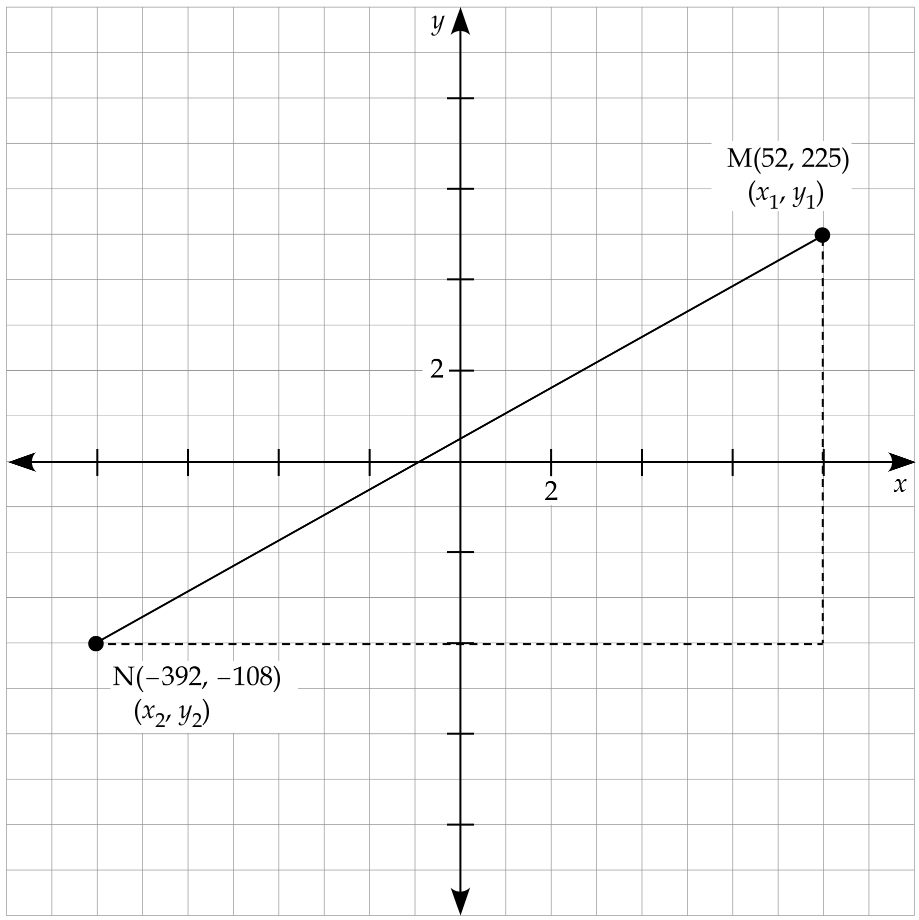
$$d = \sqrt{197\ 136 + 110\ 889}$$

$$d = \sqrt{308\ 025}$$

$$d = 555$$

La distance entre les points M et N (ou la longueur du segment de droite MN) égale 555 unités.

Tu peux vérifier ta réponse en traçant un diagramme de triangle rectangle et en vérifiant la solution d'après le théorème de Pythagore.



différence verticale :

$= y_2 - y_1$

$= -108 - 225 = -333$

différence horizontale :

$= x_2 - x_1$

$= -392 - 52 = -444$

N'oublie pas que si $a^2 + b^2 = c^2$, tu sais que ce triangle est un triangle rectangle.

$$(\mathrm{MN})^2 = (-444)^2 + (-333)^2$$

$$(\mathrm{MN})^2 = 308\ 025$$

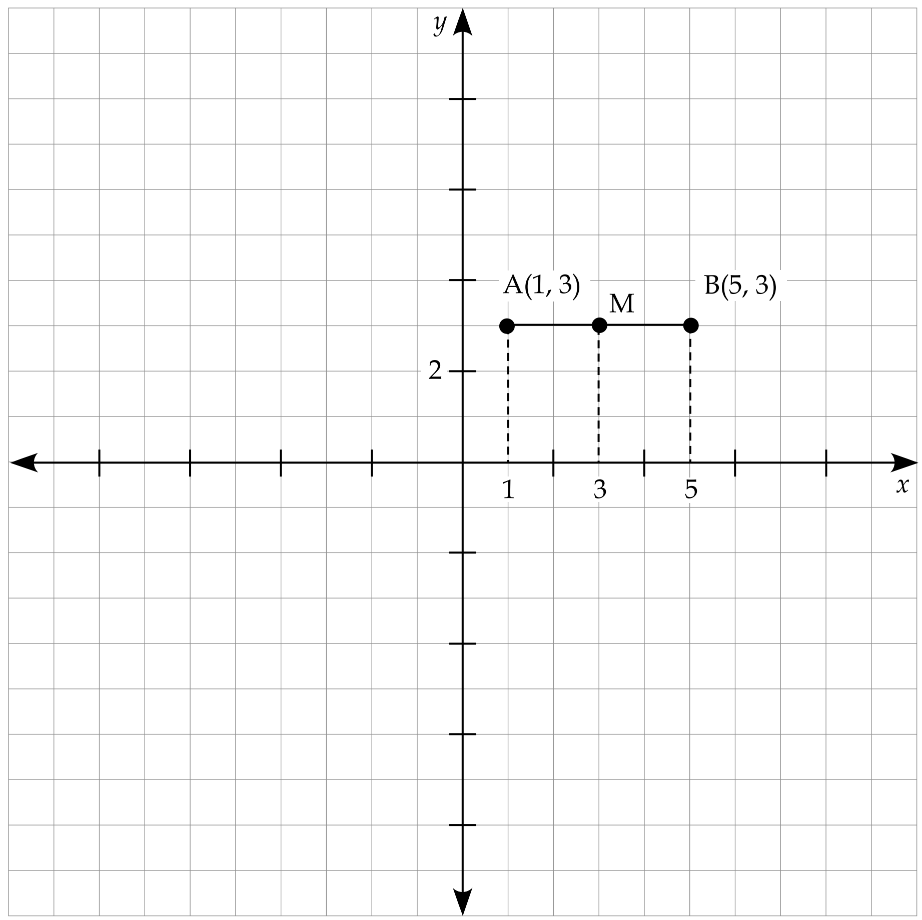
$$\mathrm{MN} = \sqrt{308\ 025} = 555$$

$$\mathrm{MN} = 555$$

Le point milieu d'un segment de droite

Le **point milieu d'un segment de droite** est le point sur la droite qui est à moitié chemin entre les deux extrémités, donc il est à égale distance des deux extrémités.

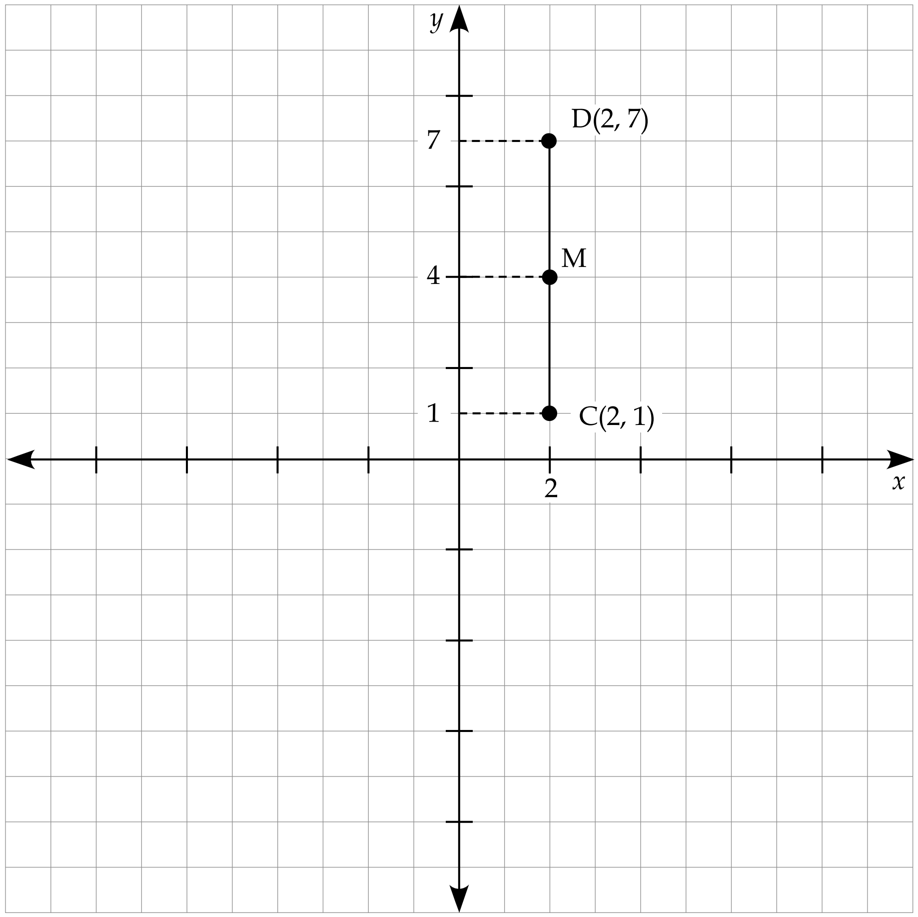
Pour trouver le point milieu, M, d'un segment de droite horizontal $\overline{AB}$, trouve la valeur moyenne des coordonnées en x des extrémités.



$$\frac{1+5}{2} = 3$$

Les coordonnées de M sont (3, 3).

De même, le point milieu M d'un segment de droite vertical $\overline{CD}$ sera au point correspondant à la moyenne des coordonnées en y des extrémités.



$$\frac{7+1}{2} = 4$$

Les coordonnées de M sont (2, 4).

En général, le point milieu d'un segment de droite reliant les points P(x_1, y_1) et Q(x_2, y_2) peut être représenté comme suit :

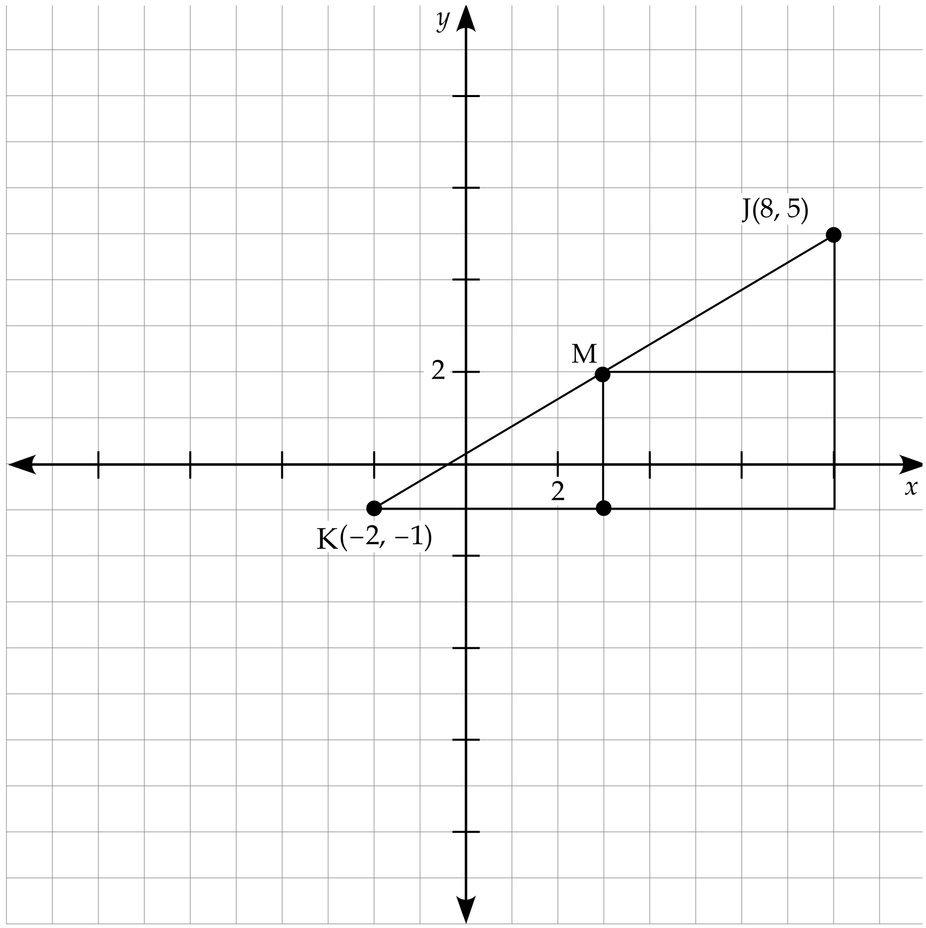
M = (moyenne des coordonnées en x, moyenne des coordonnées en y)

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Exemple 4

Trouve le point milieu du segment JK si J(8, 5) et K(-2, –1).

Solution :



J(8, 5) K(-2, –1)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{8 + (-2)}{2}, \frac{5 + (-1)}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{6}{2}, \frac{4}{2}\right)$$

$$M = (3, 2)$$

Les coordonnées du point milieu sont (3, 2).

Exemple 5

Trouve les coordonnées de A si le point milieu de $\overline{AB}$ est à M(2, -3) et les coordonnées de B sont (1, 2). Vérifie ta réponse.

Solution :

La formule du point milieu est $M = \left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$, où M a comme coordonnées (x_m, y_m).

Substitue les valeurs que tu connais.

$\left(2, -3\right) = \left(\dfrac{x_1 + 1}{2}, \dfrac{y_1 + 2}{2}\right)$ où x_1 et y_1 sont les coordonnées de A.

En réalité, cette formule est formée de deux parties :

$$\left(2, -3\right) = \left(\frac{x_1 + 1}{2}, \frac{y_1 + 2}{2}\right)$$

Calcule les coordonnées en x du point milieu	Calcule les coordonnées en y du point milieu

Calcule les coordonnées (x_1, y_1) une à la fois :

coord. en x du point milieu : $x_m = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$		coord. en y du point milieu : $y_m = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$
$2 = \dfrac{x_1 + 1}{2}$ $4 = x_1 + 1$ $3 = x_1$	multiplie les 2 côtés de l'équation par 2 isole la variable Les coordonnées de A sont (x_1, y_1) A(3, –8)	$-3 = \dfrac{y_1 + 2}{2}$ $-6 = y_1 + 2$ $-8 = y_1$

La réponse peut être vérifiée d'après la formule de la distance. La longueur du segment BM doit être égale à la longueur du segment MA si M est le point milieu de $\overline{AB}$.

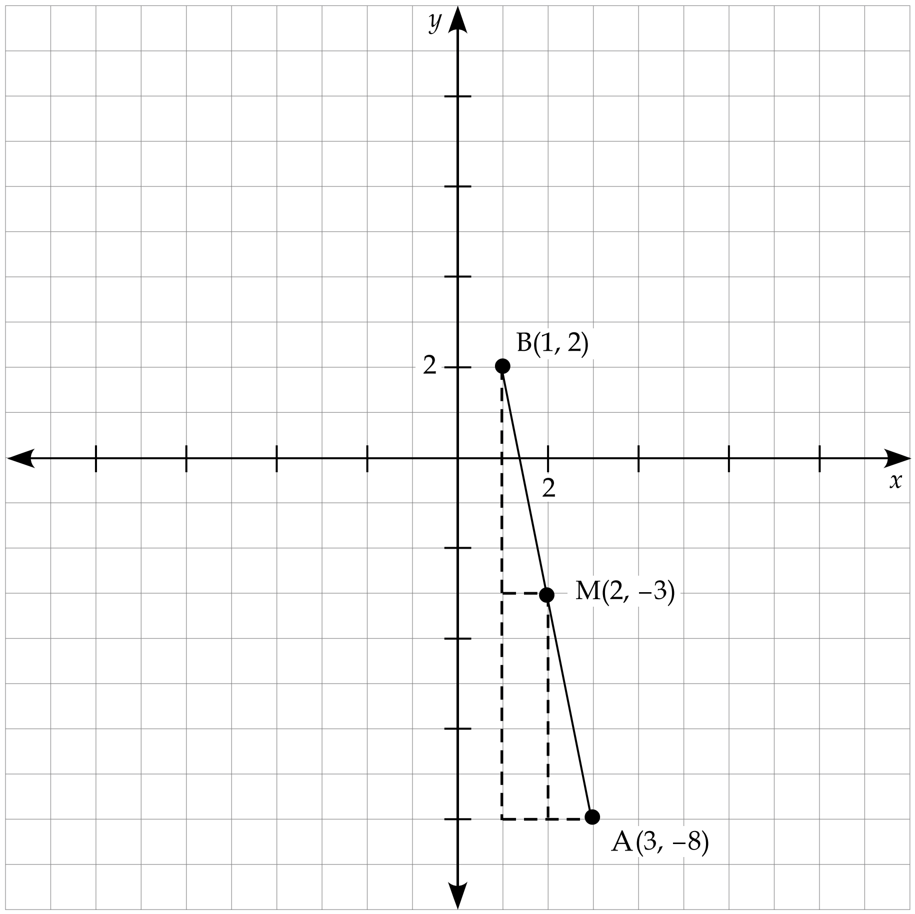
$$d_{\text{BM}} = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2}$$
$$d_{\text{BM}} = \sqrt{(2-1)^2 + (-3-2)^2}$$
$$d_{\text{BM}} = \sqrt{1^2 + (-5)^2}$$
$$d_{\text{BM}} = \sqrt{26}$$

$$d_{\text{MA}} = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2}$$
$$d_{\text{MA}} = \sqrt{(3-2)^2 + \left(-8-(-3)\right)^2}$$
$$d_{\text{MA}} = \sqrt{1^2 + (-5)^2}$$
$$d_{\text{MA}} = \sqrt{26}$$

Remarque : Le segment BM s'écrit $\overline{\text{BM}}$. La longueur du segment BM peut s'écrire BM, $\text{d}\left(\overline{\text{BM}}\right)$ ou d_{BM}.

La longueur de $\overline{BM}$ est la même que celle de $\overline{MA}$ donc M est le point milieu de $\overline{AB}$.

On peut aussi vérifier la réponse visuellement en traçant les points.



Le point M est situé à la valeur moyenne de *x* et à la valeur moyenne de *y*.

Remarque aussi que la pente du segment BM est la même que la pente du segment MA.

$$\frac{\text{élévation}}{\text{course}} = \frac{-5}{1}$$

La pente d'une droite demeure constante tout le long de la droite et la distance séparant le point milieu des deux extrémités est la même.

Activité d’apprentissage 7.1

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l’aide du corrigé des activités d’apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. Tu veux faire une double recette de lasagne. La recette indique $\frac{3}{4}$ de tasse de fromage parmesan. Combien de fromage parmesan dois-tu ajouter pour une double recette?
2. Jared a perdu 55 % de son poids en suivant un régime alimentaire aux sandwiches sous-marins. Au départ, il pesait 420 livres. Combien pèse-t-il maintenant?
3. Les points (1, 1) et (5, 6) forment une droite. Quelle est la pente de cette droite?
4. En une semaine, tu travailles de 9 h à 15 h le mardi, le mercredi, le jeudi, le samedi et le dimanche, et de 12 h à 17 h le lundi et le vendredi. Combien d’heures travailles-tu par semaine?
5. Vrai ou faux : l’aire de 4 cercles identiques est la même que l’aire d’une sphère ayant le même rayon?
6. Factorise $4x^2 - 81$.
7. Les côtés d’un triangle rectangle égalent 5, 13 et 12 unités. Quel côté correspond à l’hypoténuse?
8. Quelle valeur est la plus grande : 0,66 ou $\frac{2}{3}$?

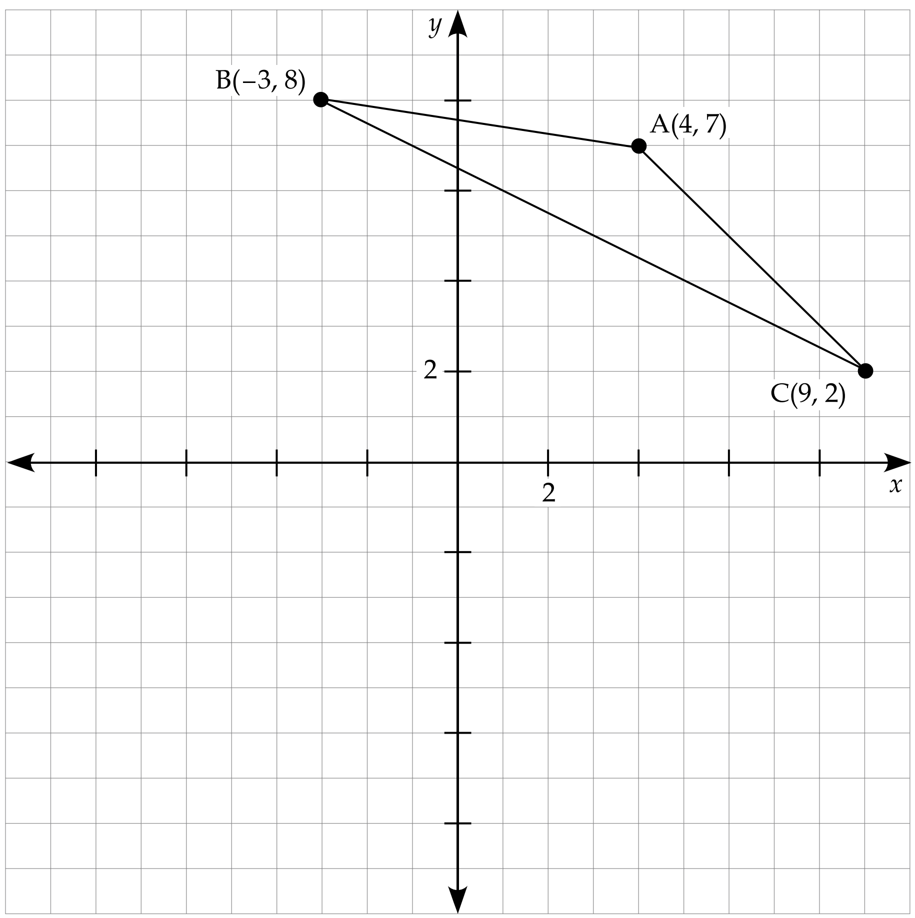
suite

Partie B – La distance et le point milieu

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Pour chaque ensemble de coordonnées,
   a) trouve la longueur du segment de droite AB
   b) trouve les coordonnées du point milieu de $\overline{AB}$
      i) A(5, –3) et B(1, 0)
      ii) A(–1, 4) et B(14, –4)
      iii) A(2, 3) et B(0, –1)

2. Détermine si le triangle ayant les sommets A(4, 7), B(-3, 8) et C(9, 2) est isocèle. Écris les longueurs sous forme radicale. (Rappelle-toi que les triangles isocèles ont deux côtés de même longueur.)



suite

Activité d'apprentissage 7.1 (suite)

3. À partir du diagramme de la question 2 à la page précédente, montre que le segment de droite reliant les points milieux de $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ égale la moitié de la longueur de $\overline{BC}$.
4. Une carte en ligne (http ://www.daftlogic.com/projects-google-maps-distance-calculator.htm) montre les emplacements des grandes villes du Canada au moyen des coordonnées. Winnipeg est à (49, 8946; –97,0752) et Vancouver est à (49,2678; –123,1348). Si une unité de la grille représente 72 km, trouve la distance entre Winnipeg et Vancouver. Arrondis ta réponse finale au km près.
5. Un cercle dont le centre est à O(1, –2) a une extrémité du diamètre à A(–3, –1). Trouve les coordonnées de l'autre extrémité du diamètre, B, à l'aide de la formule du point milieu. Vérifie ta réponse en utilisant une autre stratégie.
6. Les longueurs des trois côtés d'un triangle sont de 18 unités, 24 unités et 30 unités. Est-ce un triangle rectangle?

Résumé de la leçon

Comme tu l'as constaté dans cette leçon, la formule de la distance n'est en réalité qu'une variante du théorème de Pythagore. La formule du point milieu peut aussi être utilisée pour déterminer les coordonnées d'une extrémité d'un segment de droite. De plus, tes réponses peuvent être vérifiées à l'aide de diagrammes, en explorant la pente et en trouvant la longueur de segments de droite. Ces deux concepts, la distance et le point milieu entre deux points, te seront utiles dans les prochaines leçons et dans tes futurs cours de mathématiques.

Dans la prochaine leçon, tu pourras établir des rapports entre des concepts abordés dans les modules 1 et 5. Tu pourras faire le rapprochement entre les relations linéaires exprimées sous différentes formes et trouver des stratégies pour tracer leur représentation graphique.

Notes

Devoir 7.1

Distance et point milieu

Total : 24 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Pour chaque ensemble de coordonnées,
   a) trouve la longueur du segment de droite AB
   b) trouve les coordonnées du point milieu de $\overline{AB}$
      a) A(3, –5) et B(9, 3) *(4 points)*

      b) A(0, 0) et B(8, –2) *(4 points)*

      c) A(11, 7) et B(5, –1) *(4 points)*

2. Les sommets d'un triangle sont à M(–5, 3), N(–1, –8) et P(6, –1).

   a) Détermine si le triangle MNP est un triangle isocèle. Montre tes calculs. *(4 points)*

   b) Détermine si le triangle MNP est un triangle rectangle. Montre tes calculs. *(4 points)*

3. Le point milieu d'un segment de droite est à (9, 6). Si une extrémité est à (–37, 110), trouve l'autre extrémité. *(4 points)*

Leçon 2 – Les formes de relations linéaires

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu verras comment

- ❑ associer des relations linéaires exprimées sous forme explicite, sous forme générale et sous forme pente-point avec leurs graphiques
- ❑ écrire l'équation d'une relation linéaire à partir de sa pente et des coordonnées d'un point sur la droite, et expliquer le processus de résolution
- ❑ exprimer une relation linéaire sous différentes formes et en tracer le graphique, avec ou sans l'aide d'un outil technologique
- ❑ établir et expliquer une stratégie générale pour tracer le graphique de chaque forme de relation linéaire
- ❑ identifier des relations linéaires équivalentes parmi une série de relations linéaires

Introduction

Tu as vu comment des relations linéaires peuvent être exprimées à l'aide de mots ou d'énoncés, de coordonnées, de tableaux de valeurs, de graphiques et d'équations. Tu as analysé les caractéristiques de relations linéaires et leurs graphiques, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image. Tu peux déterminer si une relation représente une fonction et écrire sa notation fonctionnelle. La leçon 2 intègre ces concepts tout en mettant l'accent sur trois façons différentes d'exprimer l'équation d'une relation linéaire. On y présente aussi des stratégies pour t'aider à créer un graphique à partir de chacune de ces trois formes d'expression.

Les façons différentes d'écrire une équation linéaire

Il serait utile d'écrire les différentes formules pour exprimer une relation linéaire étiqueté sur ta fiche-ressource.

La forme explicite $y = mx + b$

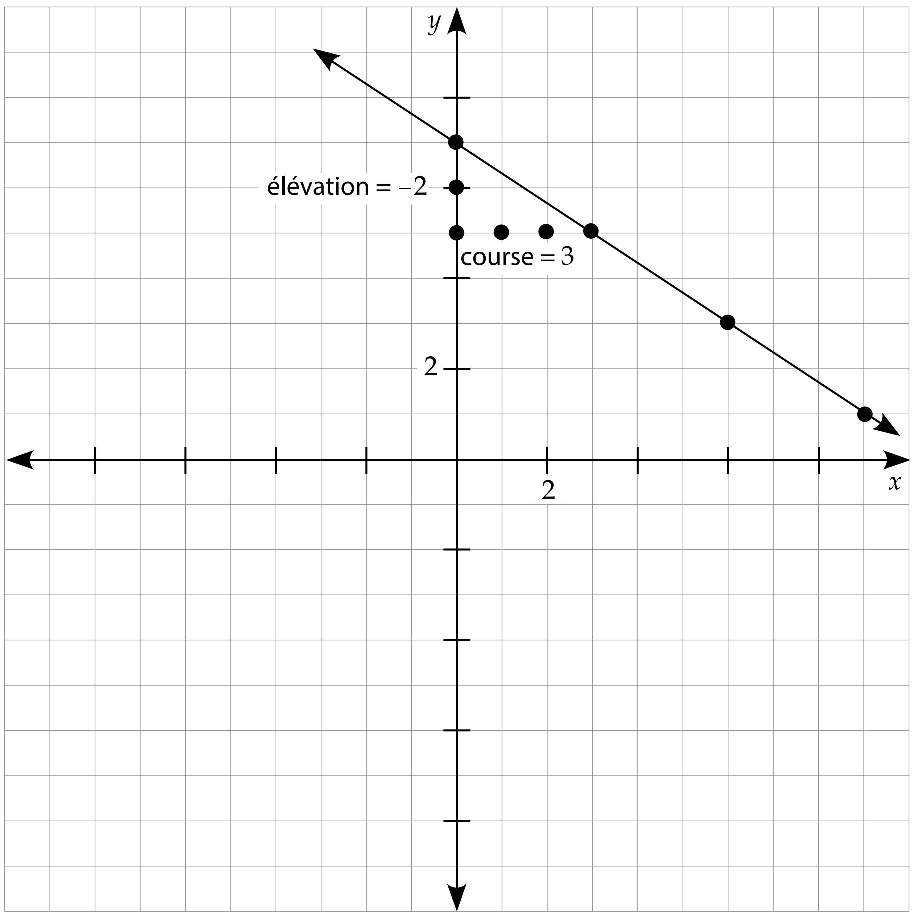
Tu as utilisé la forme explicite d'une équation linéaire pour exprimer une relation linéaire et tracer son graphique. La forme $y = mx + b$ est utile parce qu'elle identifie clairement la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite. Pour tracer le graphique d'une équation donnée sous cette forme, tu dois d'abord tracer l'ordonnée à l'origine sur l'axe vertical, puis compter $\frac{\text{l'élévation}}{\text{la course}}$ pour trouver les points subséquents et les relier par une ligne droite.

Exemple 1

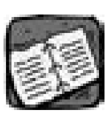
Trace le graphique de $y = \frac{-2}{3}x + 7$.

Solution :

Trouve +7 le long de l'axe des y et marque un point. Déplace ton stylo de deux unités vers le bas et de trois unités vers la droite et marque le prochain point. Répète l'opération, puis relie les points par une ligne droite.



La forme générale, $Ax + By + C = 0$



Quand une équation linéaire est écrite sous la forme $Ax + By + C = 0$, où A, B et C sont des nombres entiers, cette forme est appelée la forme générale.

Pour tracer le graphique d'une relation linéaire exprimée sous forme générale, tu peux trouver les coordonnées à l'origine en attribuant à l'une des variables la valeur zéro, et en trouvant l'autre variable. Tu peux aussi créer un tableau de valeurs et tracer les points, ou convertir l'équation en sa forme explicite.

Exemple 2

Trace le graphique de $5x - 4y + 20 = 0$ en trouvant les coordonnées à l'origine.

Solution :

L'abscisse à l'origine du graphique est à $y = 0$, et l'ordonnée à l'origine est à $x = 0$.

L'abscisse à l'origine :

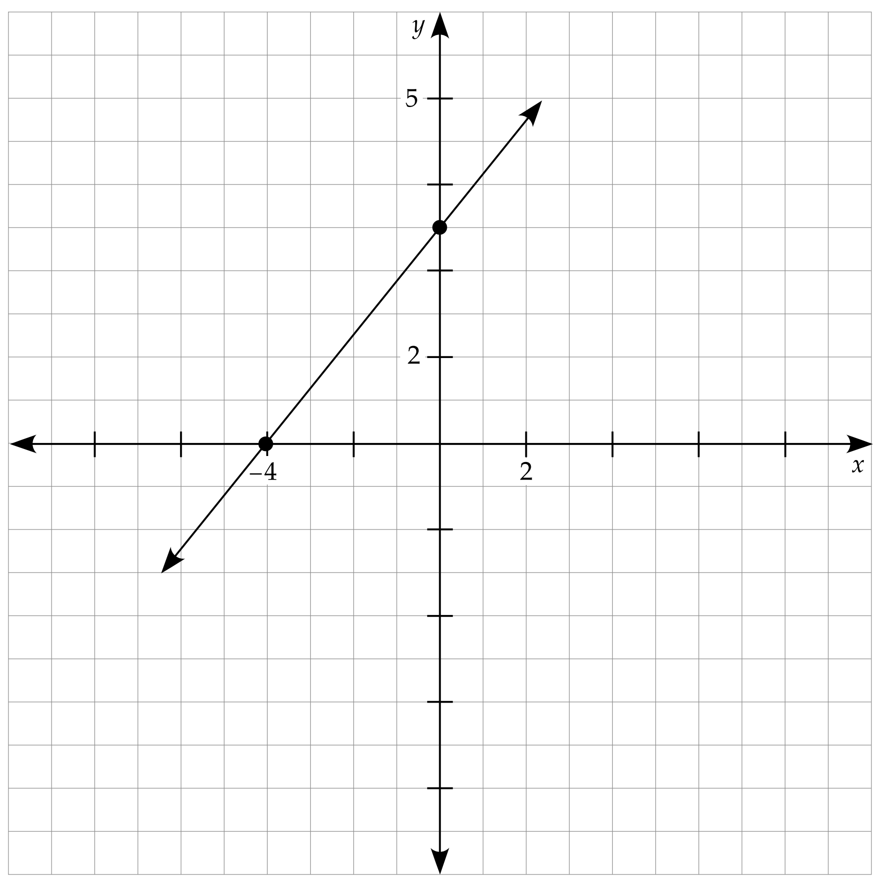
$$\begin{aligned} 5x - 4(0) + 20 &= 0 \\ 5x + 20 &= 0 \\ 5x &= -20 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

L'abscisse à l'origine est à –4.

L'ordonnée à l'origine :

$$\begin{aligned} 5(0) - 4y + 20 &= 0 \\ -4y + 20 &= 0 \\ -4y &= -20 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

L'ordonnée à l'origine est à 5.



La forme pente-point, $y - y_1 = m(x - x_1)$

Dans le module 1, tu as appris comment calculer la pente d'une droite à partir de deux points connus sur cette droite, à l'aide de la formule de la pente.

Ainsi : $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Si tu connais la pente et un point sur la droite, tu peux écrire l'équation de cette droite à l'aide d'une version légèrement modifiée de la formule de la pente.

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Note : L'indice 2 est supprimé de sorte que l'application de la formule pente-point donne une équation avec variables x et y.

$$(x - x_1)m = \frac{y - y_1}{x - x_1}(x - x_1)$$

Multiplie les deux côtés de l'équation par $(x - x_1)$.

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

ou

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

C'est la forme pente-point d'une relation linéaire.

Exemple 3

Une relation linéaire a une pente de –2 et passe par le point (–6, 9). Écris l'équation de cette droite sous la forme pente-point et trace son graphique.

Solution :

$m = -2$

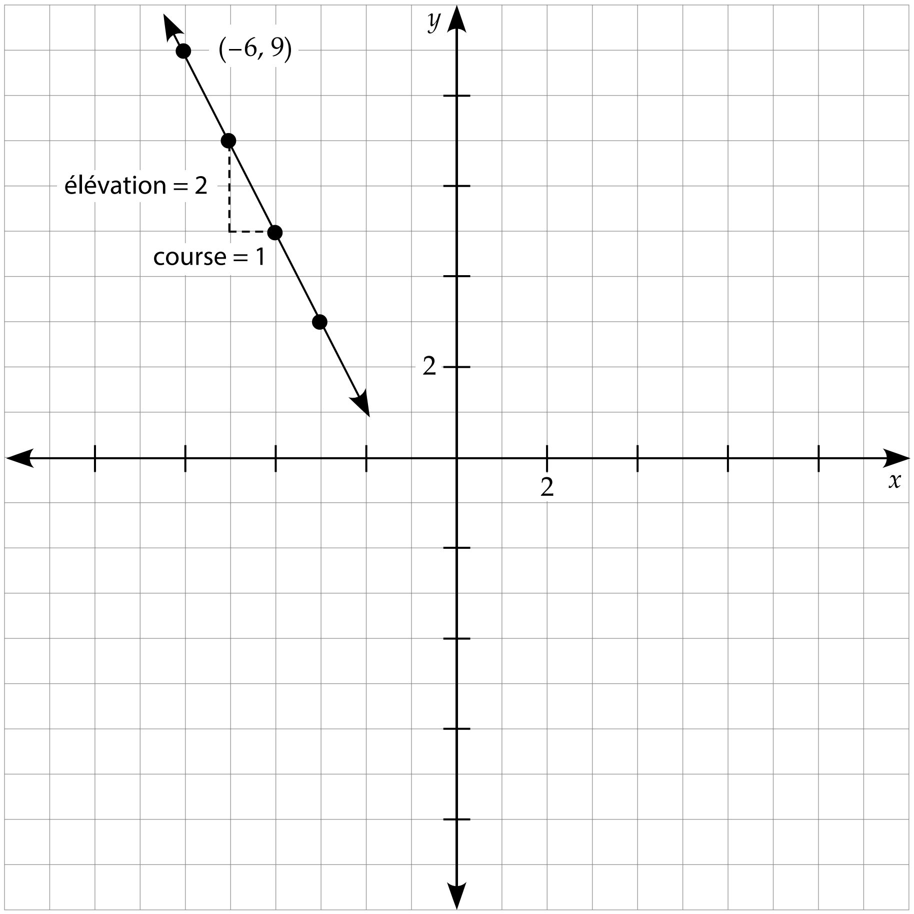
$(-6, 9)$ est (x_1, y_1)

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - (9) = -2\,(x - (-6))$

Au lieu de tracer d'abord l'ordonnée à l'origine, comme tu as fait pour la forme explicite, trace le point donné (-6, 9), puis calcule le rapport $\dfrac{\text{élévation}}{\text{course}}$, $\dfrac{-2}{1}$, pour trouver des points subséquents, et relie-les par une ligne droite.

$y - 9 = -2(x + 6)$



Exemple 4

Trace le graphique de $y + 7 = 3(x + 4)$.

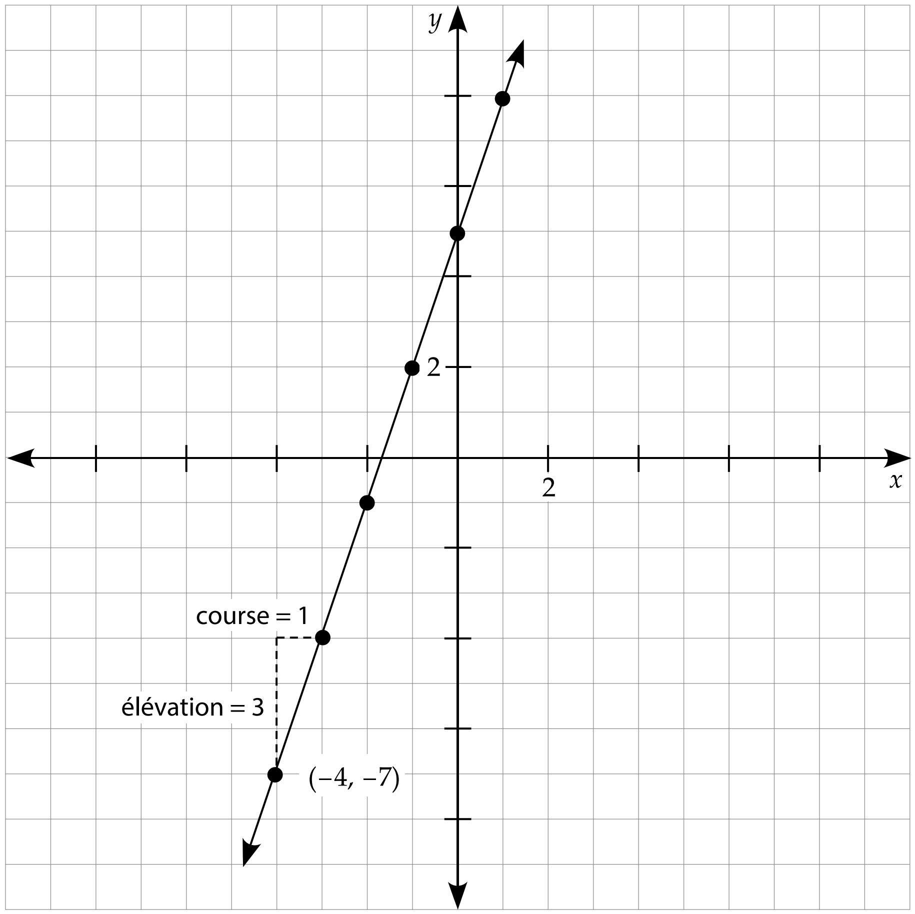
Solution :

$y - y_1 = m(x - x_1)$

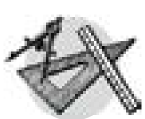
point $(-4, -7)$ Attention aux signes! Souviens-toi que la formule comprend des signes NÉGATIFS, donc inverse les signes pour trouver le point.

$m = 3$

$y + 7 = 3(x + 4)$



La représentation graphique à l'aide doutils technologiques



On utilise souvent cette approche en mathématiques appliquées, mais on s'en sert aussi en mathématiques pré-calcul.

On peut tracer des graphiques d'équations linéaires manuellement, en traçant les points sur du papier quadrillé, ou à l'aide d'outils technologiques. Les calculatrices graphiques, les logiciels informatiques tels que *Graphical Analysis*, les programmes de chiffriers électroniques comme *Excel* ou les applications en ligne sont tous des moyens de créer des graphiques. Tu peux utiliser l'un ou l'autre de ces outils quand tu traces des graphiques, mais n'oublie pas que pour l'examen, tu devras tracer des points et dessiner les graphiques à la main.

Les chiffriers peuvent créer des graphiques linéaires à partir de tableaux de valeurs, mais en général, pour les calculatrices graphiques et les programmes ou logiciels graphiques, les équations doivent être exprimées sous la forme explicite. Il est donc important de savoir comment reformuler correctement les équations sous différentes formes.

Changement de forme

Les équations linéaires peuvent être écrites sous trois formes différentes, comme on l'a vu au début de cette leçon. Elles peuvent être converties d'une forme d'expression à l'autre.

Exemple 5

Écris l'équation $y = \frac{-2}{9}x + 4$ en utilisant :

a) la forme générale

b) la forme pente-point

Solution :

Pour t'assurer de ne pas oublier ces étapes, tu pourrais les inscrire sur ta fiche-ressource.

a) La forme générale est $Ax + By + C = 0$

$$y = \frac{-2}{9}x + 4$$

Étape 1 : Réarrange les termes pour qu'ils soient tous du même côté de l'équation et que le coefficient de x soit positif.

$$\frac{2}{9}x + y - 4 = 0$$

$$(9)\frac{2}{9}x + (9)y - (9)4 = (9)0$$

$$2x + 9y - 36 = 0$$

Étape 2 : Multiplie chaque terme par le dénominateur pour que tous les coefficients soient des nombres entiers.

b) La forme pente-point est : $y - y_1 = m(x - x_1)$.

La pente est donnée sous la forme explicite, soit $m = \frac{-2}{9}$.

L'ordonnée à l'origine peut être exprimée par ses coordonnées, (0, 4).

$$y - 4 = \frac{-2}{9}(x - 0)$$

$$y - 4 = \frac{-2}{9}x$$

Exemple 6

Le graphique d'une relation linéaire passe par le point (-3, 5) et a une pente de 4. Exprime cette équation linéaire sous trois formes différentes et trace le graphique correspondant.

Solution :

Forme pente-point : $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 5 = 4(x + 3)$ Attention aux signes!

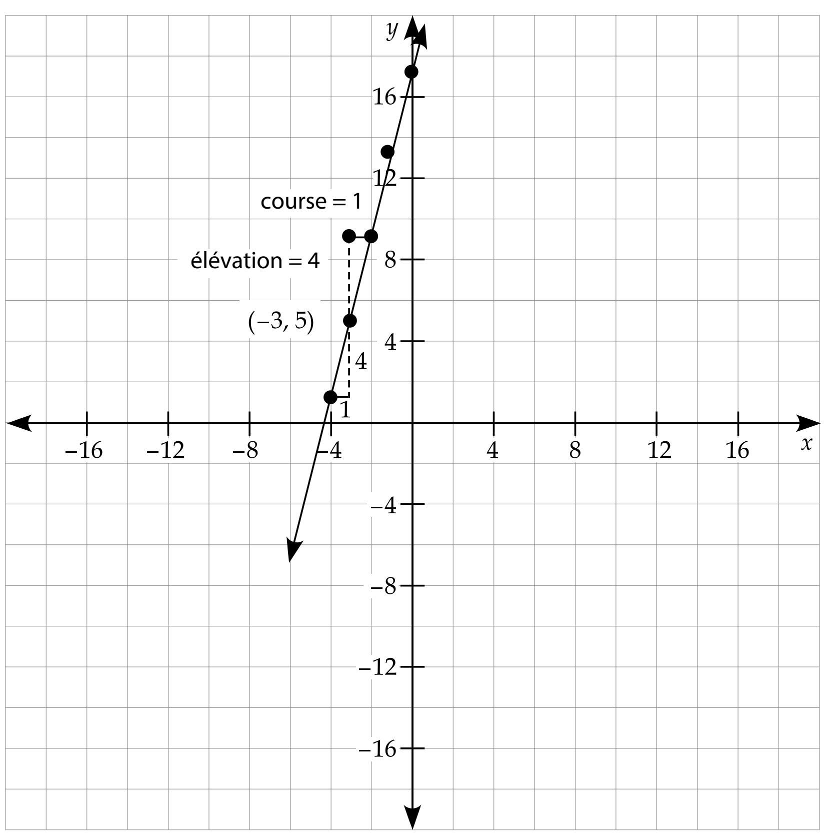
Forme explicite : $y = mx + b$

$y - 5 = 4(x + 3)$	Simplifie la forme pente-point de l'équation en appliquant la propriété de distributivité.
$y - 5 = 4x + 12$	Isole le y.
$y = 4x + 12 + 5$	Combine les termes semblables.
$y = 4x + 17$	

Forme générale : $Ax + By + C = 0$

$y = 4x + 17$	Commence par la forme explicite.
$4x - y + 17 = 0$	

Graphique : $y - 5 = 4(x + 3)$



Pente :

$$\frac{4}{1} = \frac{\text{élévation}}{\text{course}}$$

Pour tracer des points à gauche de (-3, 5), travaille à rebours :

vers le bas : 4

à gauche : 1

Exemple 7

Écris la forme générale d'une relation linéaire, $Ax + By + C = 0$, sous la forme explicite. Indique la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite.

Solution :

Tu peux transformer les coefficients écrits en lettres de la même façon que les chiffres, et le résultat te fournit un raccourci pratique pour tracer le graphique de la forme générale!

$Ax + By + C = 0$

$By = -Ax - C$ Réarrange les termes pour isoler celui en y.

$\frac{By}{B} = \frac{-Ax}{B} - \frac{C}{B}$ Divise chaque terme par B pour isoler le y.

$y = \frac{-A}{B}x - \frac{C}{B}$ La pente de la droite est $\frac{-A}{B}$ et l'ordonnée à l'origine est $\frac{-C}{B}$.

Il te serait utile d'inclure cette formule sur ta fiche-ressource.

Exemple 8

À l'aide des raccourcis examinés à l'exemple 7, indique la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite $6x + 5y - 2 = 0$.

Solution :

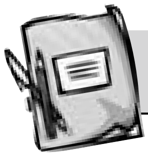
$A = 6$

$B = 5$

$C = -2$

$$\text{pente} = \frac{-A}{B} = \frac{-6}{5}$$

$$\text{ordonnée à l'origine} = \frac{-C}{B} = \frac{-(-2)}{5} = \frac{2}{5}$$



Activité d'apprentissage 7.2

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Décompose en facteurs : $2x^2 - 4x + 10$.
2. Trouve l'ordonnée à l'origine de la droite d'équation $3y - 7x = 90$.
3. Simplifie $\dfrac{3}{4\sqrt[6]{x^9}}$.
4. Estime les taxes à payer (12 %) pour une paire de souliers de 74,89 $.
5. Complète la régularité suivante : -1, 2, -3,____, ____.
6. En moyenne, tu enfonces une fois la touche droite de ta souris pour 5 clics de la touche gauche. À cause de cela, le bouton gauche de la souris s'use cinq fois plus vite que le bouton de droite. Si la durée utile du bouton de droite est estimée à 3 ans, combien de mois le bouton de gauche durera-t-il?
7. Tu as 4,65 $. Si tu achètes un paquet de gomme à mâcher pour 2,95 $, combien d'argent te restera-t-il?
8. Tu roules à bicyclette pour aller au travail au lieu de prendre l'autobus. L'an passé, tu aurais pu prendre ton vélo pendant 240 jours, mais il a plu 35 % des jours et tu ne prends pas le vélo quand il pleut. Combien de jours as-tu roulé à bicyclette pour aller au travail?

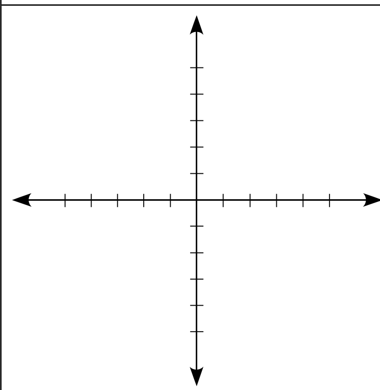
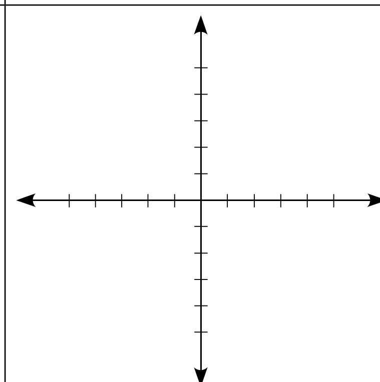
suite

Activité d’apprentissage 7.2 (suite)

Partie B – Les formules de relations linéaires

N’oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n’as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Complète le tableau suivant. Exprime chaque relation linéaire sous les trois formes et trace son graphique.

Forme explicite	$y = 2x - 4$	
Forme générale		$3x + y - 5 = 0$
Forme pente-point		
Graphique		

2. Écris la relation linéaire suivante sous forme explicite en utilisant deux stratégies différentes. Explique ces stratégies.

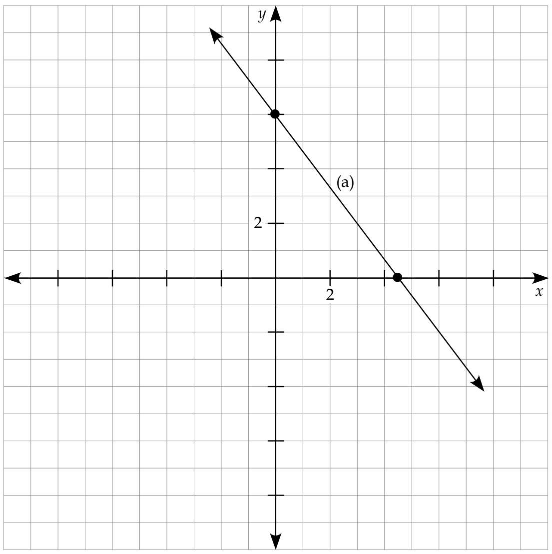
$$y + \frac{1}{20} = \frac{1}{2}\left(x - \frac{2}{5}\right)$$

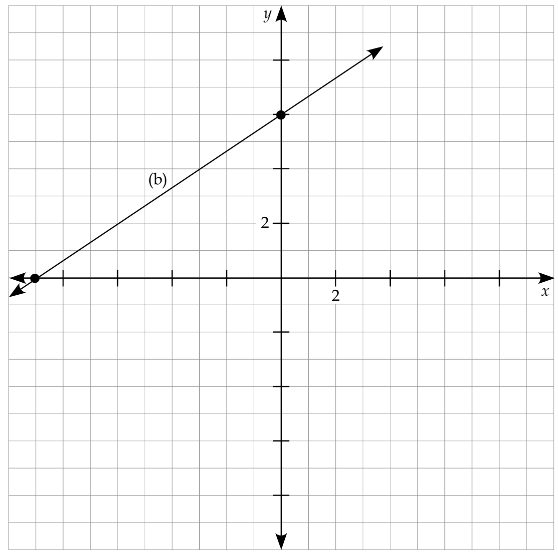
3. Explique deux stratégies différentes que tu peux utiliser pour tracer le graphique de $6x - y + 3 = 0$. Trace le graphique correspondant.

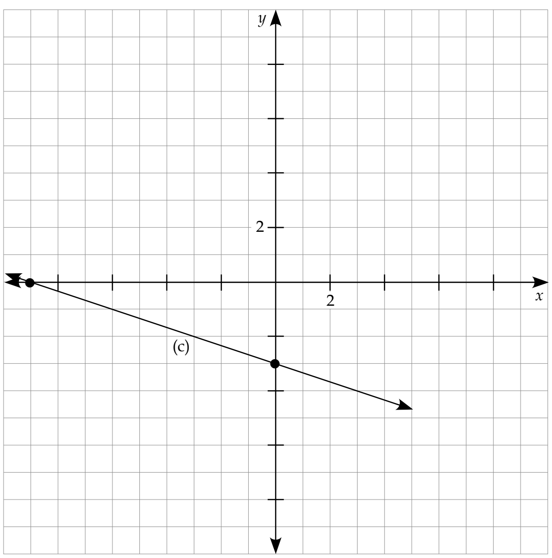
suite

Activité d'apprentissage 7.2 (suite)

4. Associe chaque graphique à son (ses) équation(s).







____ $y-8=\frac{2}{3}(x-3)$

____ $y+3=\frac{-2}{6}x$

____ $y=\frac{2}{3}x+6$

____ $4x+3y-18=0$

____ $y+2=\frac{4}{6}(x+2)$

____ $y-6=\frac{-4}{3}x$

5. La pente et l'ordonnée à l'origine d'une droite sont les suivants :

   $m=\frac{-5}{3}$

   $b=\frac{7}{3}$

   Écris sous la forme générale l'équation de cette relation linéaire *sans* l'écrire d'abord sous sa forme explicite.

Résumé de la leçon

La forme explicite, la forme pente-point et la forme générale d'une relation linéaire expriment toutes la même situation, mais de différentes façons. Chacune exprime une relation linéaire et peut être utilisée pour représenter graphiquement l'équation, ou déterminer les coordonnées à l'origine, la pente ou des points d'une droite. Cette leçon met en évidence différentes stratégies pour tracer le graphique ou reformuler des équations linéaires sous une forme différente. Tu as vu également comment différentes équations peuvent être des expressions équivalentes et tu as utilisé un point et la pente d'une droite pour écrire une équation. Dans la prochaine leçon, tu auras d'autres occasions de trouver des équations linéaires à partir de différentes caractéristiques de la droite.

Notes

Devoir 7.2

Équations de relations linéaires

Total : 30 points

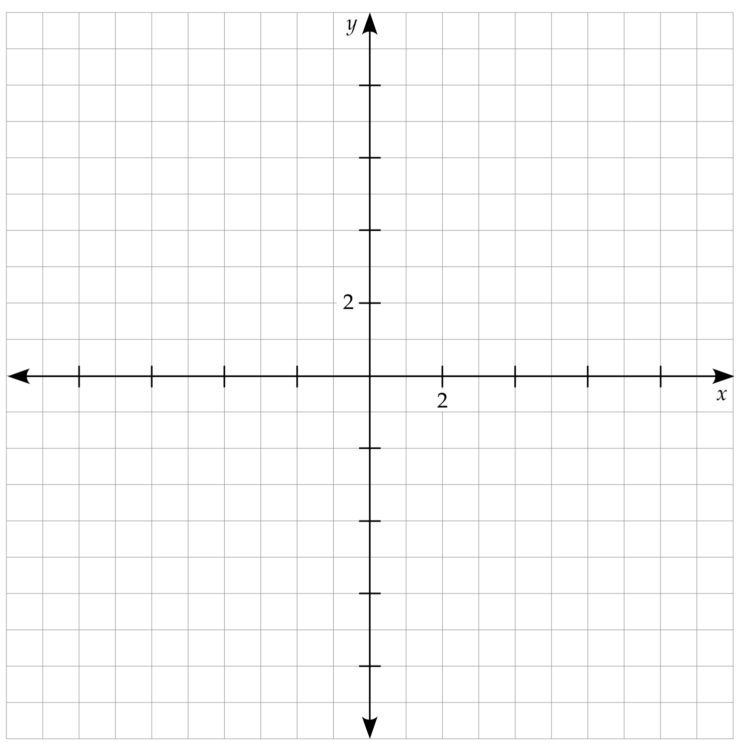
Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Réécris la relation linéaire donnée sous la forme demandée. Trace le graphique de chacune sur la grille fournie.

   a) Exprime $y = \frac{5}{3}x + 2$ sous la forme générale. *(3 points)*

   b) Exprime $y + 4 = \frac{-2}{3}(x + 2)$ sous sa forme explicite. *(3 points)*

   c) Exprime $5x - y - 7 = 0$ sous la forme pente-point. *(3 points)*



2. Indique les coordonnées à l'origine et la pente de la relation linéaire $7x - 2y + 8 = 0$. Montre tes calculs. *(4 points)*

3. Explique les similitudes et les différences dans les stratégies que tu as utilisées pour tracer le graphique d'une relation linéaire exprimée sous forme explicite et sous forme pente-point. Donne un exemple de chaque forme. *(5 points)*

4. Le graphique d'une relation linéaire a une pente de $\frac{1}{3}$ et la droite passe par (–1, 5).

   Exprime cette relation linéaire sous les trois formes. Montre ton raisonnement et explique les étapes du processus.

   a) forme pente-point *(2 points)*

   b) forme explicite *(3 points)*

   c) forme générale *(3 points)*

5. Encercle les équations linéaires qui sont équivalentes et associe-les avec le graphique donné. *(4 points)*

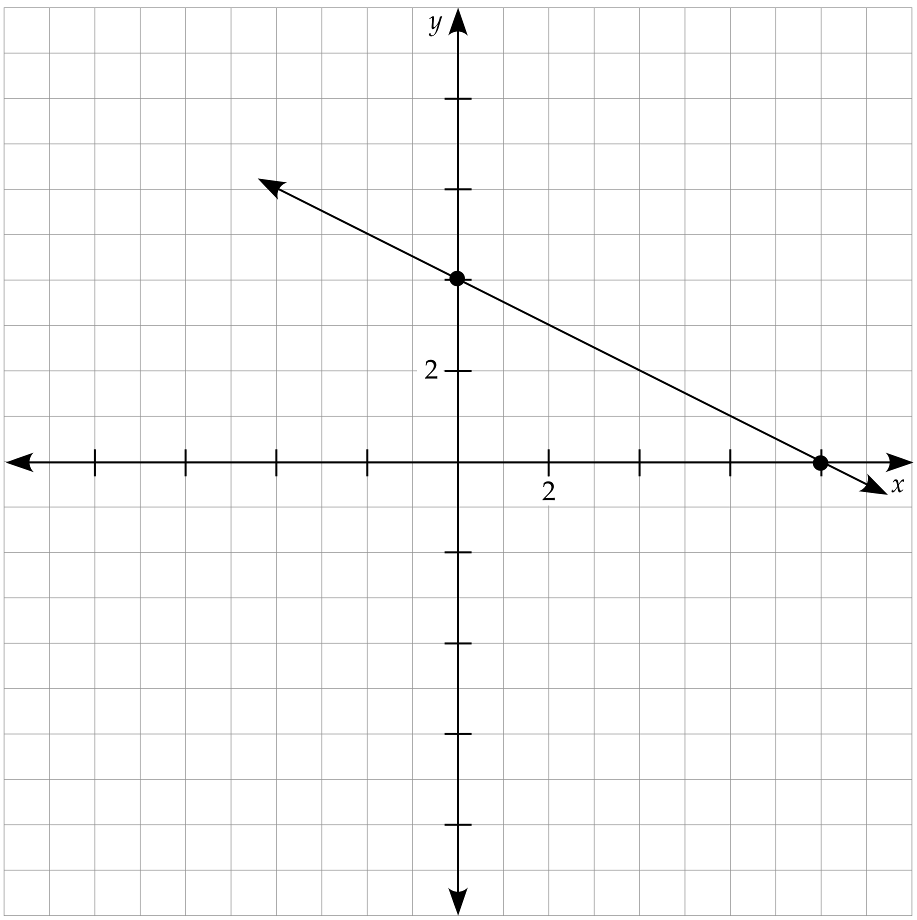
$x + 2y - 8 = 0$

$y + 4 = \frac{1}{2}x$

$y = -\frac{1}{2}x + 4$

$y - \frac{9}{4} = \frac{2}{4}\left(x - \frac{7}{2}\right)$

$x + y + 4 = 0$



Leçon 3 – L'écriture d'équations linéaires

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu verras comment

- ❑ déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir :
  - de la pente et des coordonnées d'un point d'une droite
  - d'un diagramme de dispersion ou du graphique d'une droite
  - des coordonnées de deux points d'une droite
  - d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire

Introduction

Au module 1, tu as écris des équations linéaires sous la forme explicite, $y = mx + b$, pour représenter des données dans un diagramme de dispersion, connaissant la pente et l'ordonnée à l'origine d'une droite. Dans la dernière leçon, tu as écris l'équation d'une relation linéaire connaissant un point et la pente de la droite. Dans la leçon 3, tu exploreras la façon d'écrire des équations linéaires à partir d'un diagramme de dispersion, de deux points d'une droite, ou d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire.

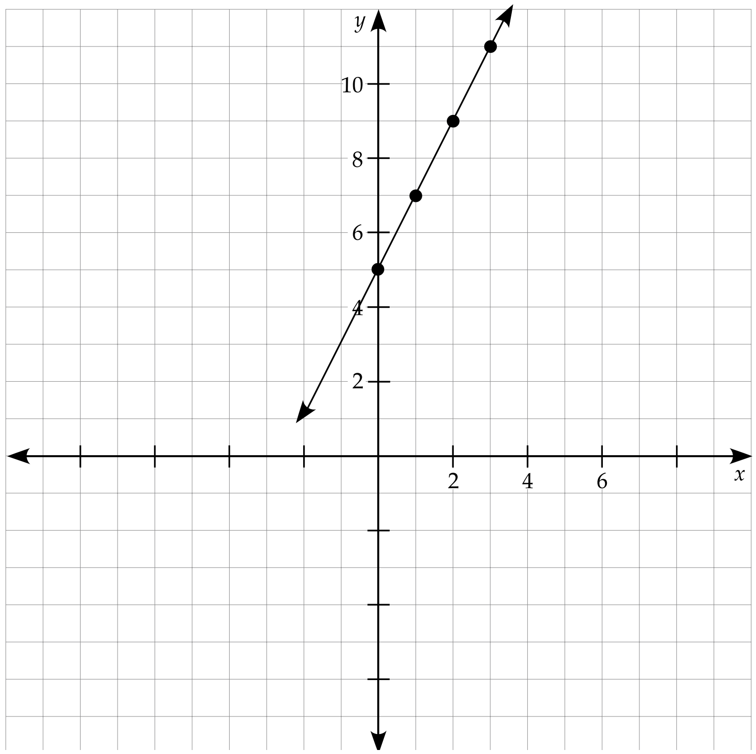
L'écriture d'une équation linéaire

Dans cette leçon, on verra différentes stratégies permettant de déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir des données fournies. Il serait sage de noter ces stratégies en abrégé sur ta fiche-ressource. L'icône de la fiche-ressource dans la marge t'indiquera quand prendre ces notes!

Déterminer une équation à partir d'un graphique ou d'un diagramme de dispersion

Exemple 1

Écris les coordonnées d'au moins 2 points le long de la droite suivante. Utilise ces points pour déterminer l'équation de la droite sous la forme explicite.



Solution :

Les points (0, 5), (1, 7), (2, 9) et (3, 11) sont tous situés sur cette droite.

Pour écrire l'équation de cette droite sous la forme explicite, trouve l'ordonnée à l'origine, où $x = 0$, sur le graphique (ou utilise les coordonnées ci-dessus).

Ce point est à (0, 5), donc l'ordonnée à l'origine est à 5.

Compte le rapport $\dfrac{\text{élévation}}{\text{course}}$ entre deux des points sur le graphique, ou utilise la formule de la pente et deux des coordonnées indiquées ci-dessus pour calculer la pente.

$$\frac{\text{élévation}}{\text{course}} = \frac{2}{1}$$

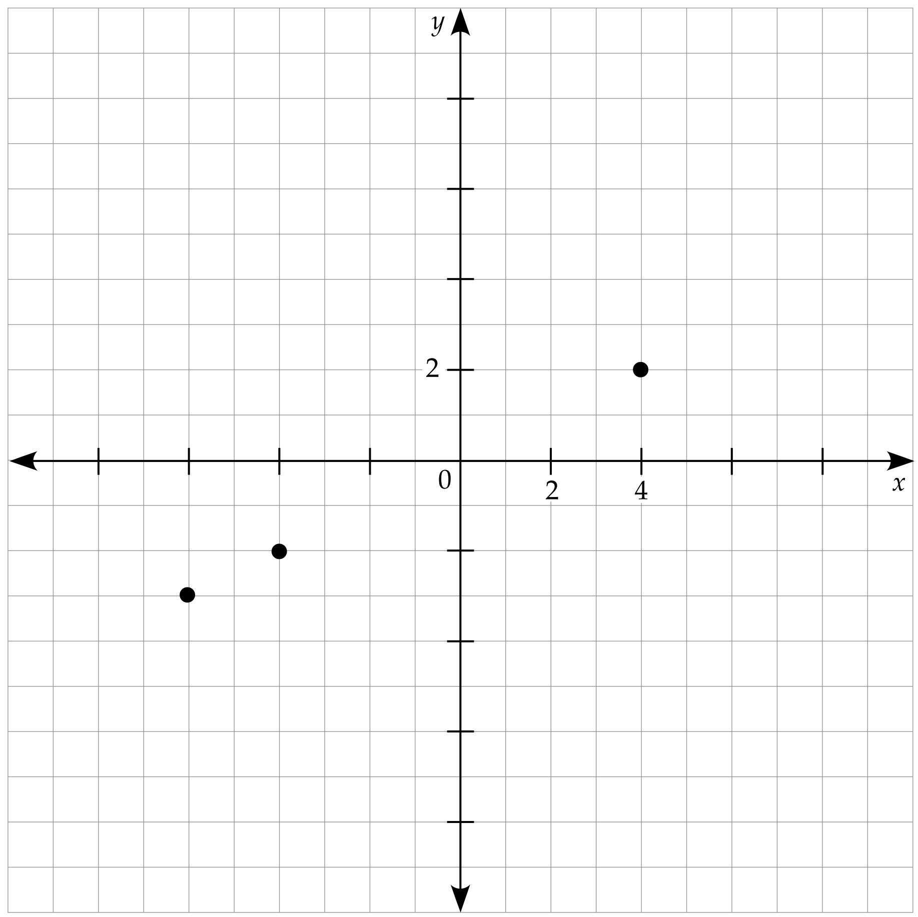
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-7}{2-1} = \frac{2}{1}$$

L'équation de la droite est $y = 2x + 5$.

Compare les paires ordonnées à cette équation. Chaque valeur de y est cinq de plus que deux fois la valeur correspondante de x, ce qui est conforme à cette formule.

Exemple 2

Pour le graphique ci-dessous, détermine l'équation de la relation linéaire.



Solution :

Les trois points peuvent être reliés par une ligne droite. La pente de la droite est de $\frac{1}{2}$, d'après le nombre d'unités d'élévation et de la course, et elle passe par l'origine, donc l'ordonnée à l'origine est à 0. L'équation de la droite est $y = \frac{1}{2}x$.

Déterminer une équation à partir de deux points sur la droite

Tu peux écrire une équation à partir de la pente et d'un point (que ce soit l'ordonnée à l'origine ou un autre point) sur la droite. Que ferais-tu si on te donnait seulement les coordonnées de deux points sur la droite? Utilise ces points pour calculer la pente, puis sers-toi de la pente et d'un des deux points pour écrire l'équation.

Exemple 3

Écris la forme générale de l'équation linéaire pour la droite qui passe par les points (1, 2) et (3, –2).

Solution :

Calcule la pente de la droite entre ces deux points.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-2}{3-1} = \frac{-4}{2} = -2$$

Substitue la pente et un des deux points dans la formule de la forme pente-point.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 2 = -2(x - 1)$$
$$y - 2 = -2x + 2$$
$$y = -2x + 4$$

Réarrange cette équation sous sa forme générale.

$$2x + y - 4 = 0$$

Exemple 4

Écris l'équation de la droite qui passe par (–0,6; 3,9) et par l'origine.

Solution :

L'origine est à (0, 0).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-3,9}{0+0,6} = \frac{-3,9}{0,6} = -6,5$$

$$y - y_1 = m(x + x_1)$$
$$y - 0 = -6,5(x - 0)$$
$$y = -6,5x$$

Exemple 5

Écris la forme générale de l'équation de la droite qui passe par le point milieu du segment de droite dont les extrémités sont à (–14, –21) et à (24, 15) et qui a la même abscisse à l'origine que la droite $3x - y - 9 = 0$.

Solution :

Dans cette question, on te donne plusieurs informations sur d'autres droites. Tu n'as qu'à transformer ces informations afin d'obtenir les coordonnées de deux points sur la droite que tu veux identifier, et ensuite ignorer les autres données inutiles.

Premier point : point milieu du segment de droite dont les extrémités sont à (–14, –21) et (24, 15)

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{-14 + 24}{2}, \frac{-21 + 15}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{10}{2}, \frac{-6}{2}\right)$$

$M = (5, -3)$ Ce sont les coordonnées du premier point.

Deuxième point : même abscisse à l'origine que la droite $3x - y - 9 = 0$.

L'abscisse à l'origine se trouve à $y = 0$.

$3x - (0) - 9 = 0$

$3x - 9 = 0$

$3x = 9$

$x = 3$ Les coordonnées du 2e point sont celles de l'abscisse à l'origine, (3, 0).

Maintenant, utilise ces coordonnées, soit (5, –3) et (3, 0), pour déterminer l'équation de la droite qui passe par ces points.

Calcule la pente.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-3)}{3 - 5} = \frac{3}{-2} = \frac{-3}{2}$$

Utilise la pente et l'un des points dans la formule pente-point.

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\left(x - x_1\right) \\ y - (-3) &= \frac{-3}{2}(x - 5) \\ y + 3 &= \frac{-3}{2}x + \frac{15}{2} \\ y(2) + 3(2) &= \frac{-3}{\cancel{2}}(x)\left(\cancel{2}\right) + \frac{15}{\cancel{2}}\left(\cancel{2}\right) \\ 2y + 6 &= -3x + 15 \\ 3x + 2y + 6 - 15 &= 0 \\ 3x + 2y - 9 &= 0 \end{aligned}$$

Comme tu cherches la forme générale de l'équation, tu peux tout multiplier par le dénominateur commun, soit 2.

Ceci est la forme générale de l'équation.

Déterminer une équation à partir d'un point et d'une droite parallèle ou perpendiculaire

Quelle que soit la configuration de l'information que tu reçois, tant que tu peux trouver la pente et les coordonnées d'un point sur une droite, tu peux écrire l'équation de cette droite. Dans les exemples précédents, tu as utilisé l'information sur d'autres droites et d'autres points pour trouver les données nécessaires sur l'équation demandée.

Dans le module 1, tu as appris que des droites parallèles ont la même pente, et que les pentes de droites perpendiculaires sont l'inverse l'une de l'autre avec le signe opposé. Cette information peut être appliquée à la résolution d'équations de droites linéaires.

Exemple 6

Écris sous sa forme explicite l'équation de la droite qui est parallèle à $y = 2x + 5$ et passe par (2, 8).

Solution :

Les droites parallèles ont des pentes équivalentes. La pente de la droite parallèle donnée est $m = 2$, donc la pente que tu dois utiliser est $m = 2$.

Tu connais le point (2, 8). Écris l'équation.

$$
\begin{aligned}
y - y_1 &= m(x - x_1) \\
y - 8 &= 2(x - 2) \\
y - 8 &= 2x - 4 \\
y &= 2x - 4 + 8 \\
y &= 2x + 4
\end{aligned}
$$

Exemple 7

Écris la forme pente-point de l'équation de la droite qui est perpendiculaire à la droite $5x - 4y - 40 = 0$ et qui a une ordonnée à l'origine de 11.

Solution :

Pour trouver la pente que tu cherches, réécris l'équation de la droite perpendiculaire sous la forme explicite.

$$
\begin{aligned}
5x - 4y - 40 &= 0 \\
\frac{5x}{4} - \frac{40}{4} &= \frac{4y}{4} \\
\frac{5}{4}x - 10 &= y \\
y &= \frac{5}{4}x - 10
\end{aligned}
$$

La pente de la droite perpendiculaire est $\frac{5}{4}$ donc la pente que tu veux utiliser est $\frac{-4}{5}$ (inverse et signe opposé).

Les coordonnées du point fourni sont (0, 11).

Sous la forme pente-point, l'équation se présente comme suit :

$$
\begin{aligned}
y - y_1 &= m(x - x_1) \\
y - 11 &= \frac{-4}{5}(x - 0) \\
y - 11 &= \frac{-4}{5}x
\end{aligned}
$$

Activité d'apprentissage 7.3

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. La relation suivante est-elle une fonction : {(2, 4), (5, 8), (5, 8), (6, 1), (3, 7)}?
2. Trouve le point milieu du segment de droite avec les extrémités (2, 6) et (4, 8).
3. Convertis 300 m en kilomètres.
4. Trouve la valeur de $\sqrt[4]{81}$.
5. Juin est un mois d'anniversaire très occupé pour toi. Ton frère est né le 9 juin, ton neveu le 20 juin et il y a la Fête des pères! Si tu veux dépenser 30 $ pour chaque cadeau et que tu as 85,00 $ d'économies, pourras-tu acheter un cadeau à tout le monde?
6. Un angle de 315° est-il un angle aigu, obtus, droit, plat ou rentrant?
7. Quelle est l'image de l'ensemble suivant : {(1, 2) ,(2, 4) ,(3, 6), (4, 8)}?
8. Écris $\frac{19}{16}$ sous forme de nombre fractionnaire.

Partie B – L'écriture d'équations linéaires à partir de différentes informations

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Explique le processus que tu suis pour écrire l'équation d'une relation linéaire quand tu connais les coordonnées de deux points sur la droite.
2. Écris l'équation d'une relation linéaire sous la forme explicite, sachant que $m = \frac{-9}{2}$ et $b = \frac{1}{2}$.
3. Une droite a une pente de $\frac{8}{3}$ et passe par le point (-72, -94). Écris l'équation de cette droite sous la forme pente-point et la forme générale.

suite

Activité d'apprentissage 7.3 (suite)

4. Écris l'équation de la droite qui passe par les points (26, 9) et (43, –6). Écris ta réponse sous la forme explicite, soit $y = mx + b$.
5. Une droite rencontre l'axe des x à 14 et l'axe des y à 35. Écris l'équation de la droite sous la forme générale. Utilise deux méthodes différentes pour arriver à la réponse.
6. Une droite est parallèle à $y = -3x - 55$ et passe par le point (-8, 19). Écris l'équation de la droite sous la forme pente-point.
7. Écris sous forme générale l'équation de la droite qui est perpendiculaire à $5x + 6y - 72 = 0$ et qui a une abscisse à l'origine de -4. Compare les coefficients dans les deux équations; que remarques-tu?
8. Écris l'équation de la droite qui est la médiatrice (bissectrice perpendiculaire) du segment de droite ayant comme extrémités (–3, –8) et (15, 6). Écris ta réponse sous la forme pente-point. (Truc : La droite doit passer par le point milieu du segment de droite.)

   Tu devrais inclure la définition d'une médiatrice sur ta fiche-ressource. Consulte le glossaire pour la définition de médiatrice.
9. Écris l'équation d'une droite qui est perpendiculaire à la droite $y = -12$ et explique ta réponse.

Résumé de la leçon

La leçon 3 a présenté plusieurs méthodes différentes que tu peux utiliser pour écrire l'équation d'une relation linéaire. Celle que tu choisis dépend des données que tu as en main et de la forme dans laquelle tu dois écrire la réponse. La première étape consiste généralement à trouver la pente et un point et à substituer ces données sous la forme appropriée. Tu peux trouver la pente en utilisant la formule, en comptant l'élévation/la course ou en trouvant la pente d'une droite parallèle ou perpendiculaire. Le point que tu choisis d'utiliser peut être l'un des deux points dont tu t'es servi pour trouver la pente, ou des coordonnées à l'origine ou encore un point commun avec une autre droite. Trouve simplement un point et une pente, et substitue leurs valeurs dans la formule, puis simplifie et réécris l'équation sous la forme demandée.

La prochaine leçon portera sur l'écriture d'équations à partir de données présentées dans un contexte particulier. Tu utiliseras un outil tehcnologique pour tracer le graphique des données et la droite la mieux ajustée, et pour décrire la relation entre les variables ayant un coefficient de corrélation, ou valeur de *r*.

Notes

Devoir 7.3

Écriture d'équations linéaires à partir de différentes informations

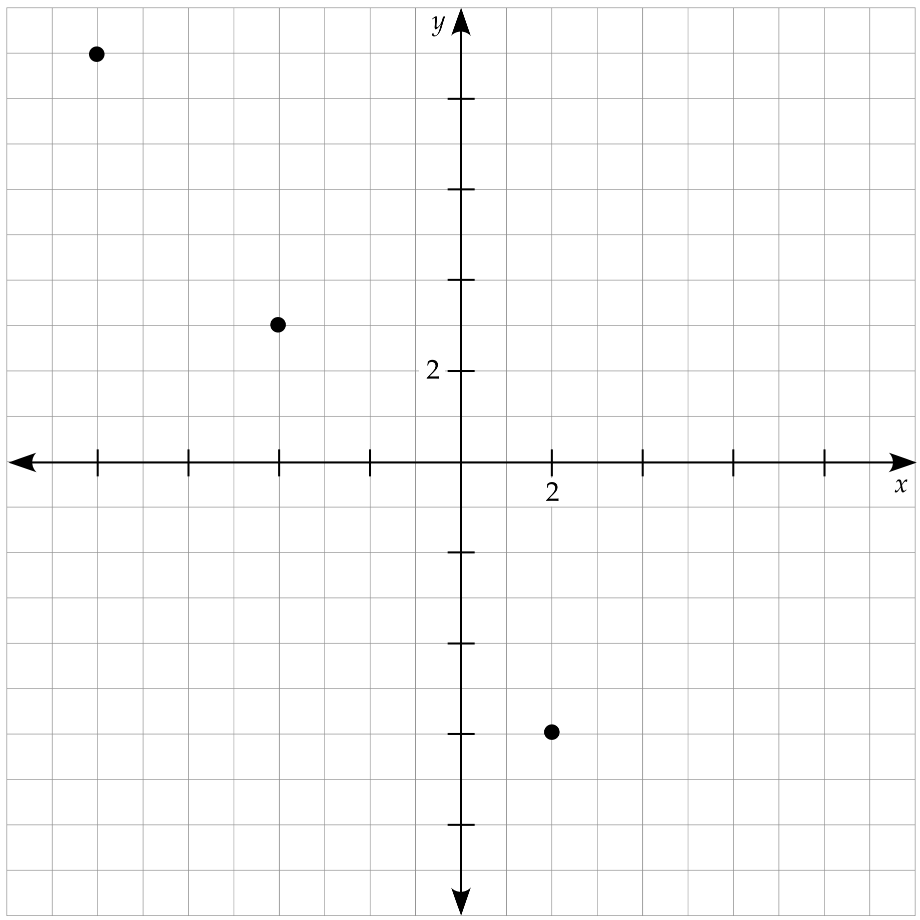
Total : 25 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t'en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Explique le processus que tu as suivi pour écrire l'équation d'une relation linéaire quand tu connais un point et l'équation d'une droite perpendiculaire. *(3 points)*

2. Le graphique d'une relation linéaire a une pente de $\frac{-3}{4}$ et une ordonnée à l'origine de 15. Écris l'équation de cette droite sous les trois formes différentes, en suivant différentes méthodes. *(4 points)*

3. Écris la forme explicite de l'équation de la relation linéaire illustrée dans le diagramme suivant. *(3 points)*



4. Une droite passe par le point (-12, 23) et a une pente de $\frac{-7}{3}$. Écris l'équation de cette relation linéaire sous la forme pente-point. *(2 points)*

5. Écris la forme générale de l'équation linéaire pour une droite qui passe par (–54, –17) et (9, 11). *(3 points)*

6. Une droite est parallèle à $y = \frac{1}{2}x + 37$ et a la même ordonnée à l'origine que la droite $4x - 5y + 9 = 0$. Écris l'équation de la droite sous la forme pente-point. *(3 points)*

7. Écris sous la forme générale l'équation d'une droite qui est perpendiculaire à la droite $9x - 5y + 3 = 0$ et passe par le point $(18, -12)$. *(3 points)*

8. Écris l'équation de la bissectrice perpendiculaire du segment de droite dont les extrémités sont à (–8, 5) et (14, 11). Écris ta réponse sous la forme pente-point. *(4 points)*

Notes

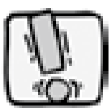
Leçon 4 – La corrélation de données

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu verras comment :

- ❑ déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir de données présentées en contexte
- ❑ déterminer l'équation de la droite la mieux ajustée à partir d'un diagramme de dispersion à l'aide d'un outil technologique, et discuter de la corrélation
- ❑ résoudre des problèmes contextualisés à partir de l'équation d'une relation linéaire

Introduction



Dans la vie courante, il arrive que des situations ne suivent pas les règles théoriques et les équations mathématiques. La leçon 4 présente des données en contexte et te demande d'écrire une équation linéaire pour décrire la relation entre des variables à partir des données fournies au sujet d'une situation en particulier. Tu utiliseras un outil technologique pour tracer une droite la mieux ajustée et calculer son équation, d'après les données fournies en contexte. Tu discuteras de la corrélation entre des ensembles de données ou des variables en appliquant une valeur de r.

Que signifie avoir de "bonnes données"?

Les graphiques de données d'une relation linéaire

Les données qui représentent une relation linéaire peuvent illustrer bien des situations différentes. En traçant le graphique des données, tu peux identifier l'équation résultante, ce qui t'aidera à résoudre des problèmes.

Exemple 1

Alicia gagne 195 \$ pour une journée de travail de 5 heures, et 237 \$ pour une journée de 8 heures.

a) Trace le graphique de ces points sur un diagramme de dispersion.

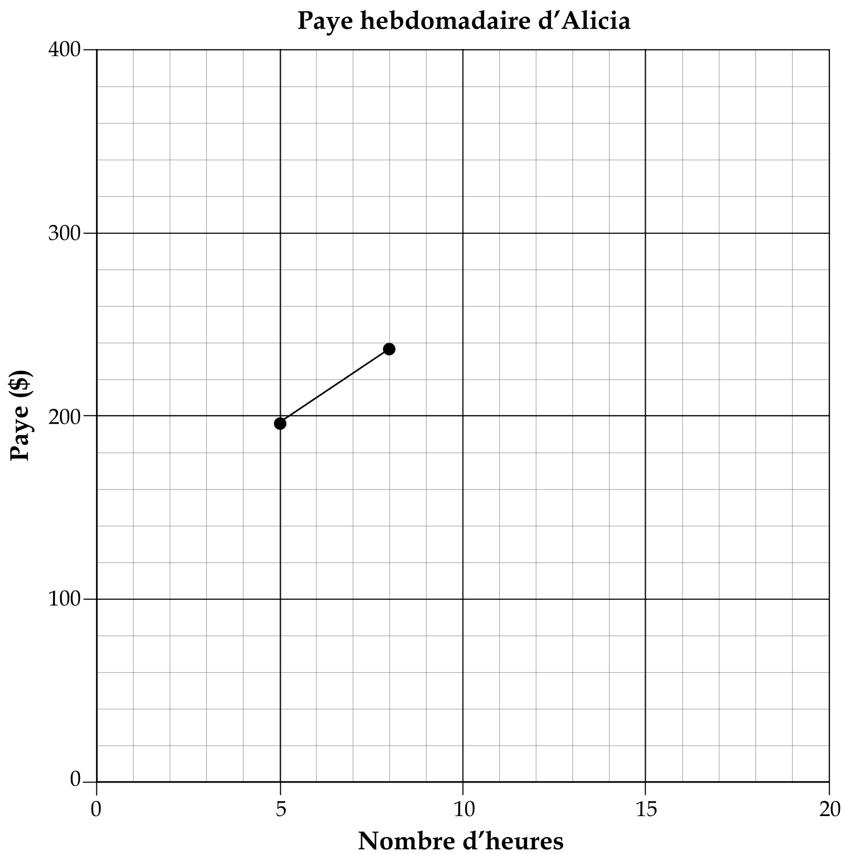
b) Détermine l'équation linéaire que son patron utilise pour calculer sa paye chaque semaine. Écris la réponse sous la forme explicite.

c) Explique la signification de la pente et de l'ordonnée à l'origine dans ce contexte.

d) Quelle serait sa paye maximum par semaine si elle travaille 40 heures?

Solution :

a) Graphique



b) Pour écrire l'équation de cette droite à la forme explicite, tu dois connaître la pente et l'ordonnée à l'origine.

Calcule la pente à partir des coordonnées des deux points représentant (heures, paye) sur le graphique :

(5, 195), (8, 237)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{237 - 195}{8 - 5}$$

$$m = \frac{42}{3} = 14$$

La pente de cette droite égale 14.

Utilise la pente et un point du graphique pour déterminer l'ordonnée à l'origine.

$$\begin{aligned} y &= mx + b \\ 195 &= 14(5) + b \\ 195 - 70 &= b \\ 125 &= b \end{aligned}$$

L'ordonnée à l'origine est 125.

L'équation de cette droite est $y = 14x + 125$.

c) La pente de 14 représente le montant qu'Alicia reçoit pour une heure de travail. Pour chaque augmentation verticale de 14 $, il y a une augmentation horizontale d'une heure. Si tu prolonges la droite sur le graphique ci-dessus, tu remarqueras qu'elle croise l'axe des y à 125. Les coordonnées du point (0, 125) représentent (heures, paye), donc pour 0 heure travaillée, Alicia recevra 125 $. Elle reçoit un salaire fixe de 125 $ par semaine plus un taux horaire de 14 $.

d) Si Alicia travaille 40 heures durant la semaine, elle gagne 685 $.

$y = 14x + 125$

$y = 14(40) + 125$

$y = 685$ $

Exemple 2

Quand tu voyages aux États-Unis, tu dois payer tes achats en dollars américains ($ US). Quand tu échanges ton argent canadien pour des dollars américains, le taux de change de la banque détermine combien tu recevras en retour. Il y a quelques années, un dollar canadien valait 79 cents US. Cela signifie que 100 $ canadiens auraient valu 79 $ US alors que 500 $ canadiens égalaient 395 $ US.

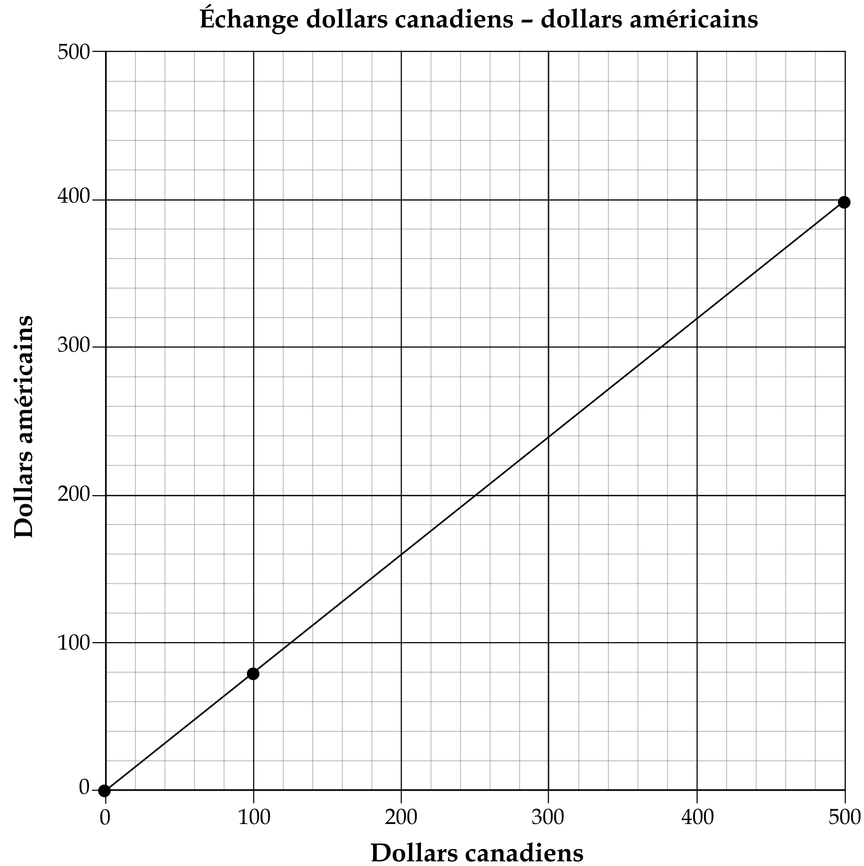
a) Utilise un graphique pour représenter ces relations linéaires en traçant les points sur une grille et en les reliant par une ligne droite.

b) Écris une équation linéaire pour représenter cette droite.

c) Utilise l'équation trouvée en b) pour déterminer le coût en dollars canadiens d'acheter un appareil photo qui vaut 250 $ US.

Solution :

a) Graphique



b) Pour écrire une équation représentant ces données, sers-toi de la pente et de l'ordonnée à l'origine.

$m = \frac{0{,}79}{1} = 0{,}79$ (Vu que ceci est le taux de change donné; tu pourrais également utiliser deux points pour calculer la pente.)

Le graphique passe par l'origine.

L'équation de cette droite est $y = 0{,}79x$.

c) $y = 0{,}79x$

où y est le coût en dollars US et x est la valeur en dollars canadiens.

$$(250) = 0{,}79x$$

$$\frac{(250)}{0{,}79} = \frac{0{,}79x}{0{,}79}$$

$$x = 316{,}46$$

L'appareil photo coûterait l'équivalent de 316,46 $ en dollars canadiens.

Les graphiques de données d’une relation presque linéaire

Il arrive dans certaines situations que les données ne donnent pas une relation linéaire précise et parfaite. Souvent, les données suivent une tendance à peu près linéaire, mais sur un graphique, les points ne peuvent pas tous être reliés par une simple ligne droite.

Exemple 3

Supposons que tu as rassemblé des données pour trouver la relation entre le poids et la taille des garçons de ton école.

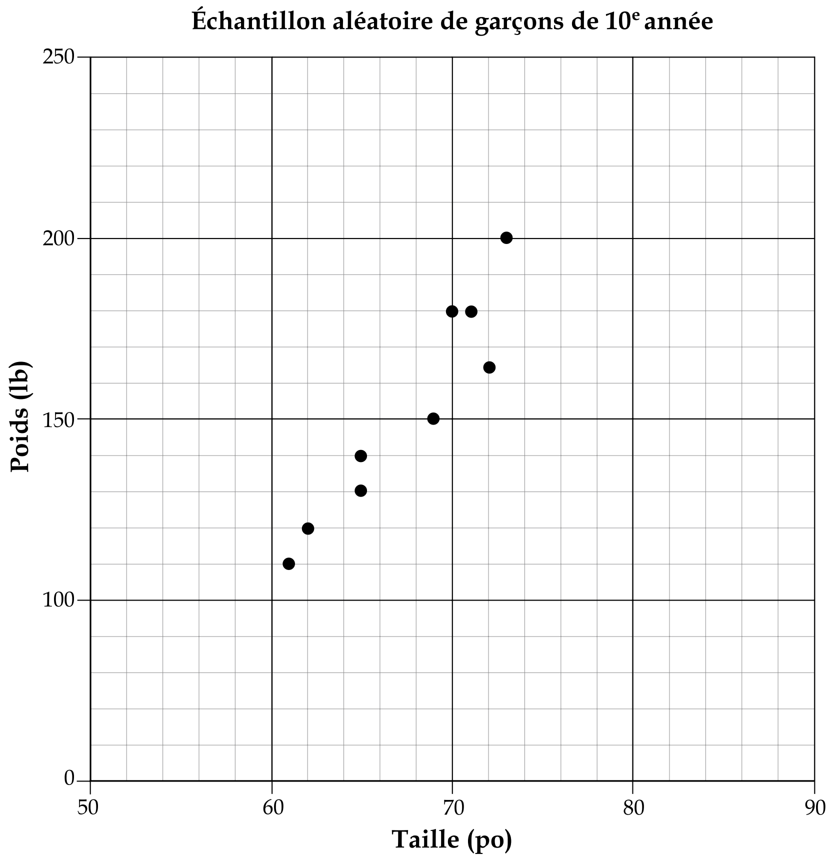
Taille (pouces)	Poids (livres)
61	110
69	150
71	180
62	120
65	140
73	200
65	130
72	165
70	180

Utilise un logiciel tel que *Graphical Analysis 3*, un chiffrier électronique ou une calculatrice graphique pour tracer les données fournies.

Solution :

Si tu as besoin d’aide pour utiliser un outil technologique qui te permet de représenter ces données sur graphique, tu peux demander à ton tuteur/correcteur ou à ton partenaire d’études.

Si tu utilises une calculatrice graphique, tu voudras sans doute inscrire sur ta fiche-ressource les étapes que tu dois suivre.

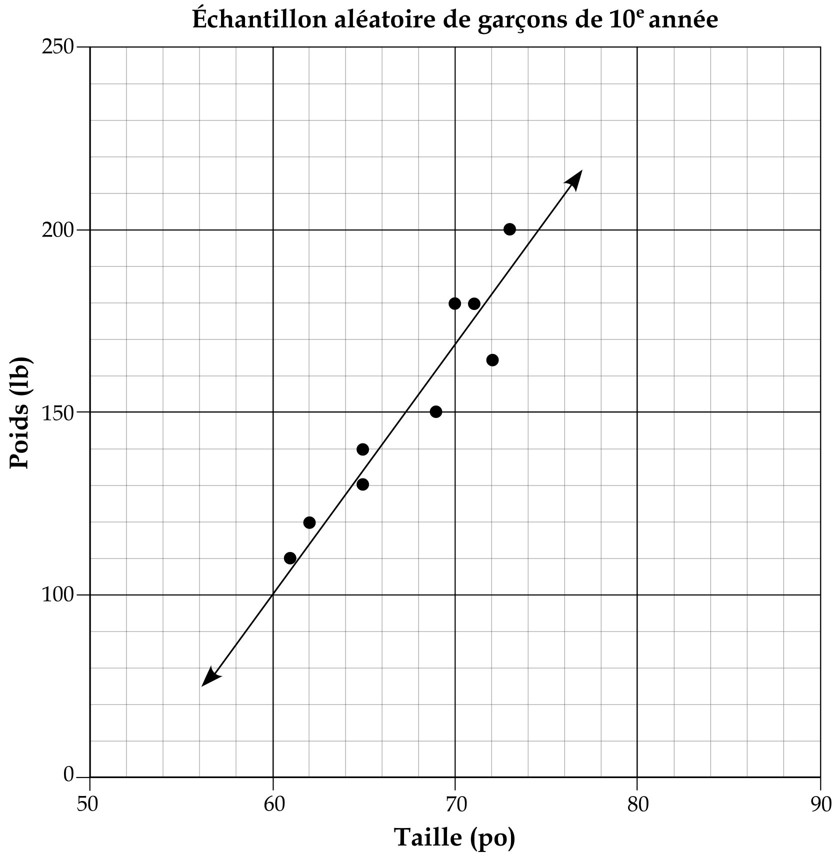


Tracer une droite la mieux ajustée

La relation illustrée par les points dans le graphique ci-dessus peut être considérée comme approximativement linéaire. En général, plus un garçon est grand, plus son poids est élevé.

Il serait possible de tracer une droite sur ce graphique pour représenter approximativement la tendance linéaire qui ressort de ces données, et on pourrait s'en servir pour tirer des conclusions et faire des prédictions. Pour mieux illustrer les données, cette « droite la mieux ajustée » devrait passer par le plus grand nombre de points possible, mais certains points se situeront en dehors de cette droite. La moitié des points qui restent devraient se situer au-dessus de la droite, et l'autre moitié des points restants devraient être en dessous de la droite. La droite ne doit pas nécessairement passer par l'origine.

Elle pourrait ressembler à ceci :



Il serait utile d'indiquer sur ta fiche-ressource comment tracer une droite la mieux ajustée.

Pour écrire l'équation de la droite, choisis deux points de la droite et détermine la pente. Utilise la pente et un point pour écrire l'équation.

Les deux points sur la droite que tu peux lire le plus précisément à partir de la grille sont (66, 140) et (72, 180). Situe ces points sur la droite ci-dessus.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{180 - 140}{72 - 66}$$

$$m = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 140 = \frac{20}{3}(x - 66)$$

$$y - 140 = \frac{20}{3}x - 440$$

$$y = \frac{20}{3}x - 440 + 140$$

$$y = \frac{20}{3}x - 300$$

Tu peux utiliser cette équation pour prédire la taille et le poids des garçons de ta classe.

Exemple 4

Selon toi, combien pèserait un garçon de 5 pi 7 po?

Solution :

5 pieds 7 pouces égalent 67 pouces. Substitue 67 dans la formule et trouve le poids, y.

$$y = \frac{20}{3}x - 300$$

$$y = \frac{20}{3}(67) - 300$$

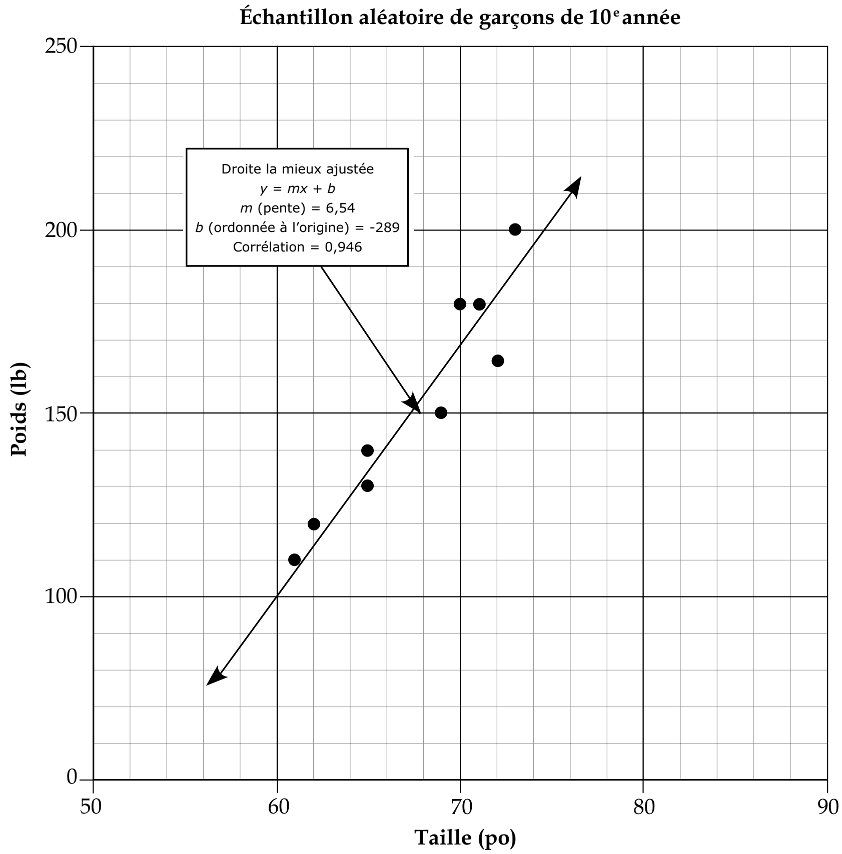
$$y = 146{,}\overline{6}$$

Il pèserait environ 147 livres.

Déterminer l'équation de la droite la mieux ajustée à l'aide d'outils technologiques

Les logiciels et calculatrices graphiques peuvent aider à tracer la droite la mieux ajustée et à déterminer son équation. Consulte le fichier d'aide ou le manuel de ton appareil pour déterminer comment fonctionne le logiciel ou la calculatrice pour cette opération.

Le logiciel *Graphical Analysis 3* trace la droite la mieux ajustée (aussi appelée droite de régression linéaire) et calcule l'équation comme suit :



À partir des données dans la zone de texte encadrée sur le graphique ci-dessus, substitue les valeurs fournies pour m et b dans la forme explicite de l'équation :

$$y = mx + b$$

$$y = 6,54x - 289$$

Cette formule est très proche de l'équation de la droite la mieux ajustée déterminée à la page précédente.

La corrélation et le coefficient de corrélation (valeur de *r*)

La droite la mieux ajustée sur le graphique de la page précédente monte vers la droite. À mesure que la variable x augmente (taille), la variable y (poids) augmente aussi. Cela signifie que les données ont une corrélation positive entre elles (et on obtient une pente positive). Les points se trouvent assez près de la droite, donc la relation entre les variables, ou leur corrélation, est assez forte (étroite).

> La **corrélation** désigne la relation entre la variable x et la variable y, et peut être positive ou négative. La force ou la faiblesse d'une corrélation dépend du fait que les données correspondant aux points sont plus ou moins proches de la « droite la mieux ajustée »; plus les points sont proches de cette droite, plus la corrélation est forte (étroite).

Tu aurais avantage à inclure cette définition sur ta fiche-ressource.

La droite est une bonne représentation des données. Remarque dans la zone de texte sur le graphique de la page 69 que la corrélation est indiquée, soit 0,946. C'est une corrélation positive proche de 1. Ce nombre est appelé le coefficient de corrélation (r).

Note : Si tu utilises le logiciel *Excel® de Microsoft*, tu obtiens la valeur de r^2, donc tu dois trouver la racine carrée $\left(\sqrt{\ }\right)$ de ce nombre pour obtenir la valeur de r.

Note : *Microsoft Excel* utilise la majuscule « r » pour le coefficient de corrélation. Lorsqu'on fait référence au coefficient de corrélation en statistiques, la minuscule « r » est le plus souvent utilisé. L'emploie de l'un ou de l'autre est acceptable.

Exemple 5

Les statisticiens du baseball discutent de la moyenne de puissance des joueurs de baseball professionnels. La moyenne de puissance est un nombre décimal dont le calcul est basé sur le nombre de coups de circuit et de buts volés d'un joueur dans une saison donnée. Les données suivantes comparent l'âge de certains joueurs de baseball professionnels et leur moyenne de puissance.

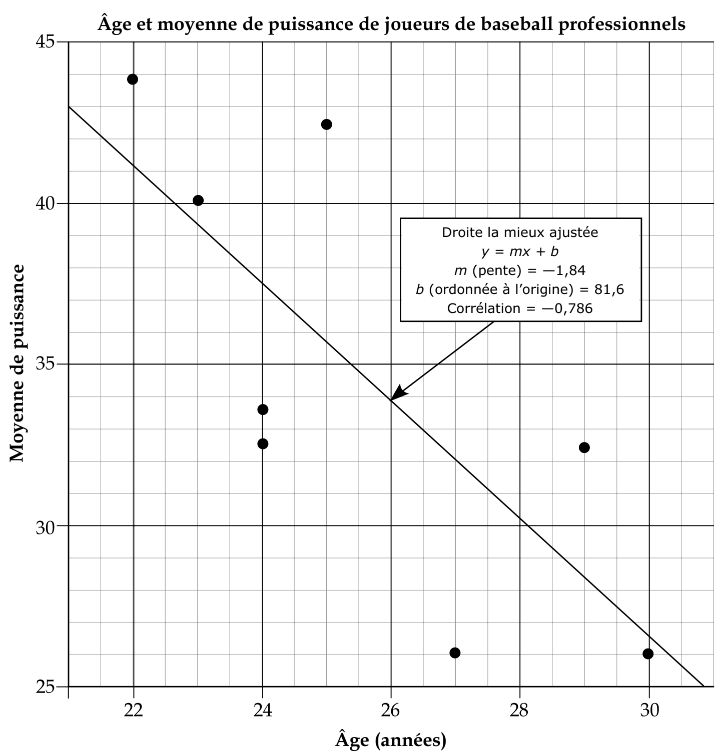
Âge (années)	Moyenne de puissance
22	43,9
25	42,5
30	26,0
24	33,7
23	40,9
29	32,5
27	26,2
24	32,6

(Données tirées de <www.baseball-reference.com/leaders/power_speed_number_season.shtml>.)

Trace le graphique des données et trouve l'équation de la droite la mieux ajustée ainsi que le coefficient de corrélation à l'aide d'un outil technologique.

Solution :

Avec le logiciel *Graphical Analysis 3* :



La droite la mieux ajustée sur le graphique à la page précédente descend à mesure qu'on se déplace vers la droite. À mesure que la variable x (âge) augmente, la variable y (moyenne de puissance) diminue. Cela signifie que la corrélation entre ces données est négative. Le logiciel a calculé l'équation de la droite la mieux ajustée ainsi : $y = -1{,}84x + 81$. Remarque que la pente a une valeur négative.

Alors que la droite ci-dessus traduit la tendance générale des données, les points sont assez éloignés de la droite. La corrélation entre l'âge et la moyenne de puissance n'est pas très forte. Remarque dans la zone de texte sur le graphique de la page 71 que le coefficient de corrélation est de -0,756.

Tu aurais avantage à noter sur ta fiche-ressource la définition ci-dessous.

> Le **coefficient de corrélation** (symbolisé par la lettre *r*), est un indicateur numérique de la relation entre deux ensembles de données. Il mesure si la relation est positive ou négative, et s'il s'agit d'une corrélation forte ou faible. La valeur de *r* varie entre –1 et +1.

La valeur de *r* sera **positive** s'il y a une relation positive entre les variables :

- à mesure que la variable x augmente de valeur, la variable y augmente aussi;
- le graphique de la droite monte vers la droite;
- la pente de la droite la mieux ajustée est positive.

La valeur de *r* sera **négative** s'il y a une relation négative entre les variables :

- à mesure que la variable x augmente de valeur, la variable y diminue;
- le graphique de la droite descend vers la droite;
- la pente de la droite la mieux ajustée est négative.

La valeur de *r* sera égale à **zéro** s'il n'y a aucune relation entre les variables :

- les points sont dispersés de façon aléatoire (au hasard);
- il est impossible de tracer une droite la mieux ajustée puisque les données ne présentent aucune tendance positive ou négative.

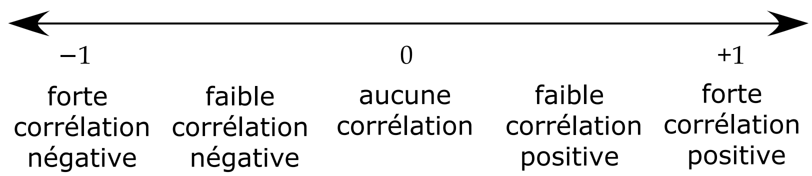
La corrélation est **forte** si la valeur de *r* est proche de –1 ou de +1 :

- la plupart des points se situent sur la droite ou près de celle-ci;
- plus les points sont rapprochés de la droite, plus la corrélation est forte, qu'elle soit positive ou négative.

La corrélation est **faible** si la valeur de *r* est proche de 0 :

- la plupart des points ne sont pas situés sur la droite ou près de celle-ci;
- plus les points sont éloignés de la droite, plus la corrélation est faible, qu'elle soit positive ou négative.

La valeur de *r* sera égale à exactement –1 ou +1 seulement si la relation linéaire est parfaite entre les deux variables. Le plus souvent, la valeur de *r* est une valeur décimale comprise entre –1 et +1. Plus la relation est forte entre les deux variables, plus la valeur de *r* sera proche de –1 ou de +1. Plus la relation est faible, plus la valeur de *r* sera proche de 0.



Le coefficient de corrélation est calculé à l'aide de la formule suivante :

$$r = \frac{n\sum(xy) - \sum x \sum y}{\sqrt{n\left(\sum x^2\right) - \left(\sum x\right)^2}\sqrt{n\left(\sum y^2\right) - \left(\sum y\right)^2}}$$

où r = coefficient de corrélation

n = nombre de paires de données (x, y)

(x, y) = données du diagramme de dispersion

Σ est la lettre majuscule grecque *sigma* et est utilisée pour indiquer la somme. Par conséquent Σx veut dire que l'on additionne toutes les valeurs de x ensemble. Σxy signifie la somme de tous les produits de xy.

Il n'est pas nécessaire que tu connaisses cette notation pour les devoirs ou les examens de ce cours. Il se peut que tu rencontres la notation *sigma*, Σ, dans des cours de mathématiques à venir.

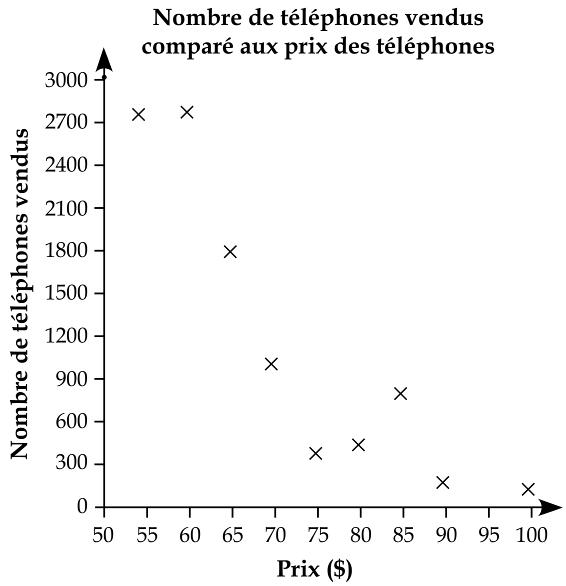
C'est une formule très complexe, et tu n'auras pas à l'utiliser. Il est plus important pour toi de comprendre comment déterminer la valeur du coefficient de corrélation à l'aide d'un outil technologique, de savoir ce qu'il signifie et de pouvoir l'expliquer.

Il existe beaucoup d'autres types de corrélations possibles, mais dans le présent cours, toutes les corrélations abordées seront linéaires. C'est pourquoi toutes les droites la mieux ajustée seront des lignes droites.

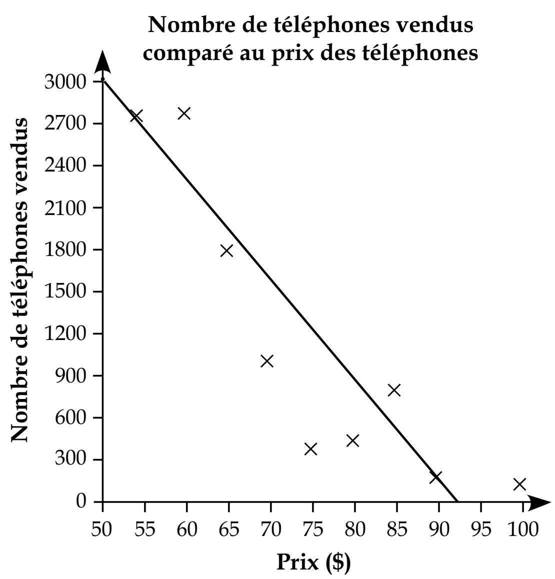
Il importe également que tu fasses attention quand tu donnes une signification d'un coefficient de corrélation calculé. Même s'il existe une forte corrélation, cela ne signifie pas nécessairement qu'un changement dans une variable donnera nécessairement un changement dans l'autre variable. Plusieurs autres facteurs peuvent avoir un impact sur la relation entre les deux ensembles de données, comme tu le verras dans les exemples qui suivent.

Exemple 6

Trace une droite la mieux ajustée sur le graphique ci-dessous. Décris la corrélation entre les deux ensembles de données et estime la valeur de *r*.



Solution :

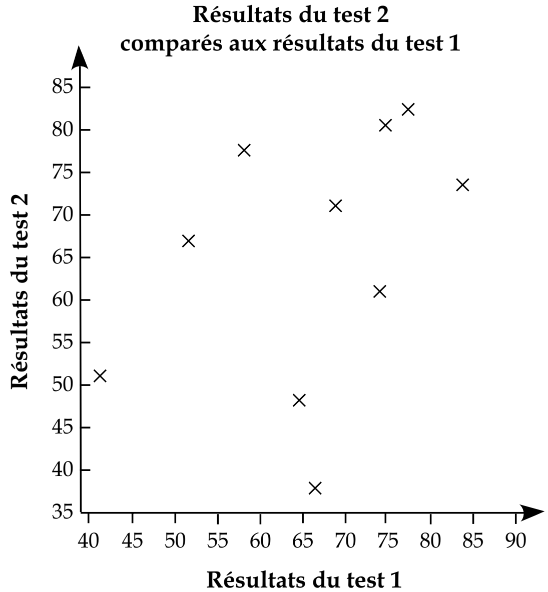


À mesure que le prix en dollars augmente, le nombre de téléphones vendus diminue, donc la corrélation est négative. Les points sont assez proches de la droite, donc la corrélation doit être forte. Une bonne estimation de la valeur de *r* serait entre –0,85 et –0,95.

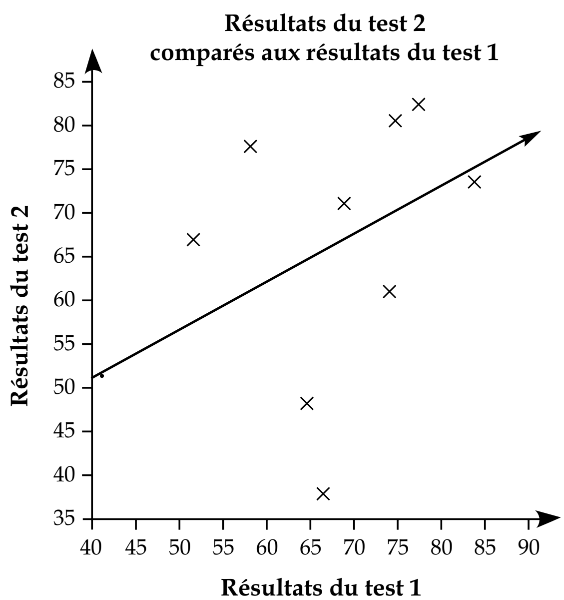
À l'aide d'un outil technologique, on obtient un coefficient de corrélation de 0,922.

Exemple 7

Trace la droite la mieux ajustée sur le graphique ci-dessous. Décris la corrélation entre les deux ensembles de données et estime la valeur de *r*.



Solution :



D'après le diagramme de dispersion, il semble que les élèves ayant les meilleures notes au premier test ont des notes un peu plus élevés au deuxième test. Il semble qu'il existe une corrélation positive entre les pointages des deux tests, mais les points sont assez éloignés de la droite, donc la corrélation doit être faible. La valeur de *r* se situera vraisemblablement entre 0,2 et 0,5. En réalité, la valeur de *r* est égale à 0,370.

Exemple 8

Il existe une forte corrélation positive entre le nombre de camions d'incendie (autopompes) qui se rendent à un incendie et le montant des dommages causés par l'incendie. Comme cette corrélation est si fortement positive, peux-tu conclure qu'en envoyant plus d'autopompes, il y aura plus de dommages? Explique ta réponse.

Solution :

Cette conclusion est fautive parce que le nombre d'autopompes envoyées lors d'un incendie n'est pas la cause de la gravité des dégâts. Plus un incendie cause des dommages, plus il y a de camions autopompes appelés sur les lieux, mais c'est l'incendie qui cause des dommages, pas les autopompes.

Note : Une idée fausse assez commune au sujet des coefficients de corrélation veut que, puisque la corrélation est forte, la première variable est la cause de la deuxième variable. Toutefois, une corrélation n'implique pas la causalité.

Activité d'apprentissage 7.4

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Si les coordonnées à l'origine d'une droite sont à $x = 3$ et à $y = 9$, quelle est la pente de cette droite?
2. Un prisme rectangulaire et une pyramide rectangulaire, ont les mêmes dimensions. Lequel a le plus grand volume?
3. Laquelle des deux variables suivantes est la variable indépendante : la quantité de pluie comparée au nombre de moustiques?
4. Écris l'équation $y + 2x = 4$ en utilisant la notation fonctionnelle.
5. Quels deux nombres ont une somme de –6 et un produit de 5?
6. Évalue $\left(4^2\right)^{\frac{-1}{4}}$.
7. Jared a un gros béguin pour une fille de sa classe. Il y a 6 pupitres entre lui et la fille de ses rêves. Si les pupitres mesurent 80 cm de largeur et s'il n'y a pas d'espaces vides entre eux, à quelle distance se trouve-t-il de la fille (en mètres)?
8. Multiplie $(x + 5)(2x + 1)$.

suite

Activité d'apprentissage 7.4 (suite)

Partie B – La droite la mieux ajustée et la corrélation

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Tu inscris le coût d'un plein d'essence pour ton camion et le nombre de litres d'essence que tu as achetés.

Litres (L)	34	42	86	91
Coût ($)	17,68	21,84	44,72	47,30

   a) Crée un diagramme de dispersion de ces données sur du papier quadrillé et trace la droite la mieux ajustée.

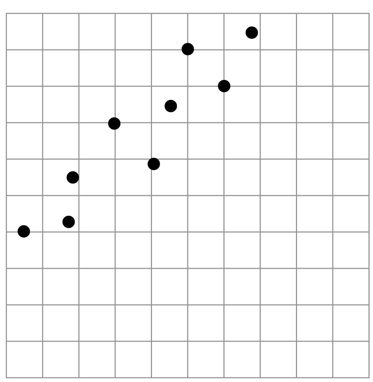
   b) Utilise des coordonnées pour écrire l'équation de la droite résultante sous la forme explicite. Que représente la pente de l'équation?

   c) Utilise l'équation pour déterminer combien te coûteraient 15 L d'essence.

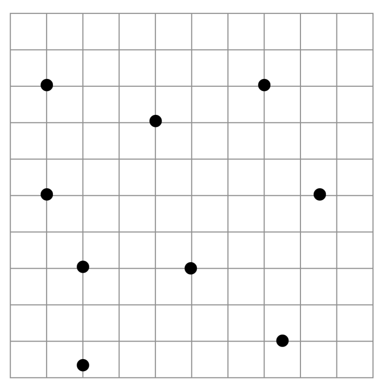
   d) Utilise l'équation pour déterminer combien de litres tu pourrais acheter pour 50 $.

2. Indique si la corrélation illustrée par le diagramme de dispersion est forte ou faible, et positive ou négative, ou s'il n'y a aucune corrélation. Estime la valeur de *r* pour chacune.

a)

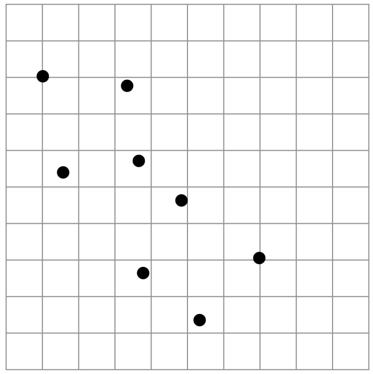


b)

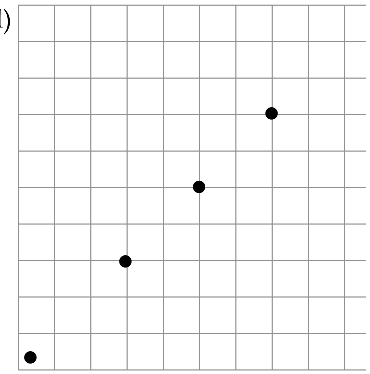


suite

c)



d)



3. a) Trace le graphique des données suivantes à l'aide d'un outil technologique.
   b) Estime la valeur de *r*.
   c) Utilise un outil technologique pour tracer la droite la mieux ajustée et calculer le coefficient de corrélation.
   d) Explique ce qu'indique le coefficient de corrélation au sujet des données.
   e) Utilise l'équation de la droite la mieux ajustée pour calculer le temps record possible pour les Jeux Olympiques d'été de 2016. Ta réponse te semble-t-elle logique?

Record du monde féminin pour le 400 mètres	
Année	**Temps approximatif (secondes)**
1920	65
1930	59
1940	57
1950	56
1960	53
1970	51
1980	48

suite

Activité d'apprentissage 7.4 (suite)

4. a) Utilise un outil technologique pour tracer le graphique des données suivantes.
   b) Utilise un outil technologique pour tracer la droite la mieux ajustée, déterminer l'équation de la droite et calculer le coefficient de corrélation.
   c) Explique ce qu'indique le coefficient de corrélation au sujet des données. Peux-tu utiliser l'équation pour prédire le pointage du prochain match des finales pour la Coupe Grey?

Pointage final – Coupe Grey	
Pointage gagnant	**Pointage perdant**
39	20
46	10
38	16
38	9
27	17
26	21
27	10
31	19
35	31
32	14
21	17
16	6
24	7
14	7
24	3
16	13
23	7
16	6
33	14
35	10

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as utilisé des données présentées dans un contexte précis et tu en as tracé le graphique pour déterminer l'équation linéaire de la droite résultante. Tu as utilisé un outil technologique pour tracer les points dans un diagramme de dispersion et dessiner la droite la mieux ajustée, et pour calculer le coefficient de corrélation. Tu peux décrire la relation entre deux ensembles de données à partir d'une valeur de r comprise entre –1 et +1, et expliquer ce que cela signifie par rapport aux deux variables. Tu as aussi résolu des problèmes contextualisés basés sur des relations linéaires.

Devoir 7.4

Droite la mieux ajustée et corrélation

Total : 51 points

Note à l'élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu devrais pouvoir les utiliser maintenant. Sinon, il serait temps de préparer cette fiche

1. Le tableau ci-dessous compare des températures en degrés Celsius et en degrés Fahrenheit.

°F	°C
–40	–40
32	0
212	100

   a) Dessine un graphique représentant cette relation linéaire et trace la droite la mieux ajustée. *(4 points)*

b) Utilise les points pour calculer l'équation de la droite sous la forme pente-point. *(3 points)*

c) Utilise l'équation pour calculer l'équivalent de 60 °F. *(2 points)*

d) Utilise l'équation pour calculer l'équivalent de 28 °C. *(2 points)*

2. a) Empile 8 cents pour faire une colonne. Mesure la hauteur de la colonne en mm. Inscris ta mesure dans le tableau ci-dessous. Construis 6 autres piles de différentes hauteurs; mesure ces hauteurs et inscris les données. *(4 points)*

Nombre de cents empilés	**Hauteur (mm)**
8	

b) Construis un diagramme de dispersion à partir de tes résultats. Dessine une droite la mieux ajustée. *(4 points)*

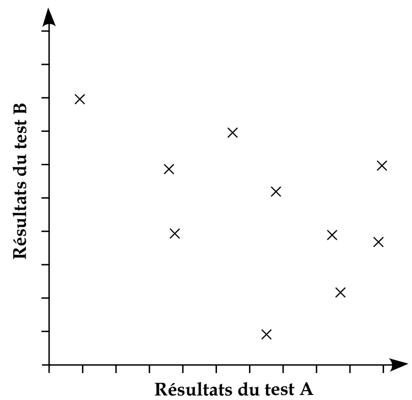
c) Utilise les points sur la droite pour déterminer l'équation de la droite sous la forme explicite. (**Truc :** 0 cent égale 0 mm de hauteur.) *(3 points)*

d) Utilise l'équation pour déterminer la hauteur d'une pile de 88 cents. *(2 points)*

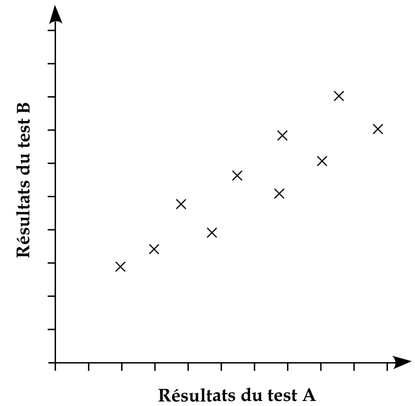
e) Utilise l'équation pour déterminer la valeur (en dollars) d'une pile de cents qui mesure 15 cm de hauteur. *(2 points)*

3. Décris la corrélation illustrée dans les diagrammes de dispersion suivants. *(5 points)*

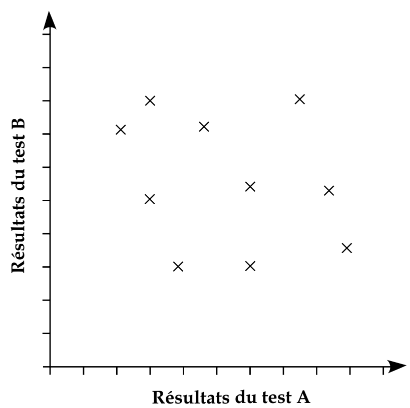
a) ______________________________



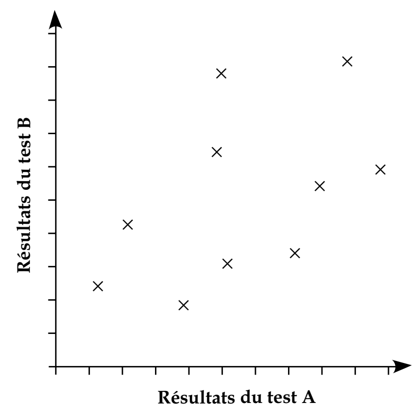
b) ______________________________



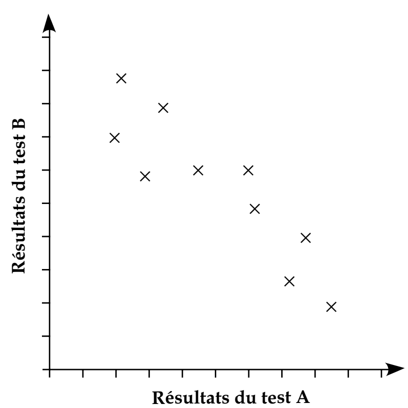
c) ______________________________



d) ______________________________



e) ______________________________



4. L’entraîneur de l’équipe de basket-ball de Hamilton High School a consigné les statistiques pour comparer les « tirs d’essai » et les « paniers réussis » d’un de ses joueurs.

Tirs d’essai	**Paniers réussis**
45	10
60	30
25	5
15	15
45	25
70	25
60	25
35	5
35	20
25	15
55	25
50	25
65	35
15	10
5	0
70	35
55	20
25	10
45	15
35	15

a) À l’aide d’un outil technologique, détermine l’équation de la droite la mieux ajustée et le coefficient de corrélation des données ci-dessus. Imprime une copie de ton graphique ou inclus une copie tracée à la main. *(5 points)*

b) Explique ce que signifie la valeur de r dans ce contexte. *(2 points)*

c) Écris l'équation de la droite en notation fonctionnelle et trouve les valeurs suivantes, arrondies à l'unité près. *(4 points)*

i) $f(18)$

ii) $f(43)$

iii) $f(100)$

5. Il importe de bien comprendre et d'utiliser correctement le vocabulaire mathématique. Pour organiser et réviser les définitions, les formules et les exemples des concepts mathématiques ainsi que le vocabulaire correspondant, une bonne stratégie consiste à compléter une grille triangulaire « TRI » comme aide-mémoire. Cette grille compte trois zones dans lesquelles tu inscriras :
   - la formule correspondant au concept avec une explication de ce que représentent les variables, ou un synonyme (un mot qui a la même signification);
   - une définition du concept, écrite dans tes propres mots, qui explique la signification du concept ou la façon de l'utiliser;
   - un exemple incluant les étapes de la solution et/ou un diagramme étiqueté illustrant ce concept.

   Étudie les exemples fournis et complète ensuite trois grilles TRI. Choisis trois concepts dans la liste ci-dessous, écris chaque concept dans la bande centrale sur un triangle, et complète les trois zones de la grille pour chacun.

   Concepts possibles : (tu en choisis 3) *(3 × 3 = 9 points)*

point milieu	forme explicite
parallèle	coefficient de corrélation
formule de la distance	forme pente-point
droite la mieux ajustée	

Exemples

TRI pour te rappeler

Concepts de *la géométrie cartésienne*

formule ou synonyme

CONCEPT

définition

exemple et/ou diagramme

Écris la formule et explique ce que représentent les variables. Donne un autre mot ou idée voulant dire la même chose.

Concept

Définie le concept en tes propres mots. Explique la signification du concept ou comment celui-ci est utilisé.

Crée un exemple pour illustrer le concept. Montre les étapes de la solution. Fais un diagramme étiquetté.

Une équation qui décrit comment deux variables, x et y, sont en relation quand un ensemble de coordonnées (x, y) forme une ligne droite.
La forme générale peut être trouvée en réorganisant la forme explicite ou la forme pente-point de sorte que A, B et C soient des entiers et que l'équation soit égale à zéro.

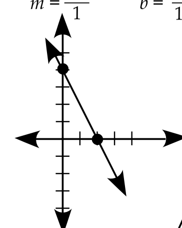
Pour tracer le graphique d'une équation linéaire sous forme générale, trouve l'abscisse et l'ordonnée à l'origine (lorsque y et x sont zéro) ou à l'aide des formules suivantes :

$m = \frac{-A}{B}$ et $b = \frac{-C}{B}$.

$2x + y - 4 = 0$

A = 2   B = 1   C = –4

$m = \frac{-2}{1}$ $b = \frac{4}{1}$



Forme générale d'une équation linéaire

$Ax + By + C = 0$
où A, B, et C sont des entiers relatifs et (x, y), un point sur la ligne.

$m = \frac{-A}{B}$

$b = \frac{-C}{B}$

90°

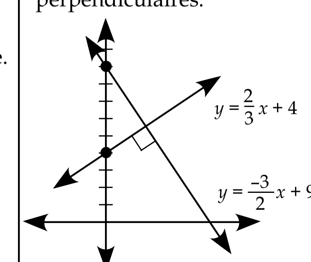
perpendiculaire

Deux droites sont perpendiculaires lorsqu'elles s'intersectent (se croisent) à un angle de 90° (ou un angle droit). Les pentes de droites perpendiculaires sont l'inverse l'un de l'autre et opposées en signe.

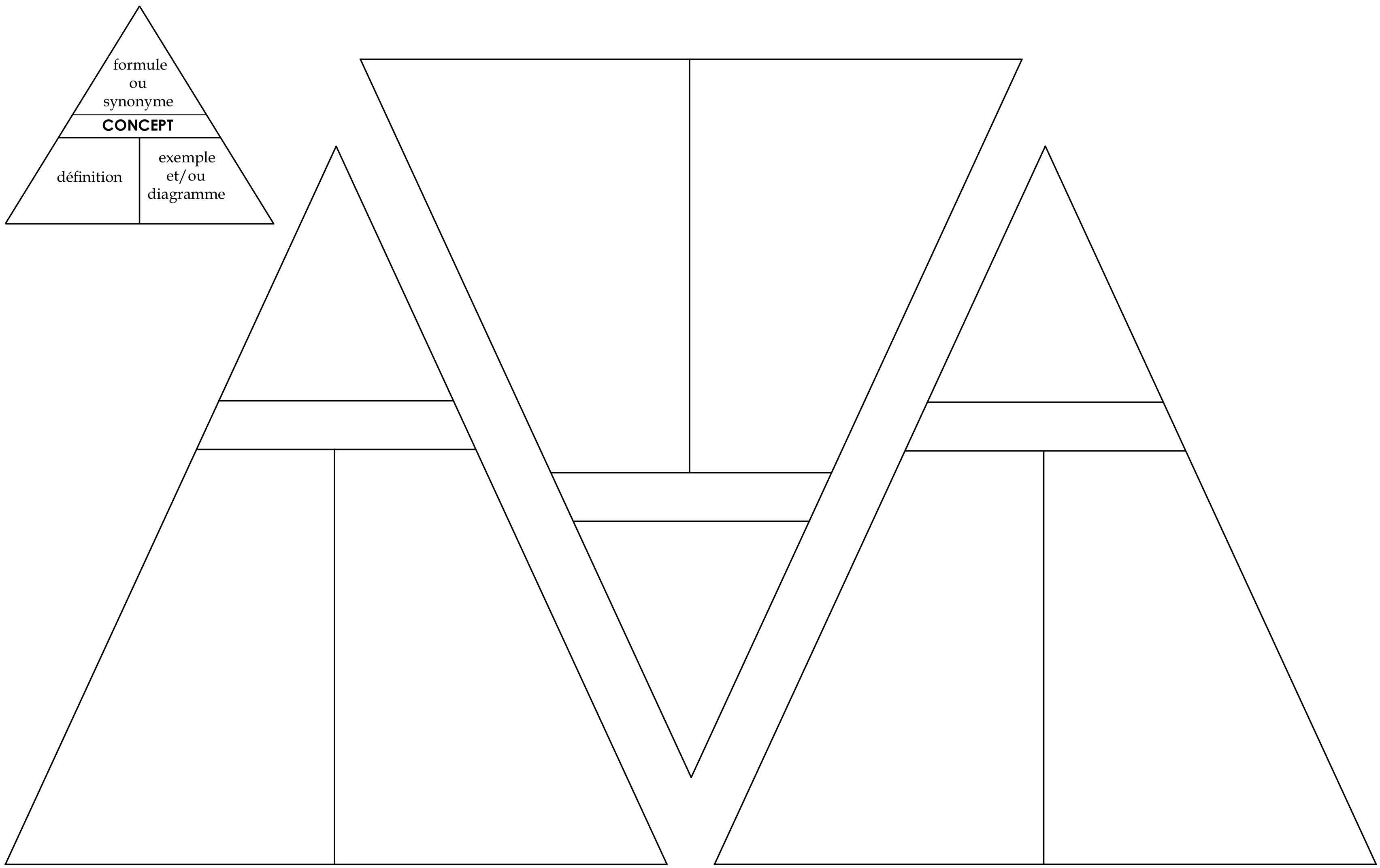
$y = \frac{2}{3}x + 4$

$y = \frac{-3}{2}x + 9$

Ces droites sont perpendiculaires.

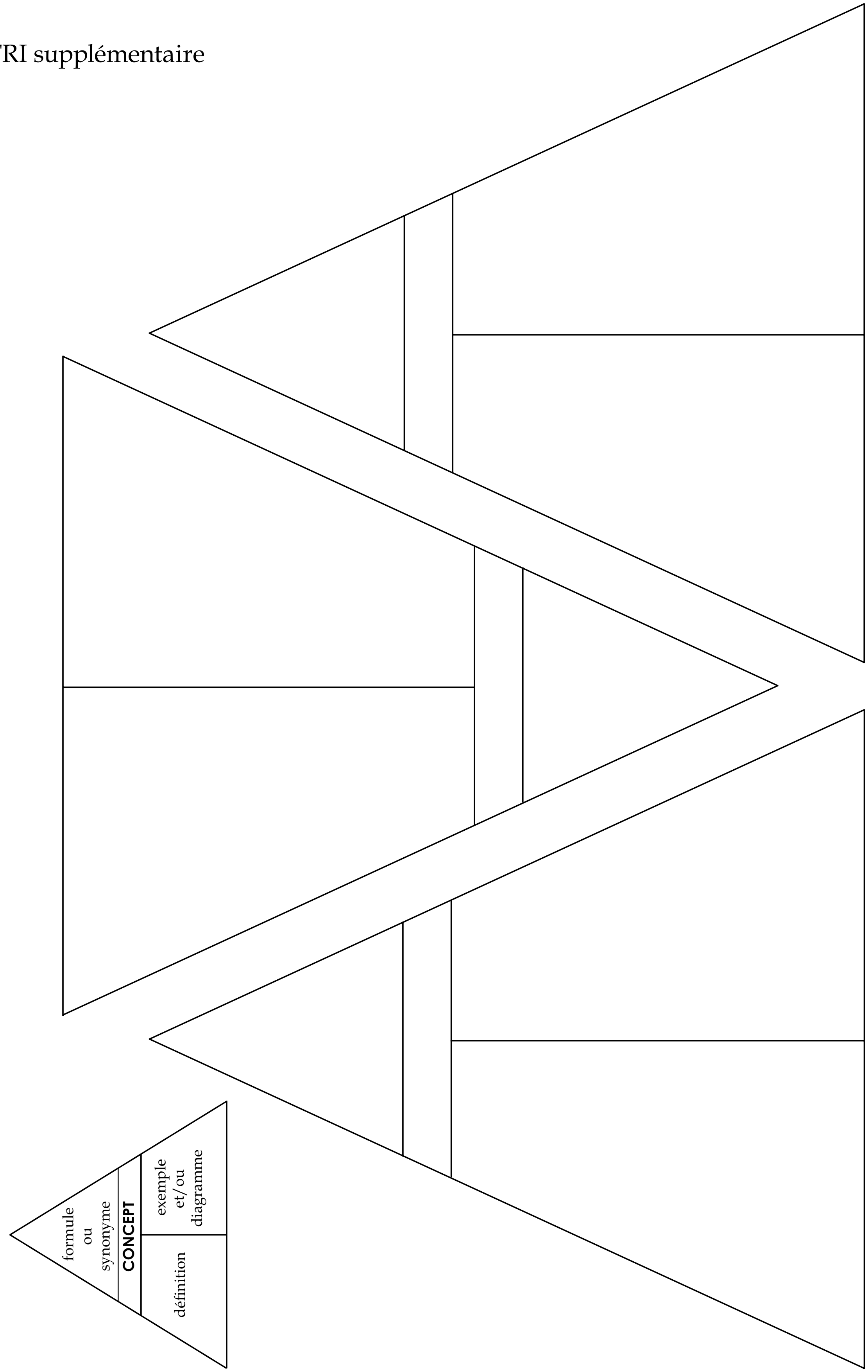


TRI pour te rappeler



Cadre TRI supplémentaire

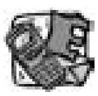
TRI pour te rappeler



Sommaire du module 7

Félicitations, tu as terminé le module 7. Il n'en reste qu'un seul pour achever ce cours!

Dans le module 7, tu t'es servi souvent du plan cartésien – tu as tracé des points, calculé des distances et trouvé le point milieu de segments de droite. Tu as écris des équations sous trois formes différentes, à partir de diverses informations concernant la droite; tu as aussi tracé le graphique d'équations et identifié des relations équivalentes. À l'aide d'outils technologiques, tu as trouvé le coefficient de corrélation et l'équation de la droite la mieux ajustée, et tu les as utilisés pour décrire des données et résoudre des problèmes contextualisés.



Bon nombre des concepts abordés dans ce module t'ont permis d'approfondir des connaissances et habiletés acquises dans des leçons précédentes, et même au cours d'années antérieures. Tu continueras à développer ces concepts dans tes futurs cours de mathématiques. Si tu as des questions ou des préoccupations concernant la matière de ce module, n'hésite pas à communiquer avec ton tuteur ou correcteur pour lui demander des précisions avant d'aller plus loin.

Remise des devoirs

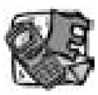
N'envoie pas tout de suite tes devoirs du module 7; garde-les chez toi. Ce n'est qu'après avoir terminé le module 8, le dernier module de ce cours, que tu devras envoyer les devoirs des modules 7 et 8.

Notes

SOMMAIRE DU MODULE 7

Félicitations, tu as terminé le module 7. Il n'en reste qu'un seul pour achever ce cours!

Dans le module 7, tu t'es servi souvent du plan cartésien – tu as tracé des points, calculé des distances et trouvé le point milieu de segments de droite. Tu as écris des équations sous trois formes différentes, à partir de diverses informations concernant la droite; tu as aussi tracé le graphique d'équations et identifié des relations équivalentes. À l'aide d'outils technologiques, tu as trouvé le coefficient de corrélation et l'équation de la droite la mieux ajustée, et tu les as utilisés pour décrire des données et résoudre des problèmes contextualisés.



Bon nombre des concepts abordés dans ce module t'ont permis d'approfondir des connaissances et habiletés acquises dans des leçons précédentes, et même au cours d'années antérieures. Tu continueras à développer ces concepts dans tes futurs cours de mathématiques. Si tu as des questions ou des préoccupations concernant la matière de ce module, n'hésite pas à communiquer avec ton tuteur ou correcteur pour lui demander des précisions avant d'aller plus loin.

Remise des devoirs

N'envoie pas tout de suite tes devoirs du module 7; garde-les chez toi. Ce n'est qu'après avoir terminé le module 8, le dernier module de ce cours, que tu devras envoyer les devoirs des modules 7 et 8.

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 7
La géométrie cartésienne

Corrigé des activités d'apprentissage

Module 7
La géométrie cartésienne

Activité d’apprentissage 7.1

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l’aide d’une calculatrice.

1. Tu veux faire une double recette de lasagne. La recette indique $\frac{3}{4}$ de tasse de fromage parmesan. Combien de fromage parmesan dois-tu ajouter pour une double recette?
2. Jared a perdu 55 % de son poids en suivant un régime alimentaire aux sandiwches sous-marins. Au départ, il pesait 420 livres. Combien pèse-t-il maintenant?
3. Les points (1, 1) et (5, 6) forment une droite. Quelle est la pente de cette droite?
4. En une semaine, tu travailles de 9 h à 15 h le mardi, le mercredi, le jeudi, le samedi et le dimanche, et de 12 h à 17 h le lundi et le vendredi. Combien d’heures travailles-tu par semaine?
5. Vrai ou faux : l’aire de 4 cercles identiques est la même que l’aire d’une sphère ayant le même rayon?
6. Factorise $2x^2 - 81$.
7. Les côtés d’un triangle rectangle égalent 5, 13 et 12 unités. Quel côté correspond à l’hypoténuse?
8. Quelle valeur est la plus grande : 0,66 ou $\frac{2}{3}$?

Solutions :

1. $1\frac{1}{2}$ tasses $\left(2 \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4}\right)$
2. 189 livres (il pèse maintenant 45 % de son poids original; 10 % de 420 = 42 et 5 % de 420 = ½ ×42; donc Jared pèse 4 × 42 + 1 × 21 = 168 + 21)
3. $\frac{5}{4}\left(\frac{6-1}{5-1}\right)$
4. 40 heures (Il y a 5 jours de 6 heures et 2 jours de 5 heures; donc 6 × 5 + 2 × 5 = 30 + 10)
5. Vrai (La formule de l’aire d’un cercle est πr^2, la formule de l’aire d’une sphère est $4\pi r^2$)

6. $\left(\sqrt{2}x-9\right)\left(\sqrt{2}x+9\right)$

7. 13 (L'hypoténuse est le côté le plus long)

8. $\frac{2}{3}$ (Bien que ces deux valeurs soient très voisines, lorsque tu écris $\frac{2}{3}$ en décimales, le 6 se répète à l'infini. Si tu arrondis à deux décimales, tu obtiendras 0,67)

Partie B – La distance et le point milieu

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Pour chaque ensemble de coordonnées,
   a) trouve la longueur du segment de droite AB
   b) trouve les coordonnées du point milieu de $\overline{\mathrm{AB}}$
      i) A(5, –3) et B(1, 0)
      ii) A(–1, 4) et B(14, –4)
      iii) A(2, 3) et B(0, –1)

   Solutions :

   a) trouve la longueur du segment de droite AB

$$d=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_2\right)^2}$$

i) $$\begin{aligned}\mathrm{AB}&=\sqrt{(1-5)^2+\left(0-(-3)\right)^2}\\&=\sqrt{(-4)^2+3^2}=\sqrt{16+9}\\&=\sqrt{25}=5\end{aligned}$$

ii) $$\begin{aligned}\mathrm{AB}&=\sqrt{\left(14-(-1)\right)^2+(-4-4)^2}\\&=\sqrt{15^2+(-8)^2}=\sqrt{225+64}\\&=\sqrt{289}=17\end{aligned}$$

iii) $$\begin{aligned}\mathrm{AB}&=\sqrt{(0-2)^2+(-1-3)^2}\\&=\sqrt{(-2)^2+(-4)^2}=\sqrt{4+16}\\&=\sqrt{20}=\sqrt{4}\sqrt{5}=2\sqrt{5}\end{aligned}$$

b) trouve les coordonnées du point milieu de $\overline{AB}$

point milieu $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$

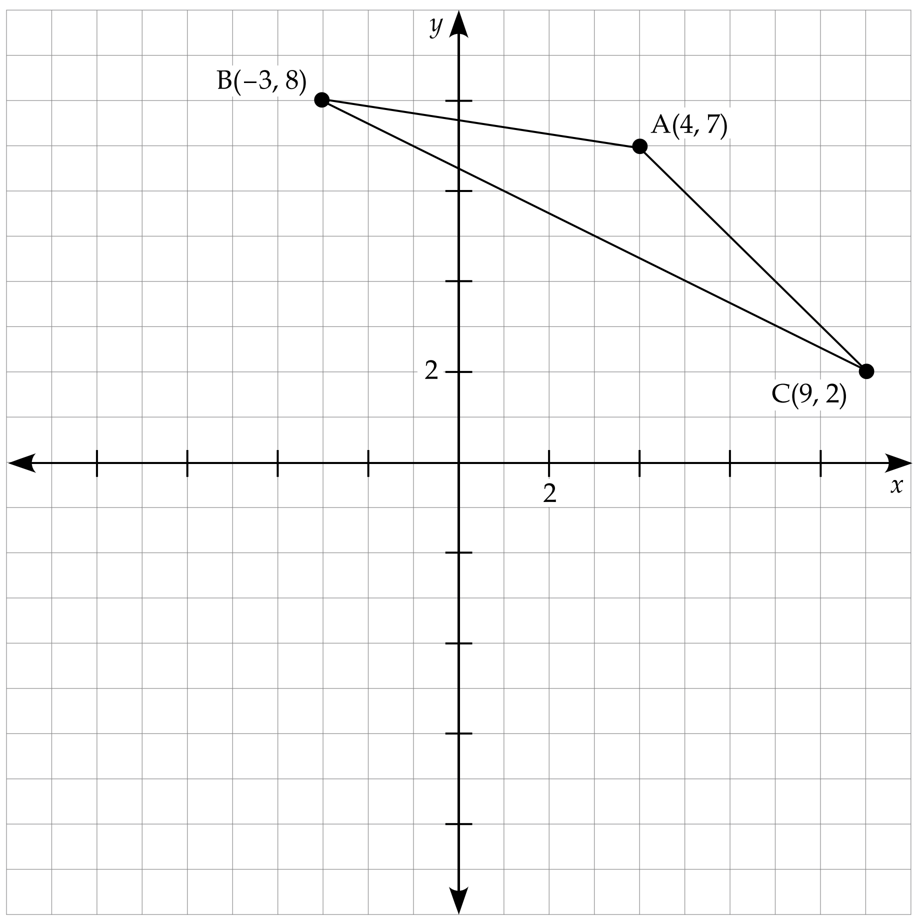
Note : Le point milieu est la moyenne des x et la moyenne des y des extrémités du segment.

i) $\left(\dfrac{5+1}{2}, \dfrac{-3+0}{2}\right) = \left(3, -\dfrac{3}{2}\right)$

ii) $\left(\dfrac{-1+14}{2}, \dfrac{4+(-4)}{2}\right) = \left(\dfrac{13}{2}, 0\right)$

iii) $\left(\dfrac{2+0}{2}, \dfrac{3+(-1)}{2}\right) = (1, 1)$

2. Détermine si le triangle ayant les sommets A(4, 7), B(-3, 8) et C(9, 2) est isocèle. Écris les longueurs sous forme radicale. (Rappelle-toi que les triangles isocèles ont deux côtés de même longueur.)



Solution :

D'après le diagramme, si le triangle ABC est isocèle, il semblerait que AB = AC. Vérifie cette supposition en utilisant la formule de la distance.

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(4-(-3))^2 + (7-8)^2} \\ &= \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} \\ &= \sqrt{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(4-9)^2 + (7-2)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + 5^2} = \sqrt{25+25} \\ &= \sqrt{50} \end{aligned}$$

$\therefore AB = AC$

$\therefore \Delta ABC$ est isocèle

3. À partir du diagramme de la question 2 à la page précédente, montre que le segment de droite reliant les points milieux de $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ égale la moitié de la longueur de $\overline{BC}$.

Solution :

Si M est le point milieu de $\overline{AB}$, les coordonnées de M sont

$$\left(\frac{-3+4}{2}, \frac{8+7}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{15}{2}\right)$$

Si N est le point milieu de $\overline{AC}$, les coordonnées de N sont

$$\left(\frac{4+9}{2}, \frac{7+2}{2}\right) = \left(\frac{13}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

Compare les longueurs de $\overline{BC}$ et de $\overline{MN}$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\therefore \text{BC} = \sqrt{(9-(-3))^2 + (2-8)^2}$$

$$= \sqrt{12^2 + (-6)^2} = \sqrt{144 + 36}$$

$$= \sqrt{180}$$

$$= 6\sqrt{5}$$

$$\text{MN} = \sqrt{\left(\frac{13}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2} - \frac{15}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + (-3)^2} = \sqrt{36 + 9}$$

$$= \sqrt{45}$$

$$= 3\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{MN} = 3\sqrt{5}$$

$$= \frac{1}{2}\left(6\sqrt{5}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\text{BC}$$

4. Une carte en ligne (http ://www.daftlogic.com/projects-google-maps-distance-calculator.htm) montre les emplacements des grandes villes du Canada au moyen des coordonnées. Winnipeg est à (49, 894 6; -97,075 2) et Vancouver est à (49,267 8; -123,134 8). Si une unité de la grille représente 72 km, trouve la distance entre Winnipeg et Vancouver. Arrondis ta réponse finale au km près.

   Solution :

   $$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

   $$d = \sqrt{(49{,}894\ 6 - 49{,}267\ 8)^2 + (-97{,}075\ 2 - (-123{,}134\ 8))^2}$$

   $$d = \sqrt{(0{,}626\ 8)^2 + (26{,}059\ 6)^2}$$

   $$d = \sqrt{679{,}495\ 630\ 4}$$

   $$d = 26{,}067\ 136\ 98 \text{ unités}$$

   Si une unité égale 72 km, alors la distance totale entre Vancouver et Winnipeg est de 72 × 26,067 136 98 = 1 877 km « à vol d’oiseau ».

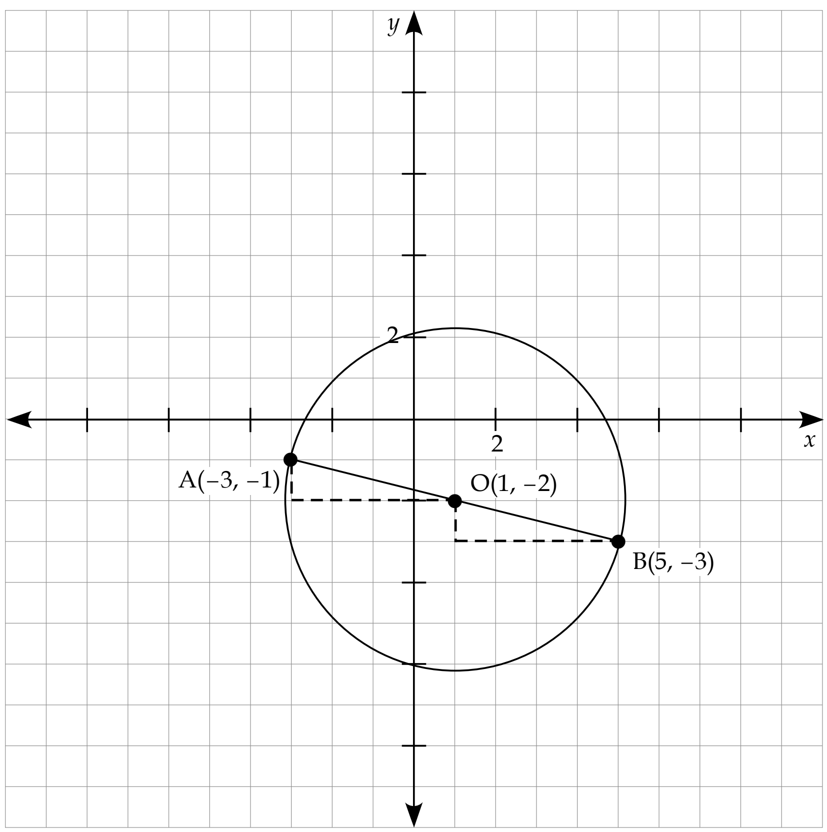
5. Un cercle dont le centre est à O(1, -2) a une extrémité du diamètre à A(–3, –1). Trouve les coordonnées de l'autre extrémité du diamètre, B, à l'aide de la formule du point milieu. Vérifie ta réponse en utilisant une autre stratégie.

Solution :

$$(1,-2)=\left(\frac{x_1+(-3)}{2},\frac{y_1+(-1)}{2}\right)$$

<table>
<tr><td colspan="2">coord. en x du point milieu : $x_m=\dfrac{x_1+x_2}{2}$</td><td colspan="2">coord. en y du point milieu : $y_m=\dfrac{y_1+y_2}{2}$</td></tr>
<tr><td>$1=\dfrac{x_1+(-3)}{2}$
$2=x_1-3$
$5=x_1$</td><td colspan="2">multiplie les deux côtés de l'équation par 2
isole la variable

Les coordonnées de l'extrémité sont B(5, –3)</td><td>$-2=\dfrac{y_1+(-1)}{2}$
$-4=y_1-1$
$-3=y_1$</td></tr>
</table>



Tu pourrais vérifier ta réponse à l'aide du théorème de Pythagore ou de la formule de la distance.

La pente $\frac{\text{élévation}}{\text{course}}$ de $\overline{\text{AO}}$ est $\frac{-1}{4}$ et la pente de $\overline{\text{OB}}$ est $\frac{-1}{4}$. Les valeurs d'élévation et de course représentent les distances verticale et horizontale entre les points et peuvent être appliquées dans le théorème de Pythagore.

$(\text{AO})^2 = (-1)^2 + (4)^2$	$(\text{OB})^2 = (-1)^2 + (4)^2$
$(\text{AO})^2 = 17$	$(\text{OB})^2 = 17$
$\text{AO} = \sqrt{17}$	$\text{OB} = \sqrt{17}$

Ou bien en utilisant les coordonnées des points A, B et O et la formule de la distance :

$d_{\text{AO}} = \sqrt{(1-(-3))^2 + (-2-(-1))^2}$	$d_{\text{OB}} = \sqrt{(5-1)^2 + (-3-(-2))^2}$
$d_{\text{AO}} = \sqrt{(4)^2 + (-1)^2}$	$d_{\text{OB}} = \sqrt{(4)^2 + (-1)^2}$
$d_{\text{AO}} = \sqrt{17}$	$d_{\text{OB}} = \sqrt{17}$

Les longueurs de $\overline{\text{OB}}$ et $\overline{\text{AO}}$ sont les mêmes. La pente de $\overline{\text{OB}}$ est la même que celle de $\overline{\text{AO}}$. A, O et B sont colinéaires (les 3 points sont sur la même droite), donc O est le point milieu de $\overline{\text{AB}}$. Les coordonnées de l'extrémité B sont correctes.

6. Les longueurs des trois côtés d'un triangle sont de 18 unités, 24 unités et 30 unités. Est-ce un triangle rectangle?

   Solution :

   Si les trois longueurs peuvent être substituées dans la formule du théorème de Pythagore de sorte que l'énoncé soit vrai, le triangle doit être un triangle rectangle.

$a^2 + b^2$	c^2
$18^2 + 24^2$	30^2
324 + 576	900
900	900

   Cet énoncé est vrai.

   Un triangle dont les longueurs des côtés égalent 14, 24 et 30 unités est un triangle rectangle.

Activité d'apprentissage 7.2

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Décompose en facteurs : $2x^2 - 4x + 10$.
2. Trouve l'ordonnée à l'origine de la droite d'équation $3y - 7x = 90$.
3. Simplifie $\dfrac{3}{4\sqrt[6]{x^9}}$.
4. Estime les taxes à payer (12 %) pour une paire de souliers de 74,89 $.
5. Complete la régularité suivante : –1, 2, –3,____, ____.
6. En moyenne, tu enfonces une fois la touche droite de ta souris pour 5 clics de la touche gauche. À cause de cela, le bouton gauche de la souris s'use cinq fois plus vite que le bouton de droite. Si la durée utile du bouton de droite est estimée à 3 ans, combien de mois le bouton de gauche durera-t-il?
7. Tu as 4,65 $. Si tu achètes un paquet de gomme à mâcher pour 2,95 $, combien d'argent te restera-t-il?
8. Tu roules à bicyclette pour aller au travail au lieu de prendre l'autobus. L'an passé, tu aurais pu prendre ton vélo pendant 240 jours, mais il a plu 35 % des jours et tu ne prends pas le vélo quand il pleut. Combien de jours as-tu roulé à bicyclette pour aller au travail?

Réponses :

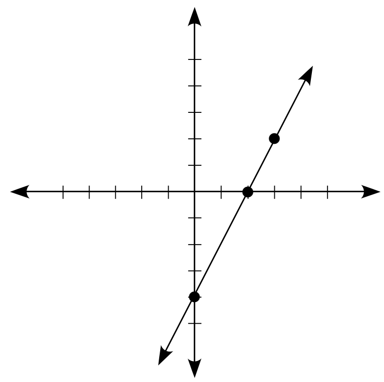
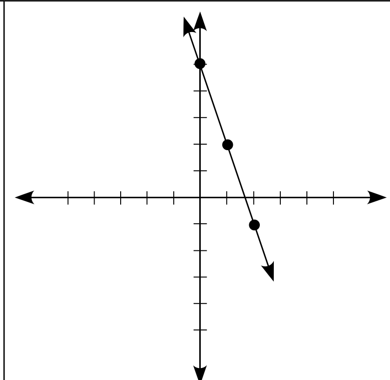
1. $2(x^2 - 2x + 5)$ car le trinôme $x^2 - 2x + 5$ ne peut pas être décomposé en facteurs
2. $y = 30$ (L'ordonnée à l'origine correspond à $x = 0$ donc $3y = 90$)
3. $\dfrac{3}{4}x^{-\frac{9}{6}} = \dfrac{3}{4}x^{-\frac{3}{2}}$
4. 9 $ (Arrondis 74,89 à 75; 10 % de 75 + deux fois 1 % de 75; donc, 7,50 + 0,75 + 0,75 = 7,50 + 1,50 = 9)
5. 4 et –5
6. Environ 7 mois (3 ans = 36 mois et 36 ÷ 5 est un peu plus grand que 7)
7. 1,70 $ (Compte à rebours; 2,95 + 0,05 = 3 et 3 + 1,65 = 4,65; tu as donc 0,05 + 1,65)
8. 156 jours (Tu as roulé à bicyclette pendant 65 % du temps; 10 % de 240 est 24; 5 % est la moitié de 24, donc 12; tu as roulé 6 × 24 + 1 × 12 = 6 × 20 + 6 × 4 + 12 = 120 + 24 + 12)

Partie B – Les formules de relations linéaires

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Complète le tableau suivant. Exprime chaque relation linéaire sous les trois formes et trace son graphique.

   Solutions :

Forme explicite	$y = 2x - 4$	$y = -3x + 5$
Forme générale	$2x - y - 4 = 0$	$3x + y - 5 = 0$
Forme pente-point	$m = 2$ $(0, -4)$ $y + 4 = 2(x - 0)$ $y + 4 = 2x$	$m = -3$ $(0, 5)$ $y - 5 = -3(x - 0)$ $y - 5 = -3x$
Graphique		

2. Écris la relation linéaire suivante sous forme explicite en utilisant deux stratégies différentes. Explique ces stratégies.

$$y+\frac{1}{20}=\frac{1}{2}\left(x-\frac{2}{5}\right)$$

Solution :

La première stratégie pourrait consister à déterminer la pente et le point à partir de l'équation donnée, à substituer ces valeurs dans $y = mx + b$, puis à trouver la valeur de b.

$$m=\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{2}{5}, \frac{-1}{20}\right)$$

$$y=mx+b$$

$$\frac{-1}{20}=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)+b$$

$$\frac{-1}{20}=\frac{1}{5}+b$$

$$\frac{-1}{20}-\frac{1}{5}=b$$

$$\frac{-1}{20}-\frac{4}{20}=b$$

$$\frac{-5}{20}=\frac{-1}{4}=b$$

$$\therefore y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$$

Une autre stratégie pourrait être de simplifier l'équation donnée en appliquant la propriété de distributivité et en combinant les termes semblables.

$$y+\frac{1}{20}=\frac{1}{2}(x-\frac{2}{5})$$

$$y+\frac{1}{20}=\frac{1}{2}x-\frac{2}{10}$$

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{2}{10}-\frac{1}{20}$$

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{4}{20}-\frac{1}{20}$$

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{20}$$

$$\therefore y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$$

3. Explique deux stratégies différentes que tu peux utiliser pour tracer le graphique de $6x - y + 3 = 0$. Trace le graphique correspondant.

   Solution :

   L'équation $6x - y + 3 = 0$ pourrait être représentée graphiquement en :

   a) trouvant les coordonnées à l'origine de la droite

      $6x - y + 3 = 0$

      L'abscisse à l'origine est au point où $y = 0$.

      $6x - (0) + 3 = 0$

      $6x = -3$

      $$x=\frac{-3}{6}=\frac{-1}{2}$$

      L'ordonnée à l'origine est au point où $x = 0$

      $6(0) - y + 3 = 0$

      $-y = -3$

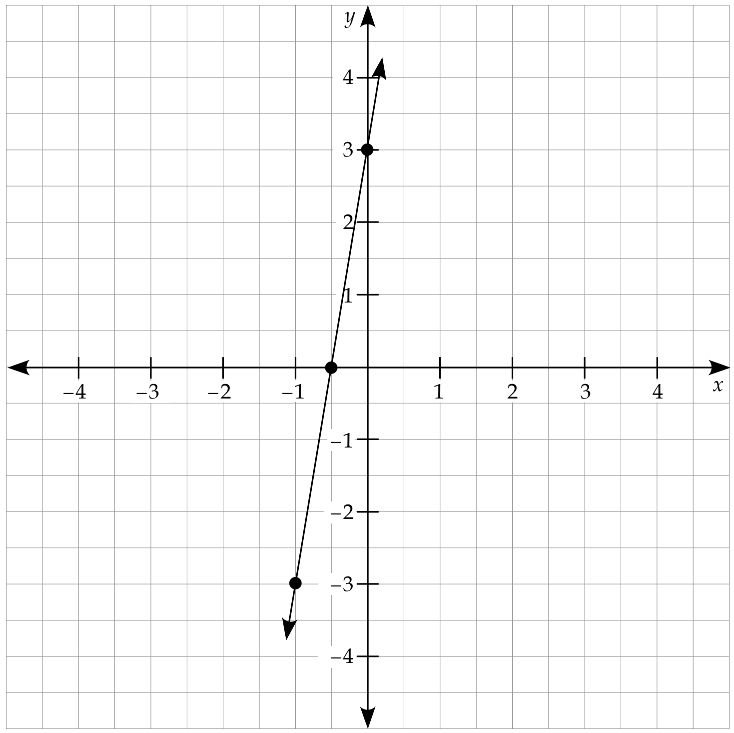
      $y = 3$

   b) À partir des coefficients A, B et C, tu peux déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine d'une équation linéaire écrite sous la forme générale.

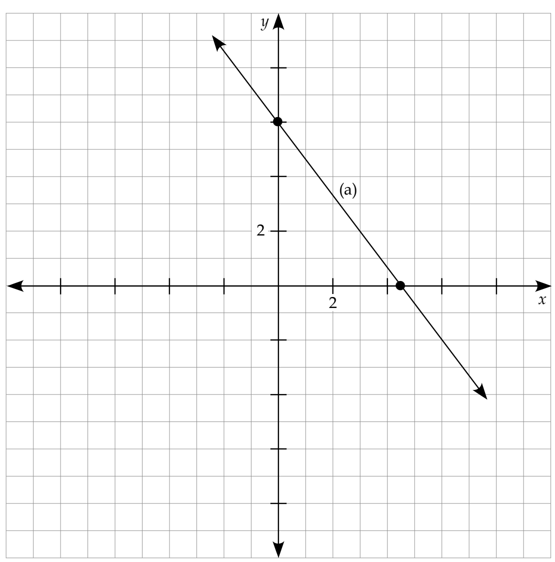
      $\mathrm{A}=6,\ \mathrm{B}=-1,\ \mathrm{C}=3$

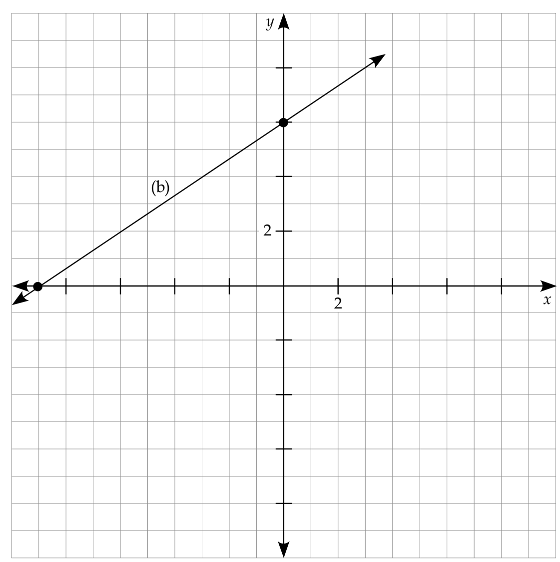
      $$m=\frac{-\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\frac{-6}{-1}=6$$

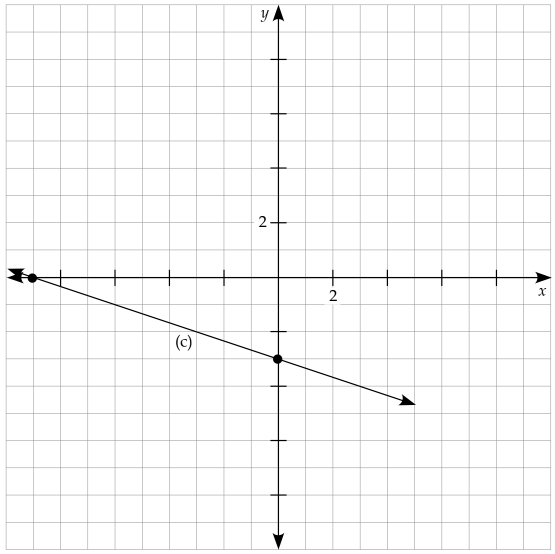
      $$b=\frac{-\mathrm{C}}{\mathrm{B}}=\frac{-3}{-1}=3$$



4. Associe chaque graphique à son (ou ses) équation(s).







Solutions :

(b) $y-8=\dfrac{2}{3}(x-3)$

(c) $y+3=\dfrac{-2}{6}x$

(b) $y=\dfrac{2}{3}x+6$

(a) $4x+3y-18=0$

(aucun) $y+2=\dfrac{4}{6}(x+2)$

(a) $y-6=\dfrac{-4}{3}x$

5. La pente et l'ordonnée à l'origine d'une droite sont les suivants :

$m=\dfrac{-5}{3}$

$b=\dfrac{7}{3}$

Écris sous la forme générale l'équation de cette relation linéaire *sans* l'écrire d'abord sous sa forme explicite.

Solution :

La forme générale s'écrit comme suit : $Ax + By + C = 0$.

$m=\dfrac{-A}{B}=\dfrac{-5}{3}$

$b=\dfrac{-C}{B}=\dfrac{7}{3}$

Alors,

–A = –5 ou A = 5

B = 3

–C = 7 ou C = –7

$5x + 3y - 7 = 0$

Activité d'apprentissage 7.3

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. La relation suivante est-elle une fonction : {(2, 4), (5, 8), (5, 8), (6, 1), (3, 7)}?
2. Trouve le point milieu du segment de droite avec les extrémités (2, 6) et (4, 8).
3. Convertis 300 m en kilomètres.
4. Trouve la valeur de $\sqrt[4]{81}$.
5. Juin est un mois d'anniversaire très occupé pour toi. Ton frère est né le 9 juin, ton neveu le 20 juin et il y a la Fête des pères! Si tu veux dépenser 30 $ pour chaque cadeau et que tu as 85,00 $ d'économies, pourras-tu acheter un cadeau à tout le monde?
6. Un angle de 315° est-il un angle aigu, obtus, droit, plat ou rentrant?
7. Quelle est l'image de l'ensemble suivant : {(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)}
8. Écris $\frac{19}{16}$ sous forme de nombre fractionnaire.

Solutions :

1. Fonction (Même si la valeur de $x = 5$ se répète, la valeur de y est toujours 8 donc c'est le même point).
2. (3, 7) ((2 + 4) ÷ 2 = 3, (6 + 8) ÷ 2 = 7)
3. 0,3 km (Rappel : 1 km = 1 000 m)
4. 3 ($\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{9^2} = 9^{\frac{2}{4}} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3.$ Aussi, la quatrième racine d'un nombre élevé à une puissance de 4 est égale à ce nombre; $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$)
5. Non (30 $ × 3 = 90 $ et tu as seulement 85 $)
6. Rentrant
7. {2, 4, 6, 8}
8. $1\frac{3}{16}$

Partie B – L'écriture d'équations linéaires à partir de différentes informations

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Explique le processus que tu suis pour écrire l'équation d'une relation linéaire quand tu connais les coordonnées de deux points sur la droite.

   Solution :

   Si je connais les coordonnées de deux points sur une droite, j'étiquette les points sous la forme (x_1, y_1) et (x_2, y_2). J'utilise les coordonnées pour déterminer la pente de la droite à l'aide de la formule suivante : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

   En utilisant la pente et l'un ou l'autre des points donnés, je substitue les valeurs sous la forme pente-point, $y - y_1 = m(x - x_1)$. Je peux laisser l'équation sous cette forme ou la simplifier, combiner les termes semblables et les réarranger sous la forme explicite ou la forme générale d'une équation linéaire.

2. Écris l'équation d'une relation linéaire sous la forme explicite, sachant que $m = \frac{-9}{2}$ et $b = \frac{1}{2}$.

   Solution :

   La forme explicite est $y = mx + b$. L'équation serait $y = \frac{-9}{2}x + \frac{1}{2}$.

3. Une droite a une pente de $\frac{8}{3}$ et passe par le point (-72, -94). Écris l'équation de cette droite sous la forme pente-point et la forme générale.

   Solution :

   $m = \frac{8}{3}, \left(-72, -94\right)$

   Sous la forme pente-point : $y - y_1 = m(x - x_1)$.

   $$y + 94 = \frac{8}{3}\left(x + 72\right)$$

Sous la forme générale : $Ax + By + C = 0$.

$$y + 94 = \frac{8}{3}(x + 72)$$

$$y + 94 = \frac{8}{3}x + 192$$

$$y = \frac{8}{3}x + 192 - 94$$

$$y = \frac{8}{3}x + 98$$

$$0 = \frac{8}{3}x - y + 98$$

$$0 = 8x - 3y + 294$$

4. Écris l'équation de la droite qui passe par les points (26, 9) et (43, -6). Écris ta réponse sous la forme explicite, soit $y = mx + b$.

   Solution :

   Soit : (26, 9) et (43, –6)

   $$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

   $$m = \frac{-6 - 9}{43 - 26}$$

   $$m = \frac{-15}{17}$$

   Utilise la pente et l'un des points et substitue leurs valeurs dans la formule $y = mx + b$ pour trouver la valeur de b.

$$y = mx + b$$

$$9 = \frac{-15}{17}(26) + b$$

$$9 = \frac{-390}{17} + b$$

$$\frac{153}{17} + \frac{390}{17} = b$$

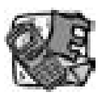
$$\frac{543}{17} = b$$

$$y = \frac{-15}{17}x + \frac{543}{17}$$

5. Une droite rencontre l'axe des x à 14 et l'axe des y à 35. Écris l'équation de la droite sous la forme générale. Utilise deux méthodes différentes pour arriver à la réponse.

   Solution :

   Les coordonnées à l'origine sont indiquées comme suit : (14, 0) et (0, 35). Calcule la pente et utilise-la avec l'un des points pour écrire l'équation.



   Cette question sera plus difficile pour certains élèves. N'hésite pas communiquer avec ton tuteur ou correcteur si tu as besoin d'aide. Il serait utile aussi d'inclure cet exemple sur ta fiche-ressource.

   Méthode 1 :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{35 - 0}{0 - 14}$$

$$m = \frac{35}{-14} = \frac{-35}{14} = \frac{-5}{2}$$

$$y - 0 = \frac{-5}{2}(x - 14)$$

$$y = \frac{-5x}{2} + 35$$

$$0 = \frac{-5x}{2} - y + 70$$

$$0 = -5x - 2y + 70$$

$$5x + 2y - 70 = 0$$

Méthode 2 :

$m = \frac{-A}{B}$ $\quad\quad\quad$ $m = \frac{-35}{14} = \frac{-5}{2}$

$b = \frac{-C}{B}$ $\quad\quad\quad$ $b = 35$

Quand tu utilises la forme $m = \frac{-A}{B}$ et $b = \frac{-C}{B}$, B doit avoir exactement la même valeur dans les deux équations.

$$m = \frac{-A}{B} = \frac{-35}{14} = \frac{-5}{2}$$

Réécris l'ordonnée à l'origine sous la forme d'une fraction équivalente avec un dénominateur de 2.

$$b = \frac{35}{1} = \frac{70}{2}$$

$$b = \frac{-C}{B} = \frac{70}{2}$$

Donc :

$-A = -5$

$A = 5$

$B = 2$

$-C = 70$

$C = -70$

$Ax + By + C = 0$

$5x + 2y - 70 = 0$

6. Une droite est parallèle à $y = -3x - 55$ et passe par le point (-8, 19). Écris l'équation de la droite sous la forme pente-point.

   Solution :

   Les droites parallèles ont la même pente, donc utilise $m = -3$ et (–8, 19).

   $y - y_1 = \text{m}(x - x_1)$

   $y - 19 = -3(x + 8)$

7. Écris sous forme générale l'équation de la droite qui est perpendiculaire à $5x + 6y - 72 = 0$ et qui à une abscisse à l'origine de -4. Compare les coefficients dans les deux équations; que remarques-tu?

Solution :

Les pentes de droites perpendiculaires sont inverses et opposées en signe.

On peut trouver la pente de la droite perpendiculaire en reformulant l'équation sous sa forme explicite ou en utilisant l'équation de la pente,

$$m = \frac{-A}{B} = \frac{-5}{6}.$$

$$\begin{aligned} 5x + 6y - 72 &= 0 \\ 6y &= -5x + 72 \\ y &= \frac{-5}{6}x + 12 \end{aligned}$$

Donc la pente de la droite qu'on cherche est l'inverse et elle est opposée en signe.

$$m = \frac{6}{5}$$

L'abscisse à l'origine est à (-4, 0).

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{6}{5}(x + 4) \quad \text{sous la forme pente-point}$$

$$y = \frac{6}{5}x + \frac{24}{5} \quad \text{sous la forme explicite}$$

$$6x - 5y + 24 = 0 \quad \text{sous la forme générale}$$

La droite perpendiculaire à cette droite correspond à l'équation : $5x + 6y - 72 = 0$.

Les coefficients ont changé de position, et le signe du coefficient de y est différent.

8. Écris l'équation de la droite qui est la médiatrice (bissectrice perpendiculaire) du segment de droite ayant comme extrémités (-3, -8) et (15, 6). Écris ta réponse sous la forme pente-point. (Truc : La droite doit passer par le point milieu du segment de droite.)

   Tu devrais inclure la définition d'une médiatrice sur ta fiche-ressource. Consulte le glossaire pour la définition d'une médiatrice.

   Solution :

   La droite passera par le point milieu du segment et sa pente sera l'inverse opposé de la pente du segment de droite.

   Soit : (–3, –8) and (15, 6)

   Le point milieu du segment :

$$\mathrm{M}=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$\mathrm{M}=\left(\frac{-3+15}{2},\frac{-8+6}{2}\right)$$

$$\mathrm{M}=\left(\frac{12}{2},\frac{-2}{2}\right)$$

$$\mathrm{M}=(6,-1)$$

   La pente du segment de droite :

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$m=\frac{6+8}{15+3}$$

$$m=\frac{14}{18}$$

$$m=\frac{7}{9}$$

   La pente de la droite perpendiculaire sera $\frac{-9}{7}$.

   L'équation de la bissectrice perpendiculaire est :

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

$$y+1=\frac{-9}{7}(x-6)$$

9. Écris l'équation d'une droite qui est perpendiculaire à la droite y = -12 et explique ta réponse.

   Solution :

   La droite $y = -12$ est une droite horizontale qui passe par l'axe des y à -12. La pente d'une droite horizontale est 0. L'inverse de 0 est indéfinie, mais toute droite verticale sera perpendiculaire à la droite horizontale $y = -12$. L'équation d'une droite verticale est $x = \Re$, où $\Re$ est un nombre réel.

Activité d'apprentissage 7.4

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Si les coordonnées à l'origine d'une droite sont à $x = 3$ et à $y = 9$, quelle est la pente de cette droite?
2. Un prisme rectangulaire et une pyramide rectangulaire ont les mêmes dimensions. Lequel a le plus grand volume?
3. Laquelle des deux variables suivantes est la variable indépendante : la quantité de pluie comparée au nombre de moustiques?
4. Écris l'équation $y + 2x = 4$ en utilisant la notation fonctionnelle.
5. Quels deux nombres ont une somme de -6 et un produit de 5?
6. Évalue $\left(4^2\right)^{\frac{-1}{4}}$.
7. Jared a un gros béguin pour une fille de sa classe. Il y a 6 pupitres entre lui et la fille de ses rêves. Si les pupitres mesurent 80 cm de largeur et s'il n'y a pas d'espaces vides entre eux, à quelle distance se trouve-t-il de la fille (en mètres)?
8. Multiplie $(x + 5)(2x + 1)$.

Solutions :

1. $-3\left(m = \dfrac{9-0}{0-3} = \dfrac{9}{-3}\right)$
2. Prisme rectangulaire (Le volume de la pyramide est $\dfrac{1}{3}$ le volume du prisme rectangulaire)
3. Le montant de pluie (Le montant de pluie détermine le nombre de moustiques. S'il ne pleut pas, il y aura peu de moustiques)
4. $f(x) = 4 - 2x$ ou $f(x) = -2x + 4$
5. –5, –1
6. $\dfrac{1}{2}\left(\left(4^2\right)^{\frac{-1}{4}} = 4^{\frac{-2}{4}} = \dfrac{1}{4^{\frac{1}{2}}}\right)$
7. 4,8 m ($80 \times 6 = 480$ cm, 100 cm = 1 m)
8. $2x^2 + 11x + 5$

Partie B – La droite la mieux ajustée et la corrélation

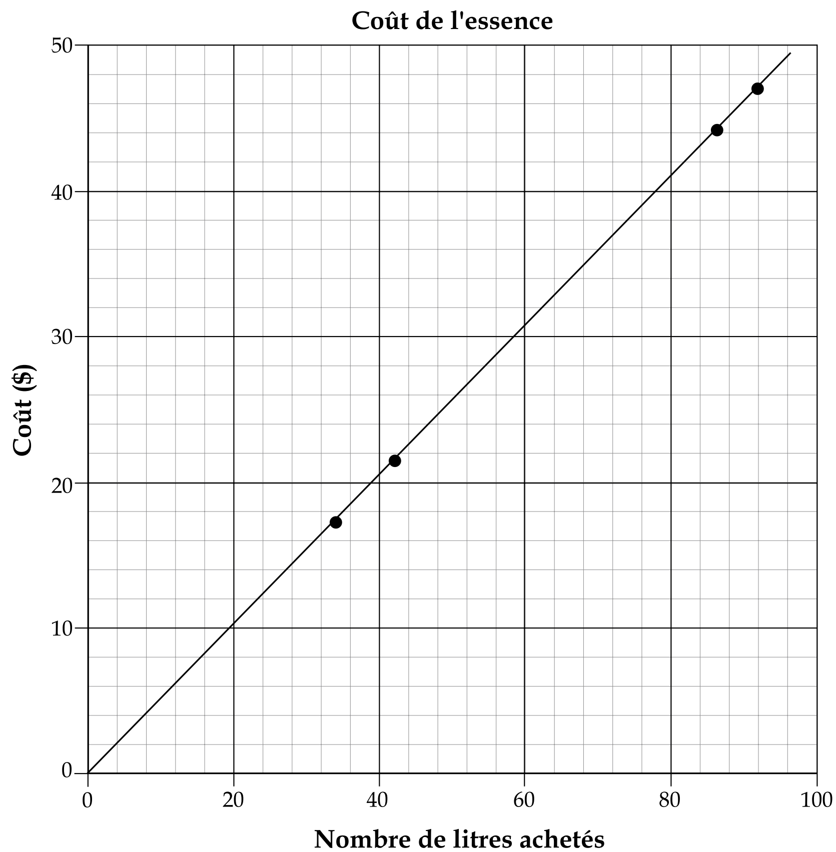
N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Tu inscris le coût d'un plein d'essence pour ton camion et le nombre de litres d'essence que tu as achetés.

Litres (L)	34	42	86	91
Coût ($)	17,68	21,84	44,72	47,30

a) Crée un diagramme de dispersion de ces données sur du papier quadrillé et trace la droite la mieux ajustée.

Solution :



b) Utilise des coordonnées pour écrire l'équation de la droite résultante sous la forme explicite. Que représente la pente de l'équation?

Solution :

Tu peux avoir choisi des points différents pour ton graphique, mais tu devrais obtenir la même réponse (ou presque) au bout du compte.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{21{,}84 - 17{,}68}{42 - 34}$$

$$m = \frac{4{,}16}{8} = 0{,}52$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 17{,}68 = 0{,}52(x - 34)$$

$$y - 17{,}68 = 0{,}52x - 17{,}68$$

$$y = 0{,}52x$$

La pente représente le coût par litre. L'essence coûte 0,52 $/L.

c) Utilise l'équation pour déterminer combien te coûteraient 15 L d'essence.

Solution :

$y = 0{,}52x$

$y = 0{,}52(15)$

$y = 7{,}8$

15 L d'essence coûteraient 7,80 $.

d) Utilise l'équation pour déterminer combien de litres tu pourrais acheter pour 50 $.

Solution :

$$y = 0{,}52x$$

$$50 = 0{,}52x$$

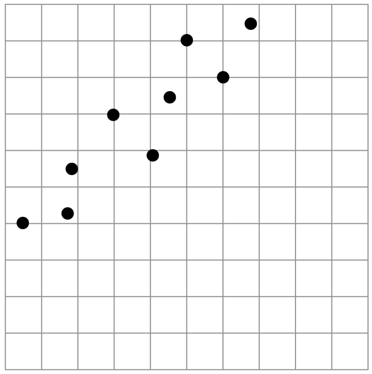
$$x = \frac{50}{0{,}52}$$

$$x = 96{,}15$$

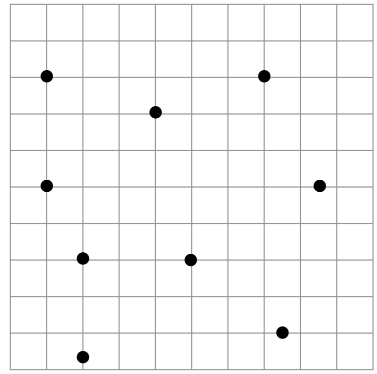
Tu pourrais acheter environ 96 L pour 50,00 $.

2. Indique si la corrélation illustrée par le diagramme de dispersion est forte ou faible, et positive ou négative, ou s'il n'y a aucune corrélation. Estime la valeur de r pour chacune.

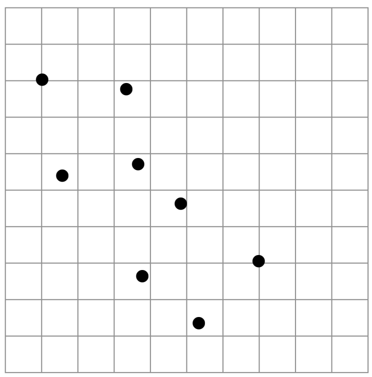
a)



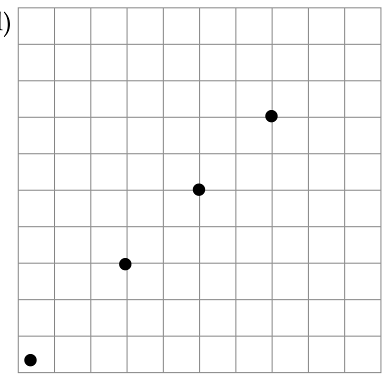
b)



c)



d)



Solutions :

		Actuelle	Intervalle acceptable
a)	forte corrélation positive	$r = 0,8$	0,7 à 0,9
b)	aucune corrélation	$r = 0$	–0,1 à 0,1
c)	faible corrélation négative	$r = –0,6$	–0,7 à –0,5
d)	forte corrélation positive	$r = 1$	0,9 à 1,0

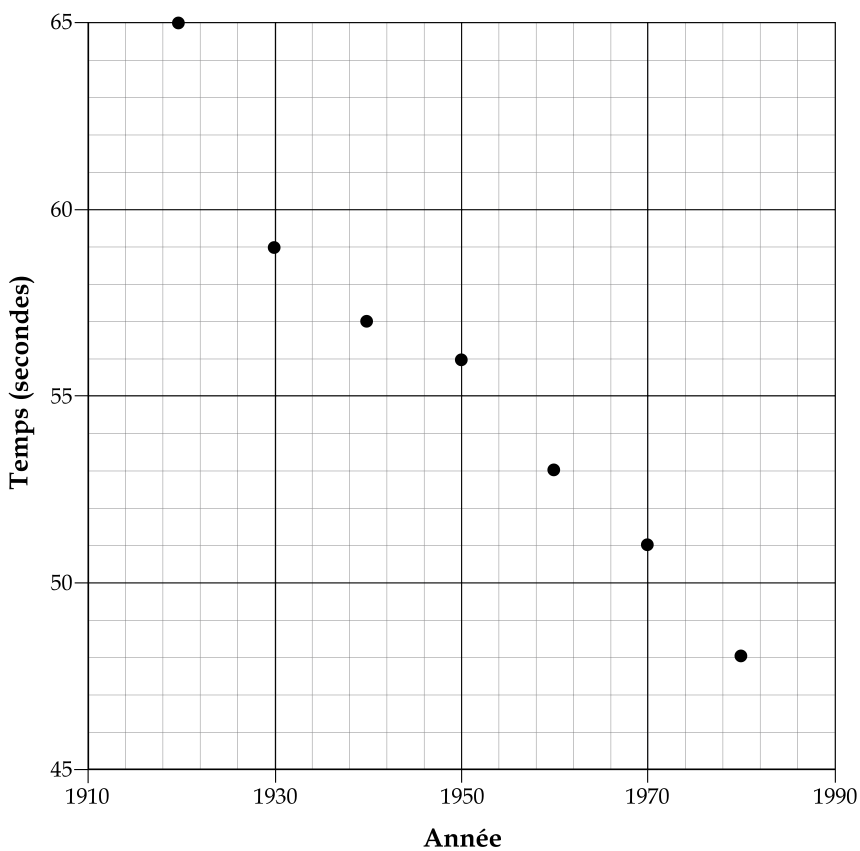
Note : Les valeurs de r fournies sont des valeurs actuelles. Tes estimations devraient être à un dixième des valeurs fournies.

3. a) Trace le graphique des données suivantes à l'aide d'un outil technologique.

Record du monde féminin pour le 400 mètres	
Année	**Temps approximatif (secondes)**
1920	65
1930	59
1940	57
1950	56
1960	53
1970	51
1980	48

Solution :

Records féminins – 400 mètres



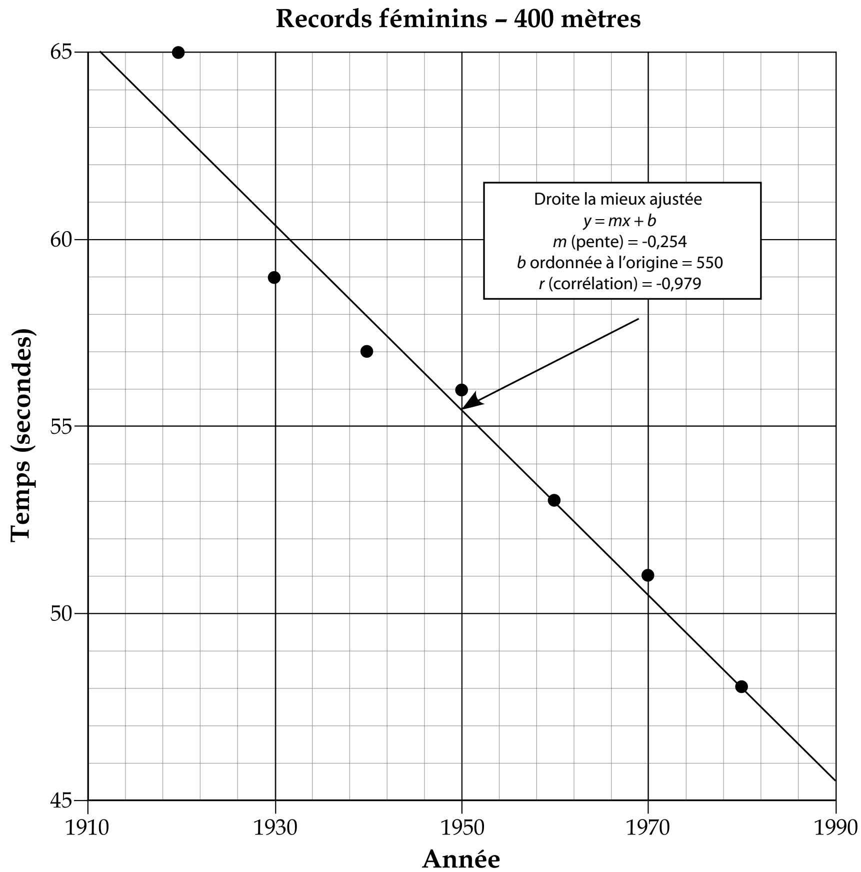
b) Estime la valeur de *r*.

Solution :

La tendance que dégagent ces données est une forte corrélation négative. Les points se situent assez près d'une ligne droite, donc on peut établir que –0,9 serait une bonne estimation de la valeur de *r*.

c) Utilise un outil technologique pour tracer la droite la mieux ajustée et calculer le coefficient de corrélation.

Solution :



Le coefficient de corrélation est donné, -0,979.

d) Explique ce qu'indique le coefficient de corrélation au sujet des données.

Solution :

La valeur de *r* indique qu'il y a une très forte corrélation négative entre les années et le temps record de la course des 400 m. Au fil des années, le temps record féminin enregistré pour la course des 400 m diminue. La valeur de *r* est très proche de –1, donc la relation est presque linéaire.

e) Utilise l'équation de la droite la mieux ajustée pour calculer le temps record possible pour les Jeux Olympiques d'été de 2016. Ta réponse te semble-t-elle logique?

Solution :

L'équation de la droite la mieux ajustée donnée égale $y = -0{,}254x + 550$.

Substitue $x = 2016$.

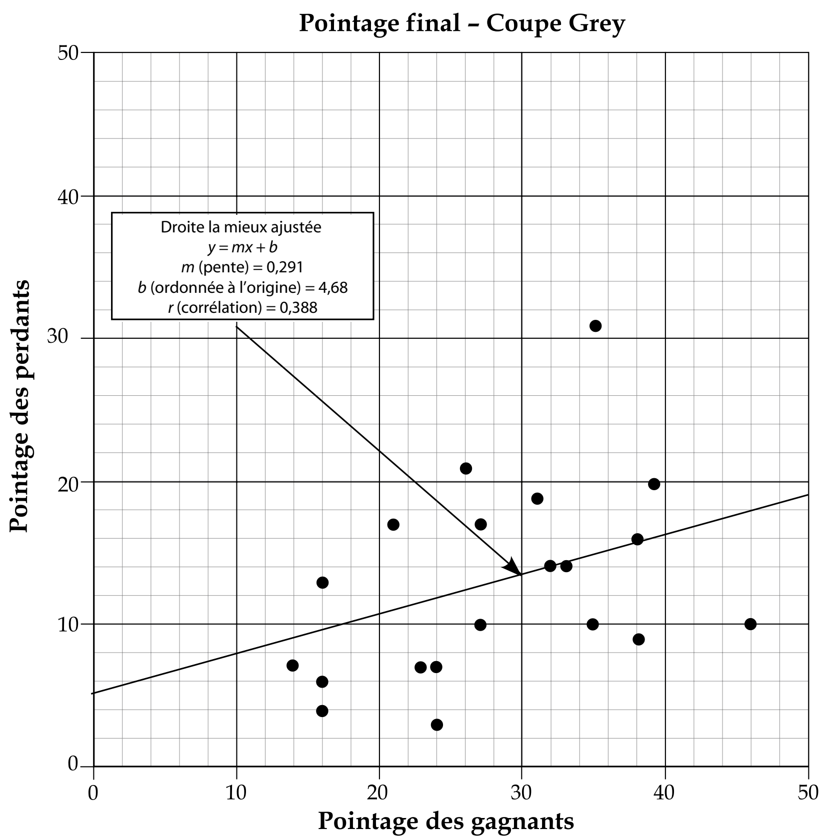
$y = -0{,}254(2016) + 550$

$y = 37{,}936$

Le temps record pourrait être de 37,936 secondes. Ce résultat est possible, mais c'est probablement la limite de la vitesse qu'un humain peut courir, et comme le record actuel est de 47,06 secondes et a été établi en 1985, ce dernier temps est peut être le temps le plus court qui puisse être atteint.

4. a) Utilise un outil technologique pour tracer le graphique des données suivantes.

Solution :



b) Utilise un outil technologique pour tracer la droite la mieux ajustée, déterminer l'équation de la droite et calculer le coefficient de corrélation.

Solution :

$y = 0{,}291x + 4{,}69$

$r = 0{,}388$

c) Explique ce qu'indique le coefficient de corrélation au sujet des données. Peux tu utiliser l'équation pour prédire le pointage du prochain match des finales pour la Coupe Grey?

Pointage final – Coupe Grey	
Pointage gagnant	**Pointage perdant**
39	20
46	10
38	16
38	9
27	17
26	21
27	10
31	19
35	31
32	14
21	17
16	6
24	7
14	7
24	3
16	13
23	7
16	6
33	14
35	10

Solution :

Il semble que le pointage des gagnants augmente et que celui des perdants augmente aussi, mais les points sont très dispersés de chaque côté de la droite. La corrélation peut être décrite comme étant très faible et positive. L'équation de la droite serait une très mauvaise base pour prédire le pointage final d'un match parce que divers facteurs, par exemple, quelles équipes s'affrontent, s'il y a des joueurs blessés et même les conditions atmosphériques, entrent en ligne de compte pour déterminer le résultat final d'un match de football.

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 8
Les systèmes d'équations

Module 8
Les systèmes d’équations

Introduction

Maintenant que tu as complété les leçons de mathématiques précédentes, tu seras peut être tenté de considérer une équation linéaire simplement comme un problème qui doit être résolu. Dans le module 8, tu verras ces équations sous un autre angle et tu t’en serviras pour trouver les solutions à des problèmes pratiques. Tu utiliseras des paires d’équations ayant les deux mêmes variables pour représenter une situation ou un contexte et tu résoudras des systèmes d’équations correspondant à des problèmes au moyen de graphiques ou par des méthodes algébriques. Tu verras comment reconnaître les trois types de systèmes d’équations linéaires, décrire des stratégies pour résoudre ces systèmes et vérifier tes solutions.

Il est important d’avoir accès à un outil technologique pour tracer des graphiques pour ce module. Tu pourras tracer à la main les graphiques d’équations linéaires, mais pour certains problèmes, il sera plus facile de trouver des réponses exactes à l’aide d’une calculatrice graphique, d’un logiciel ou d’un outil graphique en ligne qui te permettra de saisir des équations au clavier et de trouver le point d’intersection de deux droites. Familiarise-toi avec les différents outils technologiques disponibles en lisant le manuel de l’appareil ou le fichier Aide qui vient avec le produit.

Devoirs du module 8

Tu devras envoyer les deux devoirs ci-dessous, ainsi que les quatre devoirs du module 7, à la Section de l’enseignement à distance quand tu auras terminé ce module.

Leçon	Numéro du devoir	Titre du devoir
1	Devoir 8.1	Résolution graphique de systèmes d’équations linéaires
2	Devoir 8.2	Résolution de systèmes d’équations par élimination

Fiche-ressource

Lorsque tu te présenteras à l'examen final, tu auras le droit d'apporter avec toi une fiche-ressource d'examen. Cette fiche doit être sur une seule feuille de papier format lettre, soit 8½ po sur 11 po, écrite des deux côtés de ta main ou dactylographiée. Tu dois remettre cette feuille avec ton examen à la Section de l'enseignement à distance. Il n'y aura pas de points attribués à ta fiche-ressource d'examen final.

Pour beaucoup d'élèves, préparer une fiche-ressource d'examen est un excellent moyen de réviser la matière. Elle fournit un résumé des points importants de chaque module, que tu peux consulter en tout temps. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource pour chaque modules afin de l'aider à étudier et à réviser. Des résumés de leçons te sont fournis à chaque fin de leçon, et des sommaires de modules à la fin de chaque module pour servir de référence.

Pour te préparer à faire cette fiche-ressource, utilise la liste de consignes ci-dessous, que tu appliqueras au fur et à mesure en faisant le module. Tu pourrais utiliser la fiche-ressource du module 8 pour noter les termes et formules de mathématiques, des exemples de questions ou une liste des endroits où tes erreurs sont plus fréquentes. Tu peux y écrire les notions dont tu as besoin, ou indiquer les numéros de page des leçons que tu devrais réviser plus attentivement quand tu étudieras pour l'examen.

Lorsque tu auras terminé les fiches-ressources des modules 1 à 8, tu pourras essayer de les résumer pour en faire ta fiche-ressource de l'examen final. Rappelle-toi que cet examen porte sur les huit modules du cours.

Fiche-ressource pour le module 8

1. Inscris les termes mathématiques qui sont mentionnés dans chaque leçon.
2. Inscris toutes les formules mentionnées dans chaque leçon.
3. Quelles stratégies de calcul ont été discutées dans chaque leçon?
4. Quelles sont les questions qui doivent être copiées sur ta fiche-ressource parce qu'elles sont représentatives des questions de chaque leçon?
5. Quelles étaient les questions les plus difficiles? Inscris les numéros de pages sur ta fiche-ressource de module pour pouvoir refaire ces questions avant l'examen. Si tu trouves l'un de ces problèmes particulièrement difficile, tu peux l'écrire ainsi que sa solution sur ta fiche-ressource d'examen final pour l'avoir à portée de la main à l'examen.
6. Quels sont les autres trucs aide-mémoire que tu as trouvés pour te préparer à l'examen?

Examen final

Quand tu auras terminé le module 8, tu devras te présenter à l'examen final, qui se déroulera en présence d'un surveillant. Tu dois avoir pris les dispositions nécessaires pour écrire l'examen.

Si tu fréquentes l'école, ton examen sera envoyé à ton école lorsque tous les devoirs requis auront été soumis. Tu dois prendre des dispositions avec le facilitateur de l'Option Études indépendantes (OEI) de ton école pour déterminer la date, l'heure et le lieu de l'examen.

Si tu ne fréquentes pas l'école, consulte le formulaire de demande d'examen pour connaître tes options. Les formulaires sont disponibles sur le site Web de la Section de l'enseignement à distance, ou tu peux obtenir l'information voulue sur le système de gestion de l'apprentissage. Deux semaines avant de passer l'examen final, remplis le formulaire et envoie-le par la poste, par télécopieur ou par courriel à :

Section de l'enseignement à distance
555, rue Main, salle 500
CP 2020
Winkler (Manitoba) R6W 4B8
Télécopieur : 204 325-1719
Téléphone : 1 800 465-9915
Courriel: distance.learning@gov.mb.ca

Notes

Leçon 1 – La résolution graphique de systèmes d’équations linéaires

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu apprendras à

- ❑ modéliser une situation à l’aide d’un système d’équations linéaires
- ❑ déterminer et vérifier la solution d’un système d’équations linéaires par une méthode graphique, avec ou sans l’aide d’un outil technologique
- ❑ expliquer ce que signifie le point d’intersection d’un système d’équations linéaires
- ❑ expliquer à l’aide d’exemples pourquoi un système d’équations peut ne pas avoir de solution, ou avoir une seule solution ou un nombre infini de solutions
- ❑ résoudre un problème contextualisé comportant un système d’équations linéaires

Introduction

Dans cette leçon, tu verras comment des équations linéaires peuvent représenter différentes situations et servir à résoudre des problèmes relatifs à cette situation. Tu trouveras les solutions à trois types de systèmes d’équations linéaires en traçant le graphique des équations et en trouvant le(s) point(s) d’intersection, avec ou sans l’aide de la technologie.

Qu’est-ce qu’un système d’équations linéaires?

Modéliser une situation à l’aide d’un système d’équations linéaires

Exemple 1

Adam et Katie travaillent à deux boutiques d’électronique différentes, qui vendent des téléviseurs, ordinateurs, caméras et autres appareils électroniques. Katie est payée seulement à commission, soit 25 % de toutes ses ventes. Adam a un salaire mensuel de 300 $, plus 15 % de commissions sur ses ventes. Qui gagne le plus? Pour quel montant de ventes ont-ils le même revenu?

Solution :

Il serait utile d'inclure les étapes suivantes sur ta fiche-ressource.

Tu peux modéliser cette situation à l'aide d'un système d'équations linéaires.

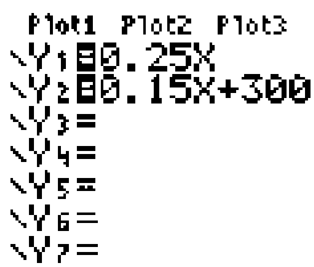
Étape 1 : Choisir des variables : P = montant de la paye, v = montant des ventes

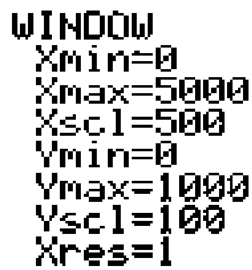
Étape 2 : Écrire des équations pour représenter les relations entre les variables.

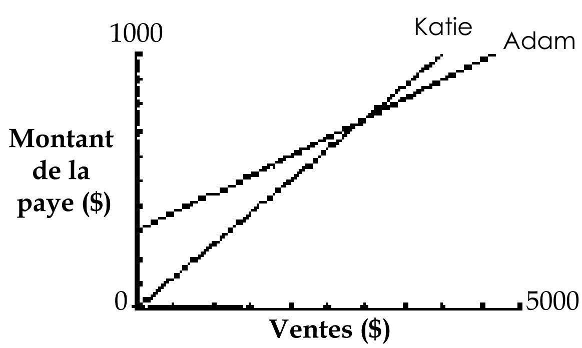
> La paye de Katie peut être représentée par l'équation $P = 0{,}25v$, alors que l'équation pour calculer la paye d'Adam pourrait $P = 0{,}15v + 300$.

Étape 3 : Tracer le graphique des équations.

Pour savoir qui gagne le plus, tu peux tracer les graphiques de ces équations et les comparer. Les captures d'écran ci-dessous ont été créées à l'aide de la calculatrice graphique *TI-83 Plus* (les étiquettes ayant été ajoutées par la suite). Si tu n'as pas accès à un outil technologique, crée un tableau de valeurs pour chaque équation à partir des données initiales de 0 $ à 5 000 $ de ventes, puis place les points sur du papier quadrillé et relie ces points avec une règle. Ton graphique doit être aussi précis que possible.



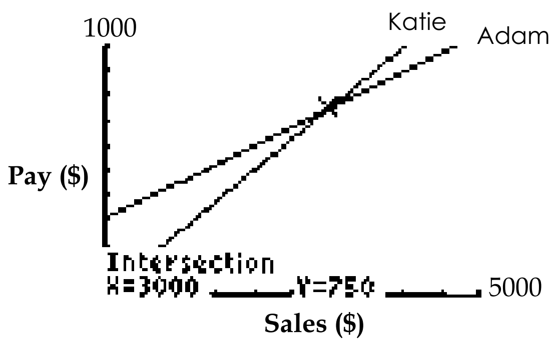




D'après les premiers points de ce graphique, il semble qu'Adam gagne davantage que Katie, mais seulement jusqu'à un certain point. Pour un certain montant de ventes, ils ont le même revenu, et s'ils vendent plus que cette valeur de marchandises, c'est Katie qui gagne plus d'argent qu'Adam.

Pour trouver le montant des ventes qui leur fait gagner la même paye, détermine le point d'intersection à l'aide d'un outil technologique. Consulte le mode d'emploi de ta calculatrice pour savoir les étapes ou procédures à suivre. Si tu as fait un graphique à la main et qu'il est suffisamment précis, tu devrais pouvoir indiquer les coordonnées approximatives du point d'intersection. Pour vérifier si le point est correct, substitue les coordonnées dans les deux équations et vérifie si elles donnent des énoncés vrais pour les deux équations (tel que les deux côtés de l'équation sont égaux). Il est possible qu'un outil graphique fournisse que des réponses approximatives, selon les paramètres de l'appareil. Tu dois donc vérifier également les réponses données par l'appareil.

Le point d'intersection de ces deux droites se trouve à (3 000, 750).



S'ils vendent chacun pour 3000 $ d'appareils électroniques, ils gagnent le même salaire, soit 750 $.

Pour des ventes de moins de 3000 $, Adam gagne un meilleur salaire, et s'ils vendent pour plus de 3000 $ de marchandise dans un mois, c'est Katie qui gagne davantage.

Soit le système d'équations utilisé dans l'exemple ci-dessus.

$P = 0{,}25s$

$P = 0{,}15s + 300$

La solution de ce système est (3000, 750), soit le point coordonné (v, P) qui satisfait aux deux équations. Lorsqu'elle est substituée dans chaque équation, ces coordonnées donnent des énoncés vrais pour les deux équations.

Vérification :

P	$0{,}25v$
750	0,25(3 000)
750	750

P	$0{,}15v + 300$
750	0,15(3 000) + 300
750	750

Exemple 2

Durant un match de basket-ball, Karine a marqué 18 fois pour un total de 28 points. Certains de ces points étaient pour des lancers francs, qui valent 1 point chacun, et les autres pour des tirs de champ (un tir de champ au basket-ball désigne tout panier marqué autrement que par un lancer franc), valant 2 points chacun (elle n'a pas marqué de panier valant 3 points). Combien de lancers francs et de tirs de champ a-t-elle réussis? Utilise un système d'équations linéaires et trace un graphique pour trouver la réponse.

Solution :

Commence par écrire deux équations linéaires représentant cette situation.

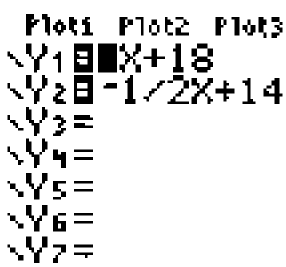
Étape 1 : Disons que x représente le nombre de lancers francs réussis par Karine, et que y représente le nombre de tirs de champ.

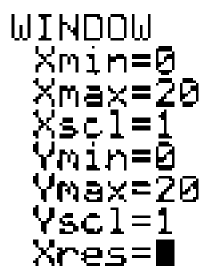
Tu connais le nombre total de tirs qu'elle a faits, et les valeurs en points. Écris une équation pour exprimer chaque énoncé.

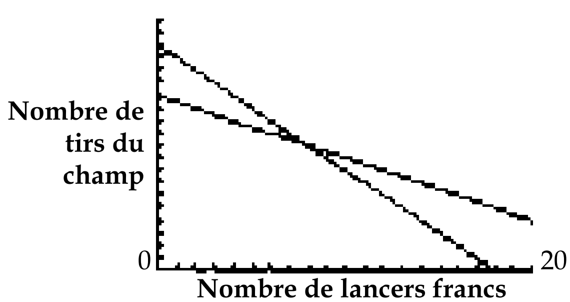
Étape 2 : Comme elle a marqué 18 fois, $x + y = 18$.

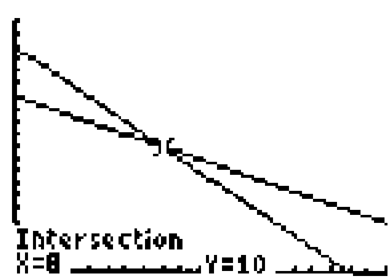
Un lancer franc vaut 1 point et un tir de champ vaut 2 points. Elle a marqué en tout 28 points, donc $1x + 2y = 28$.

Réécris les équations sous la forme explicite, $y = mx + b$; trace leur graphique, avec ou sans l'aide d'un outil technologique, et trouve leur point d'intersection.









Les coordonnées de la solution (la solution correspondant au point où on a les mêmes valeurs de x et de y pour les deux équations, qui forment le point d'intersection sur le graphique) sont à (8, 10). Cela signifie que Karine a réussi 8 lancers francs et 10 tirs de champ.

Vérifie cette solution.

$x + y$	18
$8 + 10$	18
18	18

$1x + 2y$	28
$1(8) + 2(10)$	28
28	28

Dans ces exemples, tu peux voir comment on peut utiliser un système d'équations linéaires pour modéliser une situation et résoudre des problèmes.

Un **système d'équations linéaires** est un ensemble de deux ou plusieurs équations linéaires ayant les mêmes variables. La solution au système est l'ensemble de toutes les coordonnées de points qui donnent des énoncés vrais pour toutes les équations.

Si un système d'équations linéaires comporte deux équations ayant deux variables, on dit que c'est un système d'équations linéaires à deux variables.

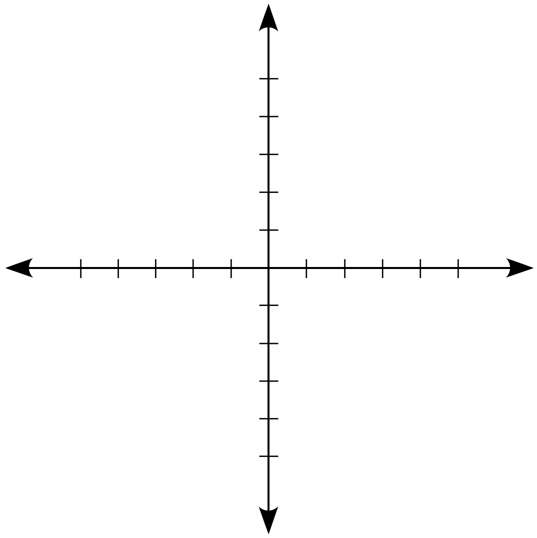
Les types de systèmes linéaires

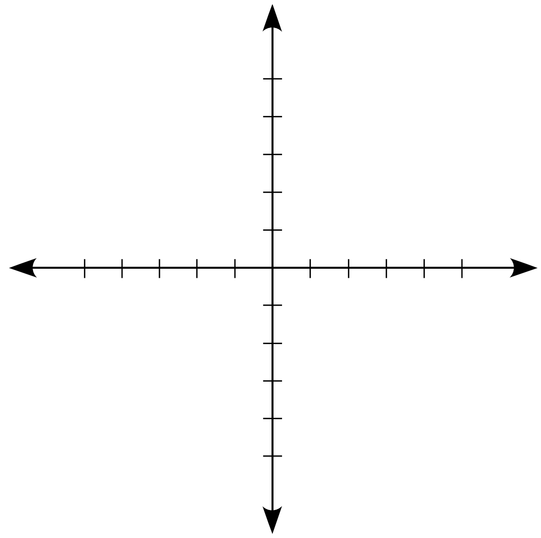
Il y a trois types de systèmes d'équations linéaires, qui se classent en deux catégories. Tu peux distinguer entre ces différents types en analysant si les droites se croisent et comment.

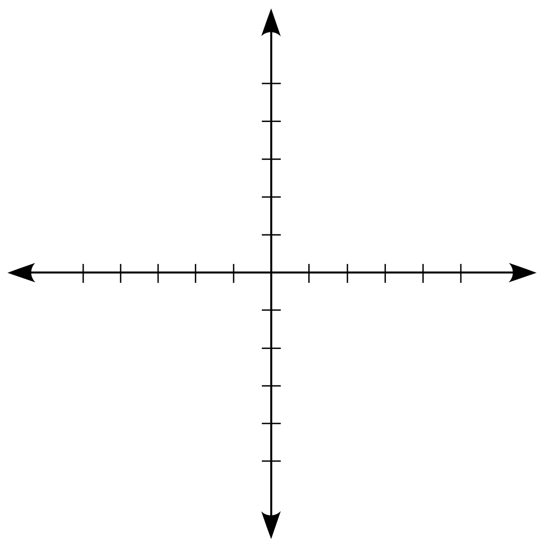
Exemple 3

Trace le graphique des paires d'équations linéaires suivantes sur les grilles fournies en écrivant les équations sous la forme explicite, ou utilise un outil technologique et dessine les droites sur les grilles fournies. Décris les droites et de quelle façon elles se croisent.

Type 1 :	Type 2 :	Type 3 :
$d_1 : x - y - 1 = 0$	$d_1 : x - y - 1 = 0$	$d_1 : x - y - 1 = 0$
$d_2 : 2x + y = -4$	$d_2 : 2x - 2y - 2 = 0$	$d_2 : x - y + 2 = 0$







Solution :

Type 1 :

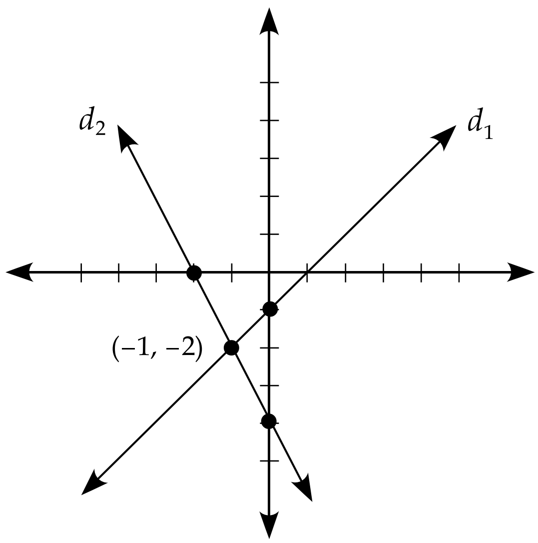
$d_1 : y = x - 1$
$d_2 : y = -2x - 4$

Type 2 :

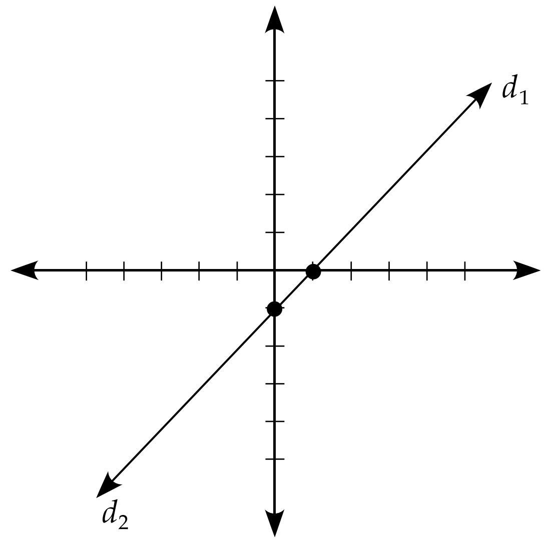
$d_1 : y = x - 1$
$d_2 : 2y = 2x - 2$
$y = x - 1$

Type 3 :

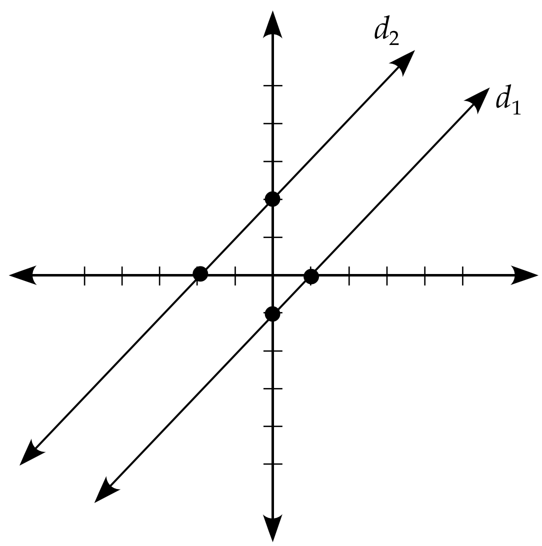
$d_1 : y = x - 1$
$d_2 : y = x + 2$



une seule solution



infinité de solutions



aucune solution

Les trois types de systèmes peuvent se résumer comme suit : système **cohérent** ou **compatible** (ayant au moins une solution) et **incohérent** ou **incompatible** (aucune solution).

Système indépendant : Ce système est cohérent. Les droites de ce système ont des pentes différentes ainsi que des ordonnées à l'origine différentes. Comme elles se coupent en un seul point, l'ensemble solution comprend une seule paire de cordonnées (x, y).

Système dépendant : Ce système est cohérent. Les équations de ce système représentent la même droite. Comme les droites se superposent, elles ont la même pente et la même ordonnée à l'origine. L'ensemble solution comprend une infinité de points le long de la droite.

Système incohérent : Les droites de ce système sont parallèles, donc elles ne se croiseront jamais. Elles ont la même pente, mais des ordonnées à l'origine différentes. Il n'y a pas de solution à ce système d'équations; en d'autres termes, l'ensemble solution du système est l'ensemble vide, Ø.

Activité d'apprentissage 8.1

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. 35 % des 400 arbres plantés dans une ville ont la maladie de l'orme. Combien d'arbres ont cette maladie?
2. Évalue $(3 + 4x)^0$.
3. Est-ce qu'un graphique dont les points sont dispersés et qu'il en est difficile de dégager une régularité a une corrélation forte ou faible?
4. L'abscisse à l'origine d'une droite est 5 et son ordonnée à l'origine est -7. Quelle est l'équation de cette droite?
5. Les mesures des côtés d'un triangle rectangle sont 8, 15 et 17. Quelle mesure est celle de l'hypoténuse?
6. Entre quels deux nombres entiers consécutifs se trouve $\sqrt{150}$?
7. Quelle est la somme des quatre premiers carrés parfaits consécutifs?
8. Une douzaine de muffins coûtent 8,66 $. Combien penses-tu payer pour une demi-douzaine de muffins?

suite

Activité d'apprentissage 8.1 (suite)

Partie B – La résolution graphique de systèmes d'équations linéaires

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Explique ce que signifie un système d'équations linéaires dont le nombre de solutions est infini. Donne un exemple.

2. Écris un système d'équations linéaires dont la solution est (2, 5).

3. Leslie a 16 pièces de monnaie valant en tout 2,20 $ en pièces de 25 cents et de 5 cents. Écris un système d'équations linéaires pour représenter cette situation. Trace le graphique du système et détermine combien elle a de 25 cents et de 5 cents.

4. Trois crayons et huit gommes à effacer coûtent 2,30 $. Un crayon coûte 18 cents de plus qu'une gomme à effacer. Utilise un système d'équations et un graphique pour déterminer combien coûte un crayon et une gomme à effacer respectivement.

5. Détermine la solution des systèmes d'équations linéaires suivants en traçant leur graphique, avec ou sans l'aide d'un outil technologique. Ajoute un graphique pour chacun, indiquant le type de système représenté et l'ensemble solution; vérifie la solution pour chaque système.

   a) $8x - 3y = 6$

      $6x + 12y = -24$

   b) $\frac{1}{2}x - y = 8$

      $x + \frac{1}{3}y = 2$

   c) $y = \frac{-2}{3}x + 7$

      $4x + 6y = 42$

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as tracé le graphique de systèmes d'équations linéaires pour déterminer le type de système et trouver l'ensemble solution de chaque système. Cette méthode de résolution de systèmes d'équations linéaires est utilisée plus couramment en mathématiques appliquées. Dans la prochaine leçon, tu utiliseras deux méthodes algébriques différentes pour résoudre des systèmes d'équations linéaires, ce qui est plus souvent utilisé en mathématiques pré-calcul.

Devoir 8.1

Résolution graphique de systèmes d'équations linéaires

Total : 30 points

Note à l'élève : N'oublie pas de préparer ta fiche-ressource pour ce module. Tu peux trouver plus d'instructions concernant la fiche-ressource à la page 4 de ce module.

1. Explique la signification du point d'intersection d'un système d'équations linéaires indépendant. *(1 point)*

2. Explique ce que signifie un système d'équations linéaires dont la solution est l'ensemble vide, Ø. Donne un exemple. *(2 points)*

3. Indique quel type de système est représenté par les paires d'équations linéaires suivantes. Donne la solution pour chaque système, et trace un graphique pour chacun.

   a) $m - 3n = 11$ *(5 points)*

      $2m = 5n + 19$

   b) $y = x$ *(3 points)*

      $x = -2$

c) $5y - 4x = 10$ *(5 points)*

$$\frac{-7}{3} - \frac{1}{3}y = \frac{-4}{15}x$$

4. Vérifie si (1, 6) est la solution pour le système d'équations linéaires suivant : *(2 points)*

$$-3x - y = -9$$
$$3x - y = -3$$

5. La compagnie de téléphone “A” impose un taux fixe de 29,99 $ plus 0,40 $ la minute pour des appels interurbains (elle ne compte que le temps réellement utilisé, donc si ta communication dure une partie d’une minute, tes frais seront inférieurs à 0,40 $). La compagnie de téléphone “B” réclame un taux fixe de 44,19 $ plus 0,20 $ la minute pour les interurbains, avec la même politique que la compagnie “A”. Quelle est la compagnie ayant le service le moins cher? Explique ta réponse. Indique s’il y a un point auquel le service coûtera le même prix avec l’une ou l’autre des deux compagnies. Inclus tes équations et un graphique. *(6 points)*

6. Si tu bois un cola et une boisson énergétique, tu consommes 111 mg de caféine. La boisson énergétique contient 6 mg de plus que le double du nombre de mg de caféine du cola. Utilise un système d'équations et trace un graphique pour déterminer combien il y a de milligrammes de caféine dans une boisson énergétique et combien dans un cola. Vérifie ta réponse. *(6 points)*

Notes

Leçon 2 – La résolution algébrique de systèmes d'équations linéaires

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu verras comment

- ❑ déterminer et vérifier la solution d'un système d'équations linéaires au moyen d'une méthode algébrique
- ❑ décrire une stratégie pour résoudre un système d'équations linéaires

Introduction

Tu as trouvé la solution à un système d'équations linéaires en traçant le graphique des équations et en trouvant le ou les point(s) où les droites se croisent. Il est parfois difficile de trouver un point d'intersection précis dans un graphique fait à la main, lorsque l'accès à un outil technologique est limité. On peut utiliser l'une des deux méthodes algébriques suivantes pour trouver la solution exacte à un système d'équations linéaires. Ces méthodes consistent à faire une élimination par addition ou soustraction ou une élimination par substitution.

La résolution de systèmes d'équations sans l'aide de graphiques

L'élimination par addition ou soustraction

Il peut être difficile de suivre les étapes dans l'ordre quand on résout un système d'équations linéaires. Inscris sur ta fiche-ressource les étapes ci-dessous pour la méthode d'élimination par addition ou soustraction.

Dans cette méthode algébrique de résolution d'un système d'équations linéaires, tu dois :

Étape 1 : Arranger en colonnes les termes semblables des équations.

Étape 2 : Rendre identiques les coefficients d'une variable dans les deux équations en multipliant chaque terme d'une ou des deux équations par un nombre approprié.

Étape 3 : Additionner ou soustraire les équations pour éliminer la variable avec les mêmes coefficients et résoudre la variable qui reste.

Étape 4 : Substituer la valeur trouvée à l'étape 3 dans l'une ou l'autre des équations originales et trouver la valeur de la variable qui reste.

Étape 5 : Indiquer la solution et la vérifier dans chacune des équations originales.

L'exemple 1 démontre ces étapes.

Exemple 1

Résous le système suivant :

$2x + 3y = 7$	Équation 1
$x + 2y - 4 = 0$	Équation 2

Solution :

Étape 1

Réarrange les équations de façon que les variables de x soient dans une même colonne et les variables de y dans une autre colonne, et que les constantes soient toutes deux du même côté du signe d'égalité.

$$\begin{array}{l|l|l} 2x + & 3y = & 7 \\ x + & 2y = & 4 \end{array}$$

Étape 2

Tu dois avoir un coefficient commun pour la variable x ou la variable y.

Multiplie la deuxième équation par 2 pour avoir un même coefficient de x (2). Utilise la propriété de distributivité que tu as vue au module 6.

$$\begin{array}{lcl} 2x + 3y = 7 & \rightarrow & 2x + 3y = 7 \\ 2(x + 2y = 4) & \rightarrow & 2x + 4y = 8 \end{array}$$

Étape 3

Si les signes des coefficients communs sont les mêmes, soustrais les deux équations. Si les signes sont opposés, additionne les équations.

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 7 \\ \underline{-(2x + 4y = 8)} \\ -y = -1 \\ y = 1 \end{array} \qquad 2x - (2x) = 0 \qquad 3y - (4y) = -y \qquad 7 - (8) = -1$$

Étape 4

Substitue la valeur que tu as trouvée pour la variable dans l'une des équations originales et trouve la valeur de l'autre variable.

$$\begin{aligned} x + 2y - 4 &= 0 \\ x + 2(1) - 4 &= 0 \\ x - 2 &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Étape 5

Indique ta solution et vérifie-la en calculant si les coordonnées donnent des énoncés vrais dans les deux équations originales.

Solution :

(2, 1)

$2x + 3y$	7
$2(2) + 3(1)$	7
$4 + 3$	7
7	7

$x + 2y - 4$	0
$(2) + 2(1) - 4$	0
$2 + 2 - 4$	0
0	0

Il existe une seule solution, alors c'est un système cohérent indépendant.

Exemple 2

Résous le système ci-dessous :

$2x + 3y = 1$ Équation 1

$5x - 4y = 14$ Équation 2

Solution :

$2x + 3y = 1$ Les coefficients sont en colonnes. Multiplie la 1ère équation par 4

$5x - 4y = 14$ et multiplie la 2e équation par 3 pour avoir un coefficient de y commun.

$4(2x + 3y = 1) \rightarrow 8x + 12y = 4$

$3(5x - 4y = 14) \rightarrow 15x - 12y = 42$ Les signes des coefficients communs sont opposés, donc additionne les équations

$$\begin{array}{r} 8x + 12y = 4 \\ +\left(15x - 12y = 42\right) \\ \hline 23x \qquad = 46 \end{array}$$

$8x + (15x) = 23x \qquad 12y + (-12y) = 0 \qquad 4 + (42) = 46$

$$\frac{23x}{23} = \frac{46}{23}$$
$$x = 2$$

Trouve la valeur de x.

Substitue cette valeur dans une des équations originales.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 1 \\ 2(2) + 3y &= 1 \\ 3y &= 1 - 4 \\ 3y &= -3 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

Solution:

(2, –1)

Vérification :

$2x + 3y$	1
$2(2) + 3(-1)$	1
$4 - 3$	1
1	1

$5x - 4y$	14
$5(2) - 4(-1)$	14
$10 + 4$	14
14	14

Ce système est un système compatible et indépendant, qui n'a qu'une seule solution.

Exemple 3

Résous le système suivant :

$x - 2y = 3$ Équation 1

$-2x + 4y = 1$ Équation 2

Solution :

$x - 2y = 3$ Multiplie l'équation 1 par –2.

$-2x + 4y = 1$

$-2(x - 2y = 3) \rightarrow -2x + 4y = -6$

$-2x + 4y = 1 \rightarrow -2x + 4y = 1$

$$\begin{array}{r} -2x + 4y = -6 \\ -2x + 4y = 1 \\ \hline 0 = -7 \end{array}$$

Soustrais

Remarque que le résultat de l'équation donne un énoncé faux. Zéro n'est pas égal à négatif sept. Tu peux conclure qu'il n'y a pas de solution à ce système. Ces deux équations représentent des droites parallèles, qui ne se croiseront jamais. C'est donc un système incohérent ou incompatible.

Pour vérifier ta solution, écris les deux équations sous la forme explicite ($y = mx + b$) et tu remarqueras qu'elles ont la même pente, mais des ordonnées à l'origine différentes. Ce sont des droites parallèles.

Exemple 4

Résous ce système :

$$9x + 6y = 48 \qquad \text{Équation 1}$$

$$\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = 4 \qquad \text{Équation 2}$$

Solution :

$$9x + 6y = 48$$

$$\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = 4$$

Multiplie l'équation 2 par 4 pour changer les fractions en entiers, puis par 3 pour avoir un coefficient de y commun.

$$9x + 6y = 48 \quad \rightarrow \qquad\qquad \rightarrow \qquad\qquad \rightarrow \quad 9x + 6y = 48$$

$$4\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = 4\right) \quad \rightarrow \quad 3x + 2y = 16 \quad \rightarrow \quad 3(3x + 2y = 16) \quad \rightarrow \quad 9x + 6y = 48$$

$$\begin{array}{r} 9x + 6y = 48 \\ -(9x + 6y = 48) \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

Les signes sont semblables, donc fais la soustraction.

0 = 0 est une équation qui est TOUJOURS vraie. Tu peux conclure que toutes coordonnées (x, y) qui résout la première équation donne aussi un énoncé vrai pour la deuxième équation. Ces deux équations représentent la même droite, donc il y a un nombre infini de solutions. Ce système est un système cohérent et dépendant.

L'élimination par substitution

Tu devrais inscrire les étapes suivantes sur ta fiche-ressource pour te rappeler comment suivre la méthode d'élimination par substitution.

Pour utiliser cette deuxième méthode algébrique afin de résoudre des systèmes d'équations linéaires, tu dois :

Étape 1 : Résoudre l'une des équations de façon qu'une variable soit isolée d'un côté du signe d'égalité.

Étape 2 : Substituer cette expression dans l'autre équation, à la place de la variable isolée, et trouver la valeur de l'autre variable.

Étape 3 : Substituer cette valeur dans une des équations originales et résoudre la variable qui reste.

Étape 4 : Indiquer la solution et la vérifier dans les deux équations originales.

L'exemple 5 montre les étapes à suivre.

Exemple 5

Résous le système suivant à l'aide de la méthode de substitution.

$3x + 4y = -2$ Équation 1

$2x - y = 17$ Équation 2

Solution :

Étape 1

Il serait plus simple de résoudre l'équation 2 pour isoler y car le coefficient de y est –1.

$2x - y = 17 \rightarrow y = 2x - 17$ Équation 2 révisée

Étape 2

Substitue la valeur de y à partir de l'équation 2 révisée dans l'équation 1.

$$
\begin{aligned}
3x + 4y &= -2 && \text{Insère } (2x - 17) \text{ à la place de } y. \\
3x + 4(2x - 17) &= -2 && \text{Simplifie et trouve la valeur de } x. \\
3x + 8x - 68 &= -2 \\
11x &= 66 \\
x &= 6
\end{aligned}
$$

Étape 3

Substitue $x = 6$ dans la première équation et trouve la valeur de y.

$$
\begin{aligned}
3x + 4y &= -2 \\
3(6) + 4y &= -2 \\
18 + 4y &= -2 \\
4y &= -20 \\
y &= -5
\end{aligned}
$$

Étape 4

La solution à ce système indépendant est (6, –5).

Vérification :

$3x + 4y$	-2
$3(6) + 4(-5)$	-2
$18 - 20$	-2
-2	-2

$2x - y$	17
$2(6) - (-5)$	17
$12 + 5$	17
17	17

Exemple 6

Résous le système suivant par la méthode de substitution.

$4x + y = 1$ Équation 1

$2x - 3y = 4$ Équation 2

Solution :

Résous l'équation 1 pour y parce que son coefficient est 1.

$4x + y = 1 \quad \rightarrow \quad y = 1 - 4x$

$2x - 3y = 4$

Substitue l'équation 1 révisée dans l'équation 2 pour y.

$$2x - 3(1 - 4x) = 4$$

$$2x - 3 + 12x = 4 \quad \text{Simplifie}$$

$$14x = 7 \quad \text{Trouve la valeur de } x$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Substitue la valeur de x dans l'autre équation originale et trouve la valeur de y.

$$4x + y = 1$$

$$4\left(\frac{1}{2}\right) + y = 1$$

$$2 + y = 1$$

$$y = -1$$

Solution :

$$\left(\frac{1}{2}, -1\right)$$

Vérification :

$4x + y$	1
$4\left(\frac{1}{2}\right) + (-1)$	1
$2 - 1$	1
1	1

$2x - 3y$	4
$2\left(\frac{1}{2}\right) - 3(-1)$	4
$1 + 3$	4
4	4

Ce système a une seule solution. C'est un système indépendant.

Exemple 7

La somme de deux nombres donne 62, et leur différence est 16. Trouve les deux nombres à l'aide de la méthode de substitution.

Solution :

Supposons que m et n représentent les deux nombres.

$m + n = 62$ Équation 1

$m - n = 16$ Équation 2

Résous l'équation 1 pour l'une ou l'autre des variables et substitue cette valeur dans l'équation 2.

$m + n = 62 \quad \rightarrow \quad m = 62 - n$

$$\begin{aligned} m - n &= 16 \\ (62 - n) - n &= 16 \\ 62 - 2n &= 16 \\ 62 - 16 &= 2n \\ 46 &= 2n \\ n &= 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m - n &= 16 \\ m - (23) &= 16 \\ m &= 16 + 23 \\ m &= 39 \end{aligned}$$

Les nombres sont 39 et 23.

Vérification :

$m + n$	62
39 + 23	62
62	62

$m - n$	16
39 – 23	16
16	16

Activité d'apprentissage 8.2

Complète les questions suivantes puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Un prisme à base triangulaire a un volume de 16 mm^3. La base et la hauteur du triangle de base sont 0,2 cm et 0,4 cm respectivement. Quelle est la hauteur du prisme?
2. Lequel est plus grand : 436% ou $\dfrac{18}{5}$?
3. Il y a trois défenseurs dans ton équipe de soccer. S'il y a cinq fois plus de joueurs que de défenseurs, quel pourcentage de l'équipe est formé de défenseurs?
4. Tu cours tous les deux jours. Tu cours 3,5 milles le mardi, 4 milles le jeudi et 4,5 milles le samedi. Quelle distance courras-tu la prochaine fois et quel jour?
5. Tu as 6 bleuets, 4 framboises et 8 petites fraises dans ton bol de céréales. Si tu ramasses un des fruits à chaque bouchée, combien prendras-tu de bouchées pour finir ton petit déjeuner?
6. Tu prépares un barbecue pour des invités. Un paquet de 30 verres en plastique coûte 1,50 $. Combien coûte chaque verre en plastique?
7. À ton barbecue, tu fournis la nourriture dont tu amasseras des dons de tes invités pour défrayer les coûts. Si tu achètes 2 paquets de hamburgers à 12,00 $ chaque et 1 paquet de burgers au poulet pour 15,00 $, combien dois-tu recueillir pour couvrir tes frais?
8. Simplifie $\dfrac{6x^5y^3z^7}{2z^9x^2y^3}$.

suite

Partie B – La résolution de systèmes d'équations par élimination

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Résous le système ci-dessous en suivant la méthode d'élimination par addition ou soustraction.

   $5x + 4y = 6$

   $-3y - 2x = -1$

2. Résous le système ci-dessous en suivant la méthode d'élimination par substitution.

   $-\frac{1}{2}x + y = 4$

   $x + 2y = 8$

3. Résous les systèmes ci-dessous par élimination. Tu peux choisir l'une ou l'autre méthode. Nous te suggérons de regarder les caractéristiques qui font que l'addition ou la soustraction sera la méthode la plus facile, et les caractéristiques qui font pencher plutôt pour la substitution. Par exemple, si les coefficients sont égaux pour x, alors l'addition/soustraction sera plus rapide que la substitution.

   a) $2x + 3y = 12$

      $2x - 3y = 6$

   b) $3x + 4y = 15$

      $x - y = 5$

   c) $2x - 3y = 8$

      $6y - 4x = -22$

   d) $x + 3y = 7$

      $2x + 6y = 14$

   e) $5x + 10y = 50$

      $2x + 3y = 14$

4. Décris, en utilisant des exemples si tu veux, ce qui arrive quand tu essaies de résoudre un système d'équations linéaires incohérent (incompatible) par la méthode :

   a) graphique

   b) par élimination

suite

Activité d'apprentissage 8.2 (suite)

5. La longueur de chacun des côtés congruents d'un triangle isocèle est $1\frac{1}{2}$ fois la longueur de la base. Le périmètre du triangle égale 60 cm. Utilise un système d'équations pour trouver la longueur de chaque côté du triangle. Résous le système par élimination.
6. Un hôtel compte 160 chambres. Certaines sont des chambres simples, d'autres sont doubles. Les chambres simples coûtent 45 $ la nuit, et les chambres doubles coûtent 60 $ la nuit. Comme il y a un bonspiel de curling (tournoi), toutes les chambres sont occupées. Les ventes pour cette nuit atteignent 8700 $. Combien de chambres de chaque type y a-t-il dans l'hôtel? Résous ce problème par élimination en utilisant un système d'équations pour modéliser la situation.
7. Les graphiques de $ax + by = 13$ et $ax - by = -3$ se croisent au point (1, 4). Trouve a et b.

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as utilisé deux méthodes algébriques différentes pour résoudre des systèmes d'équations linéaires à 2 variables. Quand il était plus simple de réécrire une équation en isolant l'une des variables, tu as utilisé l'élimination par substitution pour résoudre le système. Avec la méthode d'élimination par addition ou soustraction, tu as premièrement multiplié une équation ou les deux par un nombre approprié pour qu'une variable ait le même coefficient dans les deux équations, tu as ensuite additionné ou soustrait selon le cas, enfin tu as trouvé la valeur de chaque variable et vérifié ta solution.

Les approches qui t'ont servi pour résoudre des systèmes d'équations sont fréquemment utilisées, surtout quand on n'a pas accès à un outil technologique et qu'on veut un résultat précis. Cela dit, ces méthodes sont plus souvent utilisées en mathématiques pré-calcul.

Notes

Devoir 8.2

Résolutiuon de systèmes d’équations par élimination

Total : 33 points

Note à l’élève : As-tu préparé une fiche-ressource pour ce module? As-tu noté les définitions et les formules sur ta fiche-ressource? Si oui, tu pourrais t’en servir maintenant. Sinon, il serait temps de la préparer.

1. Explique comment tu choisirais entre la méthode d’élimination par substitution et la méthode d’élimination par addition/soustraction pour résoudre un système d’équations linéaires donné. Tu peux utiliser des exemples pour illustrer tes explications. *(2 points)*

2. Résous par élimination les systèmes suivants :

   a) $y = 2x + 8$ *(3 points)*

   $y = 10x$

b) $3x - y + 5 = 0$ *(3 points)*

$2y = 6x + 10$

c) $5x + 2y = -9$ *(3 points)*

$3x - 4y = -8$

d) $2x - 3y = -12$ *(3 points)*

$y = \frac{2}{3}x - 5$

3. Dans quatre ans, Katelyn aura le même âge qu'Adriana aujourd'hui. Il y a sept ans, la somme de leurs âges donnait 22. Écris un système d'équations et résous-le par élimination pour déterminer quel âge ont ces filles maintenant. *(4 points)*

4. Un nombre égale 9 de moins qu'un autre. La somme de ces deux nombres est 61. Utilise un système d'équations pour trouver ces deux nombres. *(4 points)*

5. Le périmètre d'un enclos rectangulaire pour le bétail est de 400 pieds. La longueur de l'enclos égale 40 pieds de plus que sa largeur. À l'aide d'un système d'équations, trouve la longueur et la largeur de l'enclos. *(4 points)*

6. Le club de théâtre de l’école secondaire doit payer des droits d’auteur pour avoir le privilège d’utiliser un scénario particulier pour sa production. Le tarif de base est de 300 $, plus des frais de 3,00 $ pour chaque personne qui assiste à la représentation. Le club a fixé à 8,00 $ le tarif d’admission à la représentation.

   a) L’un des élèves a écrit les deux équations suivantes pour représenter cette situation. Explique la signification de chacune. *(2 points)*

   $$y = 300 + 3x \text{ et } y = 8x$$

   b) Résous le problème par élimination. Indique la solution et vérifie ta réponse. *(3 points)*

   c) Explique la signification du point d’intersection par rapport à cette situation. *(2 points)*

7. Tu as réussi! Ce cours (sauf pour l'examen final) est terminé! Il fait maintenant partie du passé, incroyable mais vrai! Tu peux le ranger parmi tes « expériences précédentes en mathématiques », que tu as énumérées au début de ce cours. Maintenant que tu as atteint la fin de ce cours, ce serait le temps de refaire ton auto-évaluation.

   Retourne au tableau « Historique : expériences passées/cheminement/Destination », que tu as complété à la leçon 1 du module 1, puis révisé à la fin du module 4.

   Quand tu pars en vacances, tu aimes bien prendre des photos pour te rappeler ton voyage et les expériences vécues. Considère le tableau à la page suivante comme un album de photos en mots! Écris tes réflexions concernant le « voyage » qu'a été ce cours de mathématiques alors que tu t'efforçais d'atteindre une certaine destination. Ajoute ces réflexions à tes devoirs du module 8 quand tu les enverras à la Section de l'enseignement à distance.

Mon album de photos

Partie préférée du cours ou de l'expérience d'apprentissage à distance

Liste des objectifs que tu as atteints

Décris quelles étapes (cheminement) du parcours ont été efficaces pour t'aider à atteindre ta destination

Qu'est-ce qui t'a empêché de réaliser tes buts? Quelles étapes te reste-t-il à passer?

Qu'est-ce que tu aurais aimé changer ou faire différemment dans ce cours?

Quelle est ta prochaine destination? Indique tes nouveaux objectifs et décris quelles étapes tu suivras pour y arriver.

Notes

SOMMAIRE DU MODULE 8

Félicitations, tu as terminé le dernier module de ce cours!

Dans ce court module, tu as appris ce que sont des systèmes d'équations linéaires à 2 variables. Tu as utilisé des méthodes graphiques et algébriques pour résoudre des systèmes cohérents (compatibles) et incohérents (incompatibles), et tu as vérifié tes solutions. Tu as créé un système d'équations pour représenter différents contextes et résolu les problèmes relatifs à ces situations en trouvant la solution du système. Tu peux expliquer la signification du ou des point(s) d'intersection de systèmes d'équations dépendants et indépendants, et pourquoi la solution d'un système incohérent est l'ensemble vide.

Dans les prochains cours de mathématiques, tu auras peut-être à résoudre des systèmes d'équations non-linéaires, ainsi que des systèmes à 3 variables, qui sont formés de 3 équations avec 3 variables. Ce que tu as appris dans ce module t'aidera aussi à résoudre des problèmes relatifs à ces situations. Tu as acquis des connaissances et des habiletés qui t'aideront à modéliser et à résoudre des problèmes pratiques par l'application de systèmes d'équations.

Remise des devoirs

C’est maintenant le temps d’envoyer les devoirs des modules 7 et 8 à la Section de l’enseignement à distance. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d’obtenir ton crédit.

Assure-toi de placer tes documents dans l’ordre suivant :

Feuille de présentation des modules 7 et 8 (fournie à la fin de l’introduction)

Devoir 7.1	Distance et point milieu
Devoir 7.2	Équations de relations linéaires
Devoir 7.3	Écriture d’équations linéaires à partir de différentes informations
Devoir 7.4	Droite la mieux ajustée et corrélation
Devoir 8.1	Résolution graphique de systèmes d’équations linéaires
Devoir 8.2	Résolution de systèmes d’équations par élimination

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Examen final

Maintenant que tu as complété ce module, tu écriras ton examen final en présence d'un surveillant. Tu devrais avoir déjà pris les dispositions nécessaires pour écrire ton examen.

Si tu fréquentes l'école, ton examen sera envoyé à ton école lorsque tous les devoirs requis auront été soumis. Tu dois prendre des dispositions avec le facilitateur de l'Option Études indépendantes (OEI) de ton école pour déterminer la date, l'heure et le lieu de l'examen.

Si tu ne fréquentes pas l'école, consulte le formulaire de demande d'examen pour connaître tes options. Les formulaires sont disponibles sur le site Web de la Section de l'enseignement à distance, ou tu peux obtenir l'information voulue sur le système de gestion de l'apprentissage. Deux semaines avant de passer l'examen final, remplis le formulaire et envoie-le par la poste, par télécopieur ou par courriel à :

Section de l'enseignement à distance
555, rue Main, salle 500
CP 2020
Winkler (Manitoba) R6W 4B8
Télécopieur : 204 325-1719
Téléphone : 1 800 465-9915
Courriel: distance.learning@gov.mb.ca

Préparation pour l'examen final

Pour bien réussir à l'examen final, tu dois réviser tous les travaux que tu as faits dans ce cours, ainsi que toutes les activités d'apprentissage, les devoirs, etc.

Tu dois également combiner tes fiches-ressources des huit modules sur une seule feuille 8½ po×11 po (tu peux écrire des deux côtés). Assure-toi d'avoir noté toutes les formules, définitions et stratégies qui te semblent nécessaires. Tu pourras apporter cette feuille à l'examen. Nous te suggérons de la diviser en quatre quadrants de chaque côté, un quadrant par module servant à consigner les informations.

Voici un exemple de fiche-ressource pour l'examen final :

Recto

Module 1	Module 2
Module 3	Module 4

Verso

Module 5	Module 6
Module 7	Module 8

Apporte le matériel suivant à l’examen : des crayons à mine noire/stylos, du papier brouillon, une règle métrique et une règle en unités impériales, un rapporteur, ta fiche-ressource de l’examen final ainsi qu’une calculatrice scientifique.

Tu auras au maximum 2,5 heures pour faire l’examen final. Quand tu auras terminé, remets tes feuilles d’examen et ta fiche-ressource au surveillant, qui les enverra à la Section de l’enseignement à distance. Bon succès!

Il te sera bénéfique d’écrire l’examen préparatoire pour voir jusqu’à quel point tu connais et tu comprends le matériel que tu as appris jusqu’à maintenant. Tu peux télécharger l’examen final préparatoire et le corrigé à partir du système de gestion de l’apprentissage.

Si tu n’as pas accès à Internet, communique avec la Section de l’enseignement à distance au 1 800 465-9915 pour une copie de l’examen final préparatoire et du corrigé.

Comment tirer profit de l’examen final préparatoire

Comme l’examen final que tu écriras, l’examen préparatoire est basé sur les modules 1 à 8 et est très semblable à l’examen final actuel. Par conséquent, si tu réussis bien l’examen final préparatoire, tu devrais bien réussir l’examen final actuel puisque tu auras bien maîtrisé le contenu. Ceci t’aidera aussi à avoir plus de confiance en écrivant l’examen. Pour retirer le plus possible de l’examen préparatoire, suis les étapes suivantes :

1. Étudie pour ton examen préparatoire comme si c’était l’examen actuel.
2. Revois les activités d’apprentissage et les devoirs des modules 1 à 8 qui t’ont donné le plus de difficulté. Relis les leçons associées à ces concepts attentivement et apprends-les.
3. Consulte ton partenaire d’études et ton tuteur/correcteur si tu as besoin d’aide.
4. Revois tes leçons des modules 1 à 8, y inclus toutes tes notes, tes activités d’apprentissage et tes devoirs.
5. Prépare ta fiche-ressource de l’examen final.
6. Tu devras avoir en main le matériel suivant pour passer l’examen final préparatoire: plumes/stylos bille, crayons à mine noire, papier brouillon, règle métrique, règle en unités impériales, calculatrice scientifique, rapporteur et fiche-ressource.
7. Écris ton examen préparatoire comme si c’était l’examen actuel. Par conséquent, écris l’examen préparatoire pendant une seule session et ne vérifie pas tes réponses avant d’avoir complété l’examen préparatoire au complet.
8. Une fois l’examen final préparatoire complété, vérifie tes réponses contre le corrigé. Revois les questions que tu aurais répondues incorrectement. Pour chacune de ces questions, retourne dans les modules et apprends ce que tu aurais manqué.

Notes

Notes

Sommaire du module 8

Félicitations, tu as terminé le dernier module de ce cours!

Dans ce court module, tu as appris ce que sont des systèmes d'équations linéaires à 2 variables. Tu as utilisé des méthodes graphiques et algébriques pour résoudre des systèmes cohérents (compatibles) et incohérents (incompatibles), et tu as vérifié tes solutions. Tu as créé un système d'équations pour représenter différents contextes et résolu les problèmes relatifs à ces situations en trouvant la solution du système. Tu peux expliquer la signification du ou des point(s) d'intersection de systèmes d'équations dépendants et indépendants, et pourquoi la solution d'un système incohérent est l'ensemble vide.

Dans les prochains cours de mathématiques, tu auras peut-être à résoudre des systèmes d'équations non-linéaires, ainsi que des systèmes à 3 variables, qui sont formés de 3 équations avec 3 variables. Ce que tu as appris dans ce module t'aidera aussi à résoudre des problèmes relatifs à ces situations. Tu as acquis des connaissances et des habiletés qui t'aideront à modéliser et à résoudre des problèmes pratiques par l'application de systèmes d'équations.

Remise des devoirs

C’est maintenant le temps d’envoyer les devoirs des modules 7 et 8 à la Section de l’enseignement à distance. Rappelle-toi que tu dois envoyer tous les devoirs de ce cours avant d’obtenir ton crédit.

Assure-toi de placer tes documents dans l’ordre suivant :

Feuille de présentation des modules 7 et 8 (fournie à la fin de l’introduction)

Devoir 7.1	Distance et point milieu
Devoir 7.2	Équations de relations linéaires
Devoir 7.3	Écriture d’équations linéaires à partir de différentes informations
Devoir 7.4	Droite la mieux ajustée et corrélation
Devoir 8.1	Résolution graphique de systèmes d’équations linéaires
Devoir 8.2	Résolution de systèmes d’équations par élimination

Pour obtenir des instructions concernant la soumission de tes devoirs, réfère-toi à « Comment remettre les devoirs » dans la section Introduction de ce cours.

Examen final

Maintenant que tu as complété ce module, tu écriras ton examen final en présence d'un surveillant. Tu devrais avoir déjà pris les dispositions nécessaires pour écrire ton examen.

Si tu fréquentes l'école, ton examen sera envoyé à ton école lorsque tous les devoirs requis auront été soumis. Tu dois prendre des dispositions avec le facilitateur de l'Option Études indépendantes (OEI) de ton école pour déterminer la date, l'heure et le lieu de l'examen.

Si tu ne fréquentes pas l'école, consulte le formulaire de demande d'examen pour connaître tes options. Les formulaires sont disponibles sur le site Web de la Section de l'enseignement à distance, ou tu peux obtenir l'information voulue sur le système de gestion de l'apprentissage. Deux semaines avant de passer l'examen final, remplis le formulaire et envoie-le par la poste, par télécopieur ou par courriel à :

Section de l'enseignement à distance
555, rue Main, salle 500
CP 2020
Winkler (Manitoba) R6W 4B8
Télécopieur : 204 325-1719
Téléphone : 1 800 465-9915
Courriel: distance.learning@gov.mb.ca

Préparation pour l'examen final

Pour bien réussir à l'examen final, tu dois réviser tous les travaux que tu as faits dans ce cours, ainsi que toutes les activités d'apprentissage, les devoirs, etc.

Tu dois également combiner tes fiches-ressources des huit modules sur une seule feuille 8½ po×11 po (tu peux écrire des deux côtés). Assure-toi d'avoir noté toutes les formules, définitions et stratégies qui te semblent nécessaires. Tu pourras apporter cette feuille à l'examen. Nous te suggérons de la diviser en quatre quadrants de chaque côté, un quadrant par module servant à consigner les informations.

Voici un exemple de fiche-ressource pour l'examen final :

Recto

Module 1	Module 2
Module 3	Module 4

Verso

Module 5	Module 6
Module 7	Module 8

Apporte le matériel suivant à l'examen : des crayons à mine noire/stylos, du papier brouillon, une règle métrique et une règle en unités impériales, un rapporteur, ta fiche-ressource de l'examen final ainsi qu'une calculatrice scientifique.

Tu auras au maximum 2,5 heures pour faire l'examen final. Quand tu auras terminé, remets tes feuilles d'examen et ta fiche-ressource au surveillant, qui les enverra à la Section de l'enseignement à distance. Bon succès!

Il te sera bénéfique d'écrire l'examen préparatoire pour voir jusqu'à quel point tu connais et tu comprends le matériel que tu as appris jusqu'à maintenant. Tu peux télécharger l'examen final préparatoire et le corrigé à partir du système de gestion de l'apprentissage.

Si tu n'as pas accès à Internet, communique avec la Section de l'enseignement à distance au 1 800 465-9915 pour une copie de l'examen final préparatoire et du corrigé.

Comment tirer profit de l'examen final préparatoire

Comme l'examen final que tu écriras, l'examen préparatoire est basé sur les modules 1 à 8 et est très semblable à l'examen final actuel. Par conséquent, si tu réussis bien l'examen final préparatoire, tu devrais bien réussir l'examen final actuel puisque tu auras bien maîtrisé le contenu. Ceci t'aidera aussi à avoir plus de confiance en écrivant l'examen. Pour retirer le plus possible de l'examen préparatoire, suis les étapes suivantes :

1. Étudie pour ton examen préparatoire comme si c'était l'examen actuel.
2. Revois les activités d'apprentissage et les devoirs des modules 1 à 8 qui t'ont donné le plus de difficulté. Relis les leçons associées à ces concepts attentivement et apprends-les.
3. Consulte ton partenaire d'études et ton tuteur/correcteur si tu as besoin d'aide.
4. Revois tes leçons des modules 1 à 8, y inclus toutes tes notes, tes activités d'apprentissage et tes devoirs.
5. Prépare ta fiche-ressource de l'examen final.
6. Tu devras avoir en main le matériel suivant pour passer l'examen final préparatoire: plumes/stylos bille, crayons à mine noire, papier brouillon, règle métrique, règle en unités impériales, calculatrice scientifique, rapporteur et fiche-ressource.
7. Écris ton examen préparatoire comme si c'était l'examen actuel. Par conséquent, écris l'examen préparatoire pendant une seule session et ne vérifie pas tes réponses avant d'avoir complété l'examen préparatoire au complet.
8. Une fois l'examen final préparatoire complété, vérifie tes réponses contre le corrigé. Revois les questions que tu aurais répondues incorrectement. Pour chacune de ces questions, retourne dans les modules et apprends ce que tu aurais manqué.

Notes

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Module 8
Les systèmes d'équations

Corrigé des activités d'apprentissage

Module 8
Les systèmes d'équations

Activité d'apprentissage 8.1

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. 35 % des 400 arbres plantés dans une ville ont la maladie de l'orme. Combien d'arbres ont cette maladie?
2. Évalue $(3 + 4x)^0$.
3. Est-ce qu'un graphique dont les points sont dispersés et qu'il en est difficile de dégager une régularité a une corrélation forte ou faible?
4. L'abscisse à l'origine d'une droite est 5 et son ordonnée à l'origine est –7. Quelle est l'équation de cette droite?
5. Les mesures des côtés d'un triangle rectangle sont 8, 15 et 17. Quelle mesure est celle de l'hypoténuse?
6. Entre quels deux nombres entiers consécutifs se trouve $\sqrt{150}$?
7. Quelle est la somme des quatre premiers carrés parfaits consécutifs?
8. Une douzaine de muffins coûtent 8,66 $. Combien penses-tu payer pour une demi-douzaine de muffins?

Solutions :

1. 140 (10 % de 400 = 40, alors 30 % de 400 = 120, 5 % est la moitié de 10 % alors 5 % de 400 = 20; donc, 35 % de 400 = 120 + 20 = 140)
2. 1 (N'importe quelle base élevée à une puissance de 0 a une valeur de 1)
3. Corrélation faible
4. $y = \frac{7}{5}x - 7$ (l'abscisse à l'origine est (5, 0); l'ordonnée à l'origine est (0, –7); la pente est $m = \frac{-7-0}{0-5} = \frac{7}{5}$; $b = -7$
5. 17 (l'hypoténuse est le côté le plus long)
6. 12 et 13 ($12^2 = 144$ et $13^2 = 169$)
7. 30 (1 + 4 + 9 + 16; 1 + 9 = 10 et 4 + 16 = 20)
8. 4,33 $ (8,66 ÷ 2)

Partie B – La résolution graphique de systèmes d'équations linéaires

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Explique ce que signifie un système d'équations linéaires dont le nombre de solutions est infini. Donne un exemple.

   Solution :

   Si un système d'équations linéaires a un nombre infini de solutions, cela signifie que les deux équations du système sont des expressions équivalentes. Les deux équations représentent la même droite (même pente et même ordonnée à l'origine) et chaque point le long de la droite fait partie de l'ensemble solution. C'est un système dépendant.

   Un exemple consisterait en deux équations linéaires équivalentes. Une paire possible serait :

   $y = 2x + 4$

   $3y = 6x + 12$

2. Écris un système d'équations linéaires dont la solution est (2, 5).

   Solution :

   Les réponses peuvent varier. Une réponse juste serait n'importe quelles deux équations qui comprennent les coordonnées (2, 5) comme solution. Une solution possible serait :

   $x + y = 7$

   $y = 3x - 1$

3. Leslie a 16 pièces de monnaie valant en tout 2,20 $ en pièces de 25 cents et de 5 cents. Écris un système d'équations linéaires pour représenter cette situation. Trace le graphique du système et détermine combien elle a de 25 cents et de 5 cents.

   Solution :

   Tu connais le nombre de pièces de monnaie et leurs valeurs. Supposons que q représente le nombre de pièces de 25 cents, et que n représente le nombre de 5 cents.

   $q + n = 16$

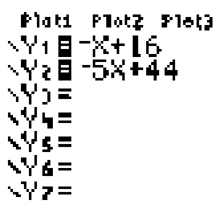
   $0{,}25q + 0{,}05n = 2{,}20$

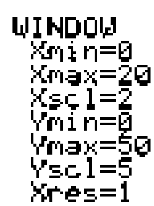
   Réécris les équations sous la forme explicite, $y = mx + b$, trace leur graphique et détermine leur point d'intersection.

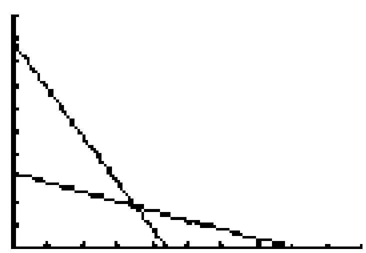
   $n = -q + 16$

   $$n = \frac{-0{,}25}{0{,}05}q + \frac{2{,}20}{0{,}05}$$

   $n = -5q + 44$







   La solution (point d'intersection) à ce système indépendant est à (7, 9).

   Leslie a 7 pièces de 25 cents et 9 pièces de 5 cents.

   La solution peut être vérifiée à partir des équations originales :

$q + n$	16
7 + 9	16
16	16

$0{,}25q + 0{,}05n$	2,20
0,25(7) + 0,05(9)	2,20
1,75 + 0,45	2,20
2,20	2,20

4. Trois crayons et huit gommes à effacer coûtent 2,30 $. Un crayon coûte 18 cents de plus qu'une gomme à effacer. Utilise un système d'équations et un graphique pour déterminer combien coûte un crayon et une gomme à effacer respectivement.

Solution :

Supposons que *c* représente le nombre de crayons et *e* représente le nombre de gommes à effacer.

$3c + 8e = 2{,}30$

$c = 0{,}18 + e$

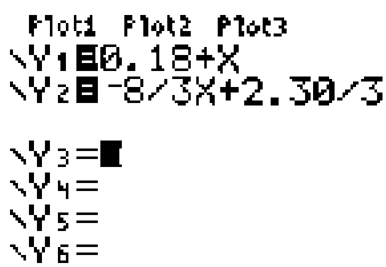
Réécris la première équation sous la forme $y = mx + b$.

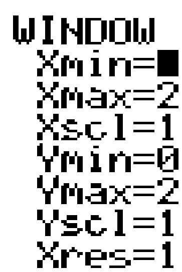
$$3c + 8e = 2{,}30$$

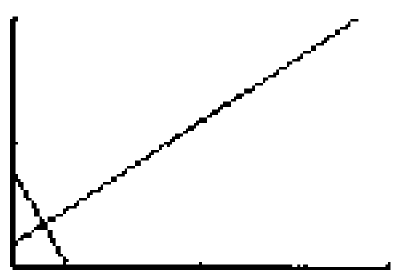
$$3c = -8e + 2{,}30$$

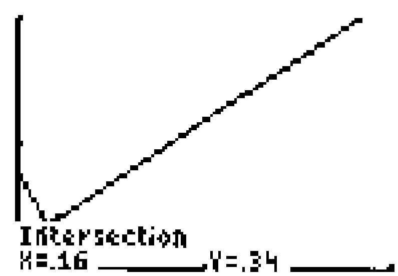
$$c = \frac{-8}{3}e + \frac{2{,}30}{3}$$

Utilise un outil technologique pour tracer le graphique des systèmes et trouver le point d'intersection.









La solution de ce système indépendant est (0,16; 0,34).

Les gommes à effacer se vendent 0,16 $ chacune, et les crayons, 0,34 $.

Vérifie la solution d'après les équations originales.

$3c + 8e$	$2{,}30$
$3(0{,}34) + 8(0{,}16)$	$2{,}30$
$1{,}02 + 1{,}28$	$2{,}30$
$2{,}30$	$2{,}30$

c	$0{,}18 + e$
$0{,}34$	$0{,}18 + (0{,}16)$
$0{,}34$	$0{,}34$

5. Détermine la solution des systèmes d'équations linéaires suivants en traçant leur graphique, avec ou sans l'aide d'un outil technologique. Ajoute un graphique pour chacun, indiquant le type de système représenté et l'ensemble solution; vérifie la solution pour chaque système.

   a) $8x - 3y = 6$

   $6x + 12y = -24$

   Solution :

   $8x - 3y = 6$

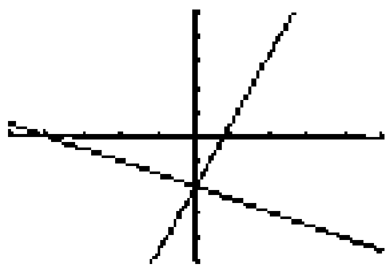
   $3y = 8x - 6$

   $y = \frac{8}{3x} - 2$

   $6x + 12y = -24$

   $12y = -6x - 24$

   $y = \frac{-1}{2}x - 2$



   La solution à ce système indépendant est (0, –2).

   Vérification :

$8x - 3y$	6
8(0) – 3(–2)	6
6	6

$6x + 12y$	–24
6(0) + 12(–2)	–24
–24	–24

b) $\frac{1}{2}x - y = 8$

$x + \frac{1}{3}y = 2$

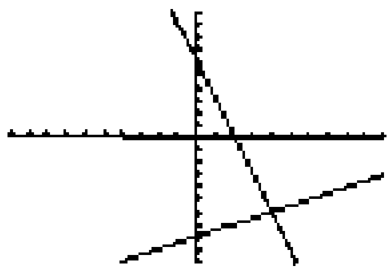
Solution :

$\frac{1}{2}x - y = 8$

$y = \frac{1}{2}x - 8$

$x + \frac{1}{3}y = 2$

$y = -3x + 6$



La solution de ce système indépendant est (4, –6).

Vérification :

$\frac{1}{2}x - y$	8
$\frac{1}{2}(4) - (-6)$	8
$2 + 6$	8
8	8

$x + \frac{1}{3}y$	2
$(4) + \frac{1}{3}(-6)$	2
$4 - 2$	2
2	2

c) $y = \dfrac{-2}{3}x + 7$

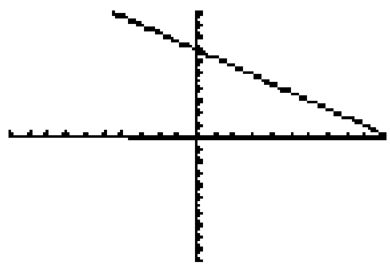
$4x + 6y = 42$

Solution :

$y = \dfrac{-2}{3}x + 7$

$$4x + 6y = 42$$
$$y = \frac{-4}{6}x + \frac{42}{6}$$
$$y = \frac{-2}{3}x + 7$$

Ces deux équations sont équivalentes. Il s'agit d'un système dépendant et l'ensemble solution comprend tous les points de la droite.



Choisis n'importe quel point sur la droite et vérifie la solution.
L'ordonnée à l'origine est 7, donc (0, 7) est un point sur cette droite.

y	$\dfrac{-2}{3}x + 7$
7	$\dfrac{-2}{3}(0) + 7$
7	7

$4x + 6y$	42
$4(0) + 6(7)$	42
42	42

Activité d'apprentissage 8.2

Partie A – Calcul mental

Tu devrais être capable de compléter les huit questions qui suivent sans utiliser ni une feuille de papier ni un crayon et sans l'aide d'une calculatrice.

1. Un prisme à base triangulaire a un volume de 16 mm^3. La base et la hauteur du triangle de base sont 0,2 cm et 0,4 cm respectivement. Quelle est la hauteur du prisme?
2. Lequel est plus grand : 436% ou $\dfrac{18}{5}$?
3. Il y a trois défenseurs dans ton équipe de soccer. S'il y a cinq fois plus de joueurs que de défenseurs, quel pourcentage de l'équipe est formé de défenseurs?
4. Tu cours tous les deux jours. Tu cours 3,5 milles le mardi, 4 milles le jeudi et 4,5 milles le samedi. Quelle distance courras-tu la prochaine fois et quel jour?
5. Tu as 6 bleuets, 4 framboises et 8 petites fraises dans ton bol de céréales. Si tu ramasses un des fruits à chaque bouchée, combien prendras-tu de bouchées pour finir ton petit déjeuner?
6. Tu prépares un barbecue pour des invités. Un paquet de 30 verres en plastique coûte 1,50 $. Combien coûte chaque verre en plastique?
7. À ton barbecue, tu fournis la nourriture dont tu amasseras des dons de tes invités pour défrayer les coûts. Si tu achètes 2 paquets de hamburgers à 12,00 $ chaque et 1 paquet de burgers au poulet pour 15,00 $, combien dois-tu recueillir pour couvrir tes frais?
8. Simplifie $\dfrac{6x^5y^3z^7}{2z^9x^2y^3}$.

Réponses :

1. 4 mm (0,4 cm = 4 mm et 0,2 cm = 2 mm alors l'aire du triangle est ½ × 2 × 4 = 4 et la hauteur du prisme est 16 ÷ 4 = 4)
2. $436\% \left(\dfrac{18}{5} = 3\dfrac{3}{5} = 3{,}6 = 360\ \%\ \textbf{ou}\ 430\ \%\ \text{équivaut à}\ 4\ \dfrac{36}{100}\right)$
3. $20\% \left(3 \times 5 = 15\ \text{et}\ \dfrac{3}{15} = \dfrac{1}{5}\ \text{ou}\ 20\ \%\right)$
4. 5 milles le lundi (Tu additionnes 0,5 mille chaque fois)
5. 18 (6 + 4 + 8)
6. 5 ¢ ou 0,05 $ (1, 50 $ équivaut à 150 ¢ et 150 ÷ 30 = 5)
7. 39 $ ((2 × 12) + 15)
8. $3x^3z^{-2}$ (Soustrais les exposants des bases semblables; $y^0 = 1$)

Partie B – La résolution de systèmes d'équations par élimination

N'oublie pas que ces questions ressemblent à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise ta leçon et apprends les notions qui te manquent.

1. Résous le système ci-dessous en suivant la méthode d'élimination par addition ou soustraction.

   $5x + 4y = 6$

   $-3y - 2x = -1$

   Solution :

   Réarrange les équations pour que les mêmes variables soient alignées en colonnes.

   $5x + 4y = 6$ Équation 1

   $-2x - 3y = -1$ Équation 2

   Multiplie chaque équation par la valeur appropriée pour obtenir un coefficient commun.

   $3(5x + 4y = 6) \rightarrow 15x + 12y = 18$

   $4(-2x - 3y = -1) \rightarrow -8x - 12y = -4$

   Les signes des coefficients communs sont différents, donc additionne les équations.

$$\begin{array}{r} 15x + 12y = 18 \\ + (-8x - 12y = -4) \\ 7x = 14 \\ \hline x = 2 \end{array}$$

Substitue la valeur de x dans l'une des deux équations.

$$\begin{aligned} 5x + 4y &= 6 \\ 5(2) + 4y &= 6 \\ 10 + 4y &= 6 \\ 4y &= -4 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

   La solution du système est (2, –1).

   Vérifie en substituant les coordonnées dans les deux équations originales.

   Note : Tu as peut-être multiplié les deux équations par des valeurs différentes pour avoir un coefficient commun de x. Tu arriveras à la même solution, même si le processus est différent.

2. Résous le système ci-dessous en suivant la méthode d'élimination par substitution.

$$-\frac{1}{2}x + y = 4$$
$$x + 2y = 8$$

Solution :

Résous l'équation 1 pour y et substitue sa valeur dans l'équation 2.

Ou encore, résous l'équation 2 pour x et substitue cette valeur dans l'équation 1.

Équation 1 : $-\frac{1}{2}x + y = 4 \quad \rightarrow \quad y = 4 + \frac{1}{2}x$

Équation 2 :
$$\begin{aligned} x + 2y &= 8 \\ x + 2(4 + \tfrac{1}{2}x) &= 8 \\ x + 8 + x &= 8 \\ 2x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Maintenant, trouve la valeur de y.
$$\begin{aligned} x + 2y &= 8 \\ (0) + 2y &= 8 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

La solution est le point (0, 4). Vérifie-la dans les deux équations originales.

3. Résous les systèmes ci-dessous par élimination. Tu peux choisir l'une ou l'autre méthode. Nous te suggérons de regarder les caractéristiques qui font que l'addition ou la soustraction sera la méthode la plus facile, et les caractéristiques qui font pencher plutôt pour la substitution. Par exemple, si les coefficients sont égaux pour x, alors l'addition/soustraction sera plus rapide que la substitution.

   a) $2x + 3y = 12$

   $2x - 3y = 6$

   Solution :

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ \underline{2x - 3y} &\underline{= 6} \\ 6y &= 6 \\ y &= 1 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ 2x + 3(1) &= 12 \\ 2x &= 9 \\ x &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

   C'est un système indépendant dont la solution est $\left(\frac{9}{2}, 1\right)$.

   b) $3x + 4y = 15$

   $x - y = 5$

   Solution :

$$3x + 4y = 15$$

$$x - y = 5 \rightarrow x = 5 + y$$

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 15 \\ 3(5 + y) + 4y &= 15 \\ 15 + 3y + 4y &= 15 \\ 7y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} x - y &= 5 \\ x - 0 &= 5 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

   C'est un sytème indépendant dont la solution est (5, 0).

c) $2x - 3y = 8$

$6y - 4x = -22$

Solution :

$2x - 3y = 8 \rightarrow 2(2x - 3y = 8) \rightarrow 4x - 6y = 16$

$6y - 4x = -22 \rightarrow -4x + 6y = -22$

$$\begin{array}{r} 4x - 6y = 16 \\ \underline{+\left(-4x + 6y = -22\right)} \\ 0 = -6 \end{array}$$

Cet énoncé est faux. Ce système est un système incohérent ou incompatible. Il s'agit de droites parallèles, et il n'y a pas de solution réelle à ce système. Alors la solution est l'ensemble vide.

d) $x + 3y = 7$

$2x + 6y = 14$

Solution :

$x + 3y = 7$

$2x + 6y = 14$

$$\begin{array}{lcl} 2(x + 3y = 7) & \rightarrow & 2x + 6y = 14 \\ 2x + 6y = 14 & \rightarrow & \underline{2x + 6y = 14} \\ & & 0 = 0 \end{array}$$

Soustrais les équations.

Cet énoncé est toujours vrai. C'est un système dépendant. La solution consiste en un nombre infini de points sur la droite.

e) $5x + 10y = 50$

$2x + 3y = 14$

Solution :

$2(5x+10y=50) \rightarrow 10x+20y=100$

$5(2x+3y=14) \rightarrow 10x+15y=70$

$$\begin{aligned} 10x+20y&=100\\ \underline{10x+15y}&\underline{=70}\\ 5y&=30\\ y&=6\\ 2x+3y&=14\\ 2x+3(6)&=14\\ 2x+18&=14\\ 2x&=-4\\ x&=-2 \end{aligned}$$

C'est un sytème indépendant dont la solution est (–2, 6).

Pendant que tu résolvais ces systèmes d'équations, tu as peut-être remarqué que :

- L'élimination par addition/soustraction est la méthode la plus facile quand les coefficients d'une variable sont égaux.
- L'élimination par addition/soustraction est la méthode la plus facile si tu as des coefficients devant toutes les variables dans les deux équations.
- L'élimination par substitution est la méthode la plus facile quand tu as des coefficients fractionnaires.
- L'élimination par substitution est la méthode la plus facile quand il n'y a aucun coefficient devant une variable dans une équation.

4. Décris, en utilisant des exemples si tu veux, ce qui arrive quand tu essaies de résoudre un système d'équations linéaires incohérent (incompatible) par la méthode :

   a) graphique

      Solution :

      Les graphiques d'équations linéaires d'un système incohérent ou incompatible forment des droites parallèles. Elles ne se croisent jamais quand tu traces ces droites, donc il n'y a pas de solution à ce système.

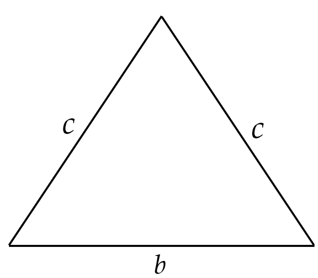
   b) par élimination

      Solution :

      Quand tu résous un système d'équations incohérent ou incompatible par élimination, tu obtiens un énoncé faux au bout du compte. Il n'y a aucune coordonnée qui donnerait des énoncés vrais pour les deux équations, donc il n'y a aucune solution au système (ou la solution est l'ensemble vide, Ø).

5. La longueur de chacun des côtés congruents d'un triangle isocèle est $1\frac{1}{2}$ fois la longueur de la base. Le périmètre du triangle égale 60 cm. Utilise un système d'équations pour trouver la longueur de chaque côté du triangle.

   Solution :



Supposons que c est la longueur d'un côté congruent d'un triangle isocèle, et b représente la longueur de sa base.

$c = 1{,}5b$ Équation 1

$2c + b = 60$ Équation 2

Substitue l'équation 1 dans l'équation 2

$$\begin{aligned} 2c + b &= 60 \\ 2(1{,}5b) + b &= 60 \\ 3b + b &= 60 \\ 4b &= 60 \\ b &= 15 \end{aligned}$$

Trouve la valeur de c à partir d'une des équations originales.

$c = 1{,}5b$

$c = 1{,}5(15)$

$c = 22{,}5$

La base mesure 15 cm et les longueurs des côtés, 22,5 cm chaque.

Vérification :

c	$15b$
22,5	1,5(15)
22,5	22,5

$2c + b$	60
2(22,5) + (15)	60
45 + 15	60
60	60

6. Un hôtel compte 160 chambres. Certaines sont des chambres simples, d'autres sont doubles. Les chambres simples coûtent 45 $ la nuit, et les chambres doubles coûtent 60 $ la nuit. Comme il y a un bonspiel de curling (tournoi), toutes les chambres sont occupées. Les ventes pour cette nuit atteignent 8700 $. Combien de chambres de chaque type y a-t-il dans l'hôtel? Résous ce problème par élimination en utilisant un système d'équations pour modéliser la situation.

   Solution :

   Supposons que s = le nombre de chambres simples, et d = le nombre de chambres doubles.

   $s + d = 160$ Équation 1

   $45s + 60d = 8700$ Équation 2

   $s = 160 - d$ Résous pour s ou d et substitue

   $45s + 60d = 8700$ l'équation révisée dans l'équation 2

   $45(160 - d) + 60d = 8700$

   $7200 - 45d + 60d = 8700$

   $15d = 1500$

   $d = 100$

   $s + d = 160$

   $s + (100) = 160$

   $s = 60$

L'hôtel a 60 chambres simples et 100 chambres doubles.

Vérifie :

$s + d$	160
60 + 100	160
160	160

$45s + 60d$	8700
45(60) + 60(100)	8700
8700	8700

7. Les graphiques de $ax + by = 13$ et $ax - by = -3$ se croisent au point (1, 4). Trouve a et b.

Solution :

Substitue les coordonnées (1, 4) dans les deux équations pour (x, y).

Équation 1	Équation 2
$ax + by = 13$	$ax - by = -3$
$a(1) + b(4) = 13$	$a(1) - b(4) = -3$
$a + 4b = 13$	$a - 4b = -3$

Utilise la méthode d'élimination par soustraction pour résoudre le système. (Tu peux aussi utiliser l'élimination par addition pour trouver la valeur de a).

$$\begin{array}{r} a + 4b = 13 \\ -\ (a - 4b = -3) \\ \hline 8b = 16 \\ b = 2 \end{array} \qquad \text{soustrais}$$

$$\begin{aligned} a + 4b &= 13 \\ a + 4(2) &= 13 \\ a &= 13 - 8 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$a = 5$ et $b = 2$

Vérifie la solution avec le point donné (1, 4) :

$ax + by$	13
$5(1) + 2(4)$	13
$5 + 8$	13
13	13

$ax - by$	-3
$5(1) - 2(4)$	-3
$5 - 8$	-3
-3	-3

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^{e} année (20S)

Examen de préparation de l’examen final

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^e année (20S)

Examen de préparation de l'examen final

Nom :____

Numéro d'étudiant : __________________________

Fréquente l'école ❑ Ne fréquente pas l'école ❑

Téléphone : __________________________________

Adresse : ____________________________________

____

____

Réservé à l'usage du correcteur

Date : ________________________________

Note finale : ________ /100 =_________ %

Commentaires :

Instructions

L'examen final sera pondéré de la manière suivante :

Modules 1 à 8	100 %

Le format de l'examen sera le suivant :

Partie A : Choix multiple	30 points
Partie B : Définitions	10 points
Partie C : Graphiques et relations	5 points
Partie D : Mesures	5 points
Partie E : Trigonométrie	3 points
Partie F : Relations et fonctions	9 points
Partie G : Polynômes	14 points
Partie H : Géométrie cartésienne	20 points
Partie I : Systèmes	4 points

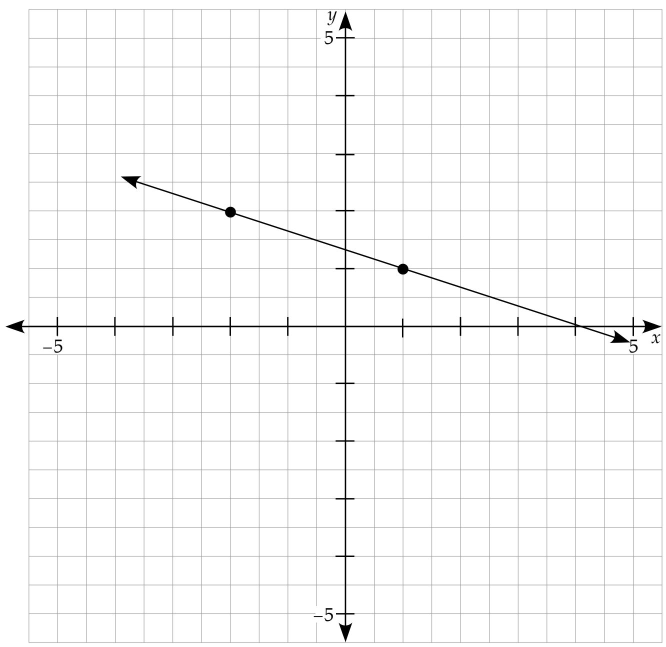
Durée de l'examen : 2,5 heures

Note: Pour l'examen, tu peux amener avec toi une calculatrice scientifique. Tu peux également amener ta fiche-ressource mais tu dois la remettre en même temps que l'examen.

Partie A : Choix multiples (*30 x 1 = 30 points*)

Encercle la lettre correspondant à la meilleure réponse.

1. Calcule le rapport $\dfrac{\text{élévation}}{\text{course}}$ de cette droite :



a) $\dfrac{1}{3}$

b) $\dfrac{3}{1}$

c) $\dfrac{-1}{3}$

d) $\dfrac{-3}{1}$

2. L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine de la relation linéaire $3x + 5y - 15 = 0$ sont à :

a) (3, 0), (0, 5)

b) (5, 0), (0, 3)

c) (-3, 0), (0, –5)

d) (0, 0), 0, 0)

3. Le graphique d'une relation linéaire a une pente de 2 et passe par le point (3, -5). Un autre point sur la droite serait :

   a) (3, –8)

   b) (–11, 0)

   c) (5, –3)

   d) (4, –3)

4. La pente d'une droite horizontale est :

   a) 0

   b) 1

   c) –1

   d) indéfinie

5. L'équation d'une droite qui est parallèle à y = 3x + 5 est :

   a) $y = -3x + 15$

   b) $y = \frac{-1}{3}x + 5$

   c) $y = -3x + 5$

   d) $y = 3x + 15$

6. Écris $\sqrt[5]{x}$ avec un exposant rationnel.

   a) $x^{\frac{5}{1}}$

   b) x^{-5}

   c) $x^{\frac{1}{5}}$

   d) $5^{\frac{1}{x}}$

7. Écris $\sqrt{12}$ sous forme d'un nombre radical composé.
   a) $4\sqrt{3}$
   b) $2\sqrt{3}$
   c) $3\sqrt{2}$
   d) $3\sqrt{4}$

8. Simplifie $(3m^4n)(2m^5n)$.
   a) $5m^9n$
   b) $6m^9n$
   c) $6m^{20}n^2$
   d) $6m^9n^2$

9. Le plus petit commun multiple de 32 et 20 est :
   a) 160
   b) 640
   c) 320
   d) 4

10. Quel nombre parmi les suivants correspond à un cube parfait?
   a) 324
   b) 343
   c) 333
   d) 361

11. Convertis 147 m en pouces.
   a) 186,37 po
   b) 3,73 po
   c) 14 700 po
   d) 5 787 po

12. Une piscine mesure 6 m de long sur 4 m de large. La profondeur de l'eau qu'elle contient est de 80 cm; combien de mètres cubes d'eau y a-t-il dans la piscine?

a) 1 920 m^3

b) 19,2 m^3

c) 7 077,888 m^3

d) 192 m^3

13. Le volume d'une sphère est de 87 cm^3. Calcule le rayon de la sphère.

a) 20,8 cm

b) 2,7 cm

c) 4,6 cm

d) 5,9 cm

14. Le volume d'un cône est de 30 m^3. Quel est le volume d'un cylindre qui a la même base et la même hauteur?

a) 10 m^3

b) 30 m^3

c) 90 m^3

d) 900 m^3

15. La largeur du petit doigt d'un jeune enfant pourrait être utilisée comme référent pour :

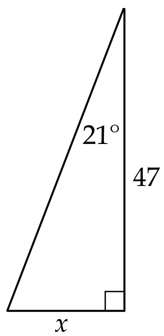
a) 1 mm

b) 1 m

c) 1 pouce

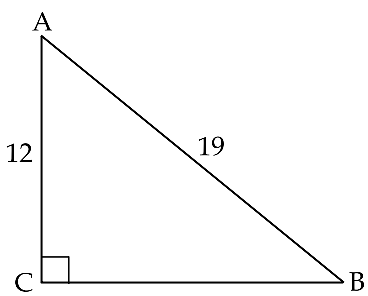
d) 1 cm

16. Trouve la valeur de x.



a) 122,4
b) 18,0
c) 19,1
d) 43,9

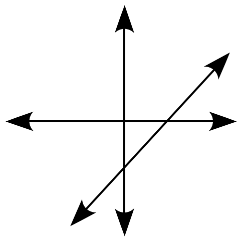
17. Trouve la mesure de ∠B.



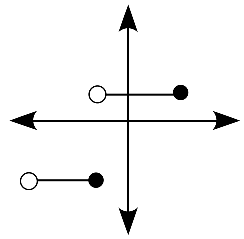
a) 32,3°
b) 39,2°
c) 50,8°
d) 57,7°

18. Laquelle des représentations suivantes ne correspond pas à une fonction?

A.

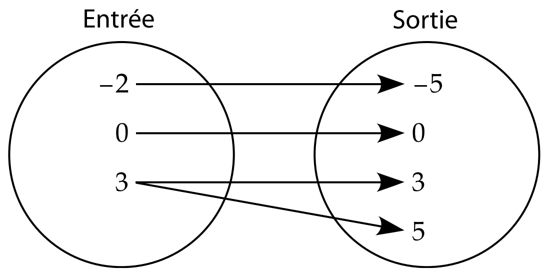


B.



C. {(2, 2), (3, 2), (4, 2) (5, 2)}

D.



a) A
b) B
c) C
d) D

19. Soit la fonction $f(x) = \frac{3}{2}x + 9$, trouve $f(4)$.

a) $\frac{-10}{3}$
b) $10{,}5$
c) $15{,}0$
d) $19{,}5$

20. Multiplie $4(2x + 3)$.

a) $8x + 12$
b) $8x + 3$
c) $2x + 12$
d) $24x$

21. Multiplie $(x + 4)(x + 9)$.
   a) $x^2 + 13$
   b) $2x + 13 + 36$
   c) $x^2 + 36$
   d) $x^2 + 13x + 36$

22. Décompose en facteurs $8k + 14$.
   a) $8(k + 14)$
   b) $2(4k + 7)$
   c) $4k(2 \times 7)$
   d) $8(k + 6)$

23. Décompose en facteurs $x^2 - 4x - 12$.
   a) $(x - 6)(x + 2)$
   b) $(x + 6)(x - 2)$
   c) $(x - 6)(x - 2)$
   d) $(x + 6)(x + 2)$

24. Décompose en facteurs $x^2 - 25$.
   a) $(x - 5)(x - 5)$
   b) $(x + 5)(x + 5)$
   c) $(x - 5)^2$
   d) $(x + 5)(x - 5)$

25. Calcule la distance entre les points ayant les coordonnées (13, 5) et (-17, -9).
   a) 33,1
   b) 5,7
   c) 26,5
   d) 11,3

26. Calcule les coordonnées du point milieu du segment de droite ayant ses extrémités à (-15, 9) et à (7, -11).

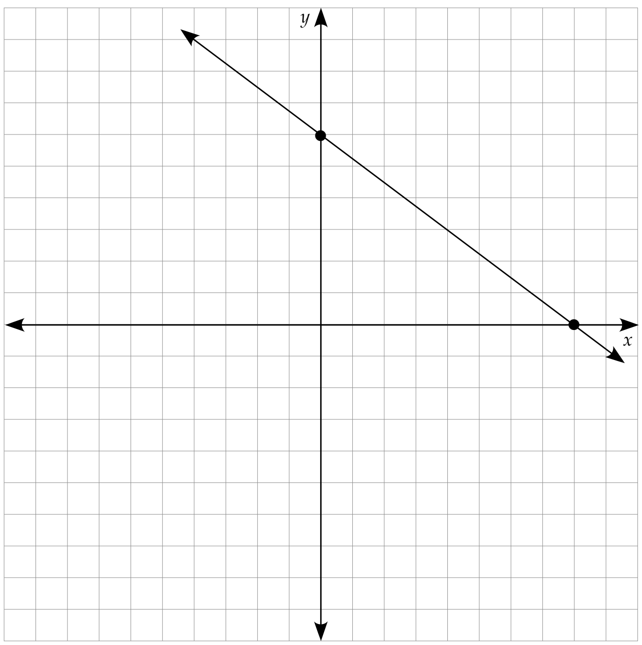
a) (–11, 10)

b) (11, –1)

c) (4, 1)

d) (–4, –1)

27. Écris l'équation de cette droite sous la forme explicite.



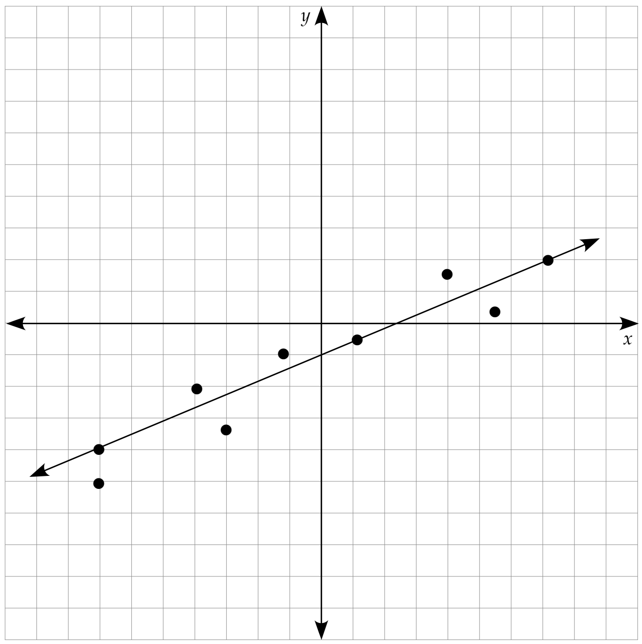
a) $y = \frac{3}{4}x + 6$

b) $y = \frac{4}{3}x + 8$

c) $y = \frac{-3}{4}x + 6$

d) $y = \frac{-3}{4}x + 8$

28. La meilleure façon de décrire la corrélation entre ces données serait :



a) forte et négative
b) faible et négative
c) faible et positive
d) forte et positive

29. Trois des relations linéaires suivantes sont équivalentes. Encercle la relation qui n'est pas équivalente aux autres.

a) $2x - y + 5 = 0$
b) $y - 11 = 2(x - 3)$
c) $y = 5x + 2$
d) $3y - 6x = 15$

30. Quel point est la solution au système d'équations linéaires donné?

$x - 5y = -15$ Équation 1

$4x + 10y = -30$ Équation 2

a) $(-5, -1)$
b) $(-5, 2)$
c) $(5, -5)$
d) $(-10, 1)$

Partie B : Définitions (*10 x 1 = 10 points*)

Associe chaque définition avec le terme ou le symbole correspondant dans la liste ci-dessous. Écris le terme ou le symbole approprié sur la ligne en dessous de chaque définition. Les termes et symboles ne sont utilisés qu'une seule fois. Ce ne sont pas tous les termes ou symboles qui ont leur définition correspondante fournie.

Termes et symboles :

° > <] [
· ≥ ≤ [ ]
∅
binôme
coefficient
coefficient de corrélation
constante
coordonnées
corrélation faible
corrélation forte
corrélation négative
corrélation nulle
corrélation positive
degré
diagramme de dispersion
diagramme sagittal
domaine
droites parallèles
droites perpendiculaires
équation
fonction
forme explicite
forme générale
forme pente-point
image
monôme
plan cartésien
polynôme
règle
relation
relation linéaire
simplifier
solution
système cohérent
système dépendant
système d'équations linéaires
système incohérent
système indépendant
tableau de valeurs
termes semblables
trinôme
valeur de *r*

1. Un graphique reliant une entrée à une sortie avec des flèches. ________________
2. Si, à mesure que la variable x augmente, la variable y augmente aussi, les données présentent une : ________________ .
3. Les équations de ce système linéaire représentent la même droite. ________________
4. Le système de coordonnées formé par un axe horizontal et un axe vertical dans lequel une paire de nombres représente chaque point du plan est : ________________
5. Une expression mathématique avec plusieurs termes. ________________
6. $r = 0$ ________________
7. L'exposant le plus élevé dans le premier terme d'un polynôme quand les termes sont écrits par ordre décroissant. ________________
8. Un ensemble de deux nombres nommés dans un ordre spécifique de façon que le premier nombre représente une valeur du domaine, et le deuxième nombre, une valeur de l'image. ________________
9. N'importe quel ensemble de coordonnées. ________________
10. Symboles signifiant « inclut ». ________________

Partie C : Graphiques et relations (*5 points*)

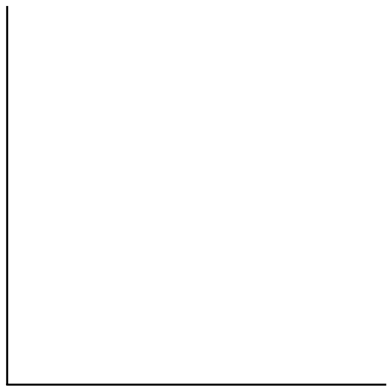
Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Le tableau ci-dessous montre le nombre d'accidents mortels pour 10 000 000 départs d'avions de lignes aériennes américaines durant les 10 années comprises entre 1977 et 1986.

Année	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
Accidents mortels par 10 000 000	6,1	10,0	7,4	0,0	7,7	6,0	7,9	1,8	6,9	1,6

a) Crée un diagramme de dispersion à partir de ces données. Étiquette le diagramme, incluant les unités et un titre. *(3 points)*

2. a) Dessine et étiquette un graphique pouvant représenter le temps d'attente en ligne avant d'entrer dans un stade de hockey et le nombre de personnes dans la file devant toi. *(1 point)*

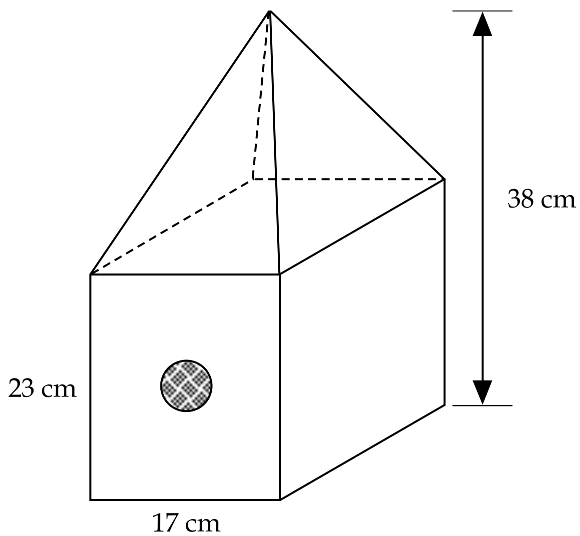


b) Indique un domaine et une image logiques pour cette situation. Explique ta réponse. *(1 point)*

Partie D : Mesures (*5 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

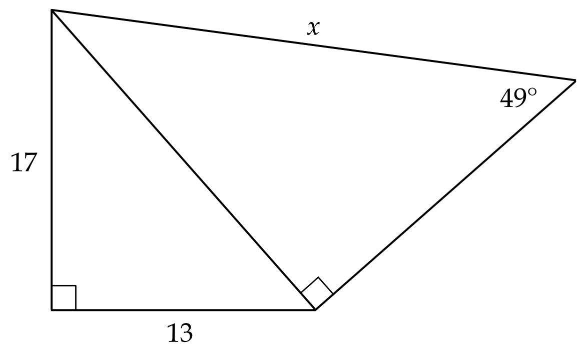
1. Une cabane à oiseaux ayant une base carrée a un toit pointu comme dans l'illustration ci-dessous. La hauteur totale de la cabane à oiseaux est de 38 cm. Calcule l'espace total à l'intérieur de la cabane, au cm^3 près. *(5 points)*



Partie E : Trigonométrie (*3 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Trouve la longueur du côté *x*. *(3 points)*

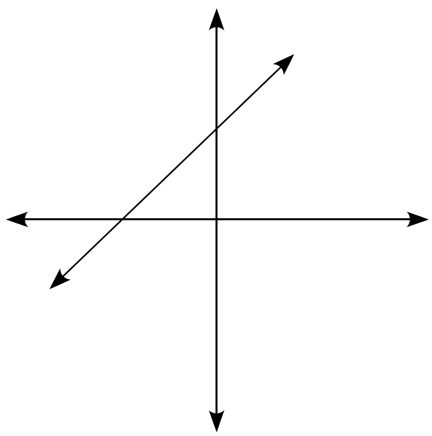


Partie F : Relations et fonctions (*9 points*)

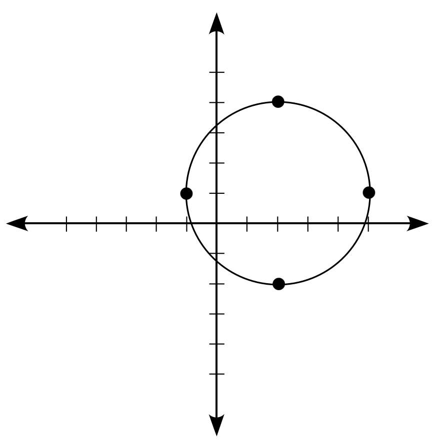
Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Indique le domaine et l'image des relations suivantes en notation d'ensemble et en notation d'intervalle. *(4 points)*

   a)



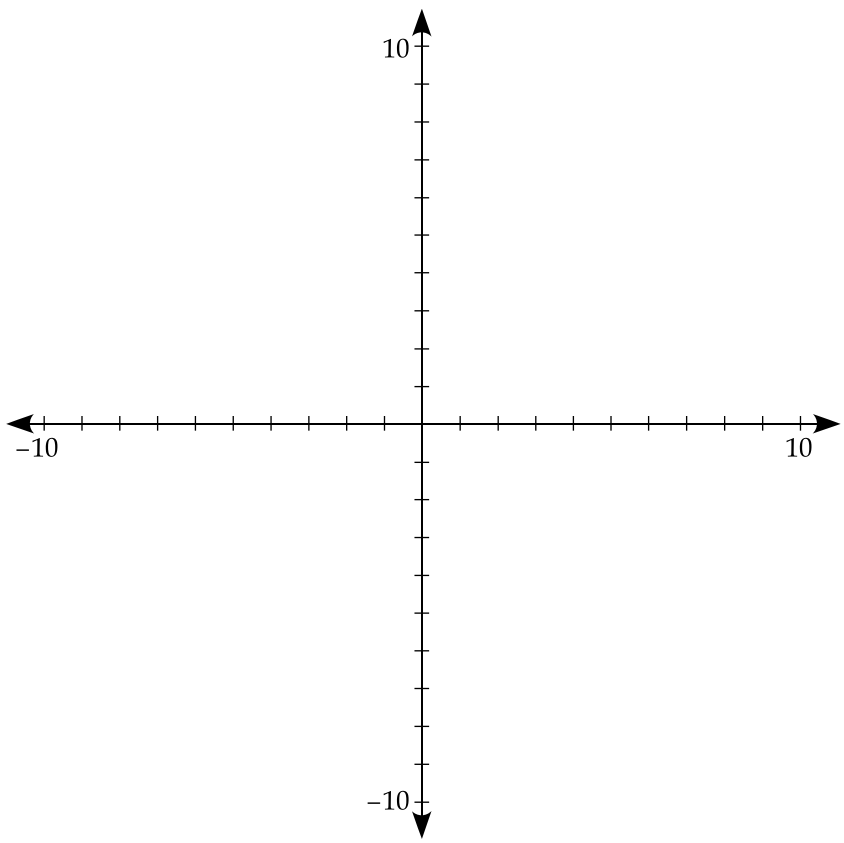
   b)



2. Étant donnée l'équation linéaire $2x - 3y - 15 = 0$

a) Réécris l'équation linéaire sous forme de notation fonctionnelle. *(2 points)*

b) Dessine la fonction linéaire de la partie a) ci-dessus. *(1 point)*



3. Explique comment tu peux déterminer si un ensemble de points représente ou non une fonction. *(2 points)*

Partie G : Polynômes (*14 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Représente de façon imagée le produit de $(2x + 3)(x + 4)$. Indique ta solution sous forme simplifiée. *(4 points)*

2. Multiplie et simplifie la solution.

   a) $(x - 3)(3x + 5)$ *(3 points)*

   b) $(5x + 4)(2x - 3)$ *(3 points)*

3. Factorise complètement en facteurs premiers l'expression suivante. Vérifie ta réponse en multipliant les facteurs. *(4 points)*

   $2x^2 + 7x + 6$

Partie H : Géométrie cartésienne (*20 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Le centre d'un cercle est à (52, 34). Si une extrémité de son diamètre est à (61, 46), trouve les coordonnées de l'autre extrémité. *(3 points)*

2. Exprime l'équation linéaire $y-5=\frac{2}{7}(x-21)$ sous la forme explicite. *(2 points)*

3. Explique une stratégie qui permet de tracer le graphique d’une équation linéaire donnée sous la forme explicite. *(3 points)*

4. Le graphique d’une relation linéaire passe par les points (9, –11) et (13, –2). Écris l’équation de la relation linéaire sous la forme pente-point. *(3 points)*

5. Le graphique d’une relation linéaire passe par le point (6, 4) et est parallèle à la droite $y = 5x + 10$. Écris cette équation de la relation linéaire sous la forme explicite. *(3 points)*

6. Détermine si le triangle ayant les sommets A(-5, 3), B(-1, –8) et C(6, –1) est un triangle isocèle. *(6 points)*

Partie I : Systèmes (*4 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Suzy a un berger allemand et un caniche jouet. La différence de taille entre les deux est de 15 po. Deux fois la taille du caniche font encore 6 po de moins que la taille d'un berger allemand. Écris un système d'équations linéaires représentant cette situation. TU N'AS PAS besoin de résoudre le système. *(1 point)*

2. Résous le système d'équations linéaires ci-dessous par élimination, par addition ou soustraction. *(3 points)*

   $3x + 2y = 4$

   $x - y = 3$

Notes

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10^{e} année (20S)

Examen de préparation de l'examen final
Corrigé

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul 10e année (20S)

Examen de préparation de l'examen final
Corrigé

Nom :____

Numéro d'étudiant : ___________________________

Fréquente l'école ❑ Ne fréquente pas l'école ❑

Téléphone : __________________________________

Adresse : ____________________________________

____

____

Réservé à l'usage du correcteur

Date : ___________________________

Total final : ________ /100 =________ %

Commentaires :

Instructions

L'examen final sera pondéré de la manière suivante :

Modules 1 à 8	100 %

Le format de l'examen sera le suivant :

Partie A : Choix multiple	30 points
Partie B : Définitions	10 points
Partie C : Graphiques et relations	5 points
Partie D : Mesures	5 points
Partie E : Trigonométrie	3 points
Partie F : Relations et fonctions	9 points
Partie G : Polynômes	14 points
Partie H : Géométrie cartésienne	20 points
Partie I : Systèmes	4 points

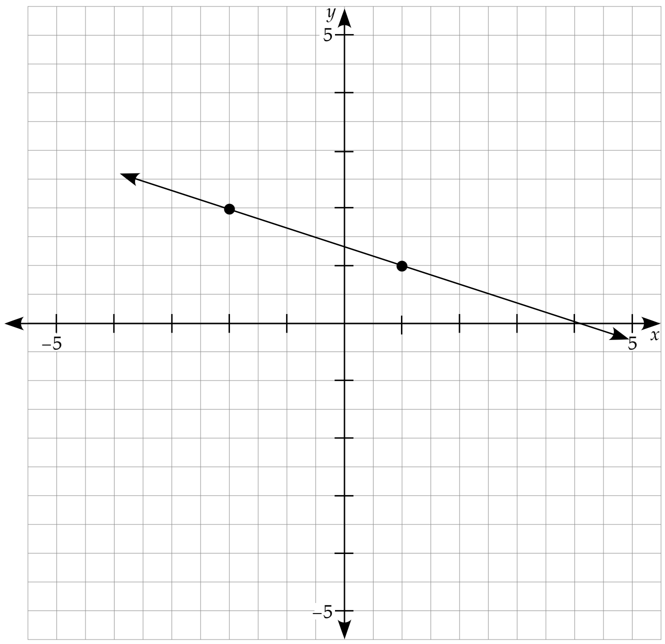
Durée de l'examen : 2,5 heures

Note: Pour l'examen, tu peux amener avec toi une calculatrice scientifique. Tu peux également amener ta fiche-ressource mais tu dois la remettre en même temps que l'examen.

Partie A : Choix multiples (*30 x 1 = 30 points*)

Encercle la lettre correspondant à la meilleure réponse.

1. Calcule le rapport $\dfrac{\text{élévation}}{\text{course}}$ de cette droite :



a) $\dfrac{1}{3}$

b) $\dfrac{3}{1}$

c) $\dfrac{-1}{3}$

d) $\dfrac{-3}{1}$

(Module 1, Leçon 3)

La droite du graphique descend vers la droite, donc la pente est négative. Le changement vertical (différence des y) égale 1 et le changement horizontal (différence des x) égale 3, donc la bonne réponse est c).

2. L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine de la relation linéaire $3x + 5y - 15 = 0$ sont à :

   a) (3, 0), (0, 5)

   b) (5, 0), (0, 3)

   c) (-3, 0), (0, –5)

   d) (0, 0), 0, 0) (Module 7, Leçon 2)

   Substitue $x = 0$ dans l'équation et trouve le point d'intersection avec l'axe des y, puis substitue $y = 0$ et trouve le point d'intersection avec l'axe des x. Attention aux signes positifs et négatifs.

3. Le graphique d'une relation linéaire a une pente de 2 et passe par le point (3, -5). Un autre point sur la droite serait :

   a) (3, –8)

   b) (–11, 0)

   c) (5, –3)

   d) (4, –3)

   $y + 5 = 2(x - 3)$

   $y + 5 = 2x - 6$

   $y = 2x - 6 - 5$

   $y = 2x - 11$ (Module 1, Leçon 4)

   Substitue les coordonnées fournies dans l'équation et regarde laquelle donne un énoncé vrai.

   Ou encore regarde le changement vertical, qui égale +2, et le changement horizontal, +1.

   (3 + 1, –5 + 2) donne (4, –3).

   Ou alors place le point et compte 2 espaces vers le haut et 1 espace vers la droite, puis marque ce point; tu peux aussi déplacer de 2 espaces vers le bas et de 1 espace vers la gauche pour trouver des points à la gauche du point donné.

4. La pente d'une droite horizontale est :

   a) 0

   b) 1

   c) –1

   d) indéfinie (Module 1, Leçon 4)

   Sur une droite horizontale, la différence des y (variation verticale) égale 0 et la différence des x (variation horizontale) est infinie, donc la pente égale 0. Une pente de 1 monte vers la droite, et une pente de –1 descend vers la droite. Une ligne verticale a une pente indéfinie parce que la différence des y (variation verticale) est infinie et la différence des x (variation horizontale) égale zéro. Si le dénominateur est 0, la pente est indéfinie parce qu'on ne peut pas diviser par zéro.

5. L’équation d’une droite qui est parallèle à $y = 3x + 5$ est :

   a) $y = -3x + 15$

   b) $y = \frac{-1}{3}x + 5$

   c) $y = -3x + 5$

   d) $y = 3x + 15$

(Module 1, Leçon 4)

Des droites parallèles ont la même pente.

6. Écris $\sqrt[5]{x}$ avec un exposant rationnel.

   a) $x^{\frac{5}{1}}$

   b) x^{-5}

   c) $x^{\frac{1}{5}}$

   d) $5^{\frac{1}{x}}$

(Module 2, Leçon 5)

La racine cinquième de x serait la valeur qui pourrait être multipliée par elle-même cinq fois et donnerait x.

En utilisant la loi de la puissance d’une puissance, $\left(x^{\frac{1}{5}}\right)^5 = x^{\frac{5}{5}} = x$.

7. Écris $\sqrt{12}$ sous forme d’un nombre radical composé.

   a) $4\sqrt{3}$

   b) $2\sqrt{3}$

   c) $3\sqrt{2}$

   d) $3\sqrt{4}$

(Module 2, Leçon 3)

Le carré parfait 4 est un facteur de 12. ($4 \times 3 = 12$) La racine carrée de 4 est 2, donc en déplaçant 4 en dehors de la racine carrée, on obtient $2 \times \sqrt{3}$.

8. Simplifie $(3m^4n)(2m^5n)$.

a) $5m^9n$

b) $6m^9n$

c) $6m^{20}n^2$

d) $6m^9n^2$ (Module 2, Leçon 4)

La loi du produit de puissances dit que les exposants doivent être additionnés quand on multiplie des termes ayant des bases semblables. Un exposant de 1 est sous-entendu pour chaque variable qui n'a pas d'exposant indiqué. Tu dois aussi multiplier les coefficients.

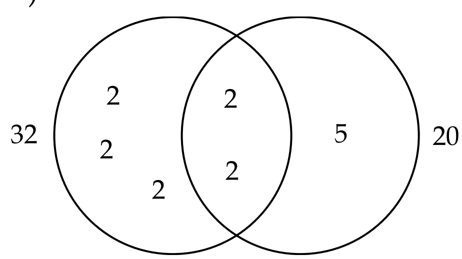
9. Le plus petit commun multiple de 32 et 20 est :

a) 160

b) 640

c) 320

d) 4 (Module 2, Leçon 1)



10. Quel nombre parmi les suivants correspond à un cube parfait?

a) 324

b) 343

c) 333

d) 361 (Module 2, Leçon 2)

324, 343 et 361 sont tous des nombres correspondant à des carrés parfaits; 333 est divisible par 3 mais seul 343 a une racine cubique ($7^3 = 343$)

11. Convertis 147 m en pouces.

a) 186,37 po

b) 3,73 po

c) 14 700 po

d) 5 787 po (Module 3, Leçon 3)

Il y a 39,37 pouces dans un mètre, donc multiplie $147 \times 39{,}37 = 5\ 787$. Dans la réponse a), le facteur de conversion est additionné; dans b), 147 est divisé par le facteur de conversion, et dans c), le facteur de conversion est celui des mètres en cm.

12. Une piscine mesure 6 m de long sur 4 m de large. La profondeur de l'eau qu'elle contient est de 80 cm; combien de mètres cubes d'eau y a-t-il dans la piscine?

a) 1 920 m^3

b) 19,2 m^3

c) 7 077,888 m^3

d) 192 m^3 (Module 3, Leçon 1)

$6 \times 4 \times 0{,}8 = 19{,}2$. Si tu as choisi a), tu n'as pas convertis les cm en m. Si tu as choisi c), il y a eu une erreur au moment d'élever au cube. Et si tu as choisi d), 80 cm ont été convertis en 8 m au lieu de 0,8 m.

13. Le volume d'une sphère est de 87 cm^3. Calcule le rayon de la sphère.

a) 20,8 cm

b) 2,7 cm

c) 4,6 cm

d) 5,9 cm (Module 3, Leçon 6)

($r^3 = 20{,}8$) Dans c), la réponse est la racine carrée plutôt que la racine cubique de 87. Et dans la réponse d), on n'a pas utilisé les parenthèses pour diviser par un produit.

14. Le volume d'un cône est de 30 m^3. Quel est le volume d'un cylindre qui a la même base et la même hauteur?

a) 10 m^3

b) 30 m^3

c) 90 m^3

d) 900 m^3 (Module 3, Leçon 6)

Le volume d'un cône est égal à 1/3 du volume d'un cylindre ayant la même base et la même hauteur, ou encore, le volume d'un cylindre est trois fois plus grand que le volume d'un cône ayant la même base et la même hauteur. La réponse a) correspond au 1/3 du volume du cône, et non le triple de son volume. La réponse b) propose le même volume. La réponse d) correspond au cube du volume.

15. La largeur du petit doigt d'un jeune enfant pourrait être utilisée comme référent pour :

a) 1 mm

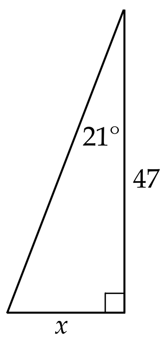
b) 1 m

c) 1 pouce

d) 1 cm (Module 3, Leçon 1)

1 mm égale environ l'épaisseur d'une carte de crédit ou d'un cent; 1 m égale la largeur approximative d'une porte ou d'un lit simple, et 1 pouce égale l'épaisseur d'une rondelle de hockey ou le diamètre d'une pièce de 1 dollar (huard).

16. Trouve la valeur de x.



a) 122,4

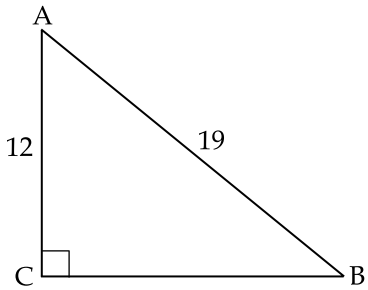
b) 18,0

c) 19,1

d) 43,9 (Module 4, Leçon 1)

Concernant l'angle donné, tu connais le côté adjacent et tu veux trouver la longueur du côté opposé. Le rapport trigonométrique approprié est $\tan\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$. Dans la réponse a), tu as inversé le côté opposé et le côté adjacent. Dans la réponse c), tu as omis les parenthèses et trouvé tan(21 × 47) au lieu de 47 × tan(21). Dans la réponse d), tu as utilisé le rapport cosinus.

17. Trouve la mesure de ∠B.

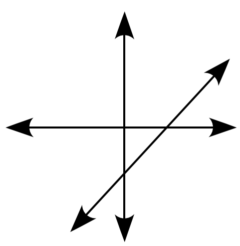


a) 32,3°
b) 39,2°
c) 50,8°
d) 57,7° (Module 4, Leçon 3)

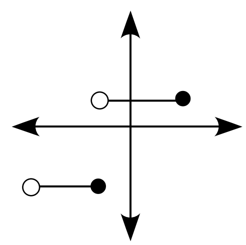
Tu as utilisé : dans la réponse a), $\tan^{-1}\left(\frac{12}{19}\right)$; dans la réponse c), $\cos^{-1}\left(\frac{12}{19}\right)$; dans la réponse d), $\tan^{-1}\left(\frac{19}{12}\right)$.

18. Laquelle des représentations suivantes ne correspond pas à une fonction?

A.

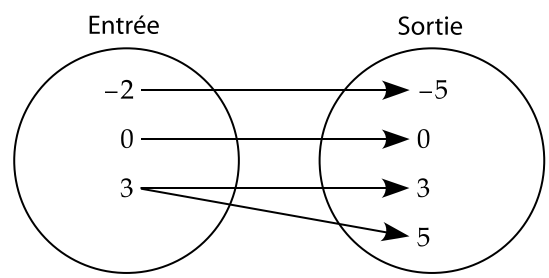


B.



C. {(2, 2), (3, 2), (4, 2) (5, 2)}

D.



a) A
b) B
c) C
d) D

A. La relation passe le test de la droite verticale. B. Un cercle vide indique que le graphique se rend jusqu'à ce point mais sans l'inclure, un cercle noir (plein) indique que ce point est inclus, donc le graphique passe le test de la droite verticale. C. Chaque entrée donne une seule sortie possible. Les points seraient situés sur une même rangée horizontale. D. L'entrée 3 a deux résultats possibles, donc ce n'est pas une fonction.

(Module 5, Leçon 1)

19. Soit la fonction $f(x) = \frac{3}{2}x + 9$, trouve $f(4)$.

a) $\frac{-10}{3}$

b) 10,5

c) 15,0

d) 19,5

(Module 5, Leçon 3)

En a) tu as substitué 4 à $f(x)$ plutôt qu'à x. En b), l'ordre des opérations n'a pas été respecté; tu as aditionné 9 avant de diviser par 2. En d), l'ordre des opérations n'a pas été respecté; tu as additionné 4 et 9 avant de multiplier par $\frac{3}{2}$.

20. Multiplie $4(2x + 3)$.

a) $8x + 12$

b) $8x + 3$

c) $2x + 12$

d) $24x$

(Module 6, Lesson 1)

En b), tu n'as pas appliqué la propriété de distributivité et tu as seulement multiplié 4 par le premier terme dans les parenthèses. En c), tu n'as pas appliqué la propriété de distributivité et tu as seulement multiplié 4 par le deuxième terme dans les parenthèses. En d) tu as fait une erreur en multipliant les termes à l'intérieur des parenthèses et tu as trouvé le produit égal à $4(6x)$.

21. Multiplie $(x + 4)(x + 9)$.

a) $x^2 + 13$

b) $2x + 13 + 36$

c) $x^2 + 36$

d) $x^2 + 13x + 36$

(Module 6, Leçon 2)

En a), tu as multiplié seulement les deux premiers termes et additionné les deux derniers. En b), tu as additionné les deux termes x, additionné les deux derniers termes puis multiplié les deux derniers termes. En c), tu as multiplié $2 \times x$ plutôt que d'élever au carré (x^2) pour le premier terme du trinôme.

22. Décompose en facteurs $8k + 14$.

a) $8(k + 14)$

b) $2(4k + 7)$

c) $4k(2 \times 7)$

d) $8(k + 6)$ (Module 6, Leçon 3)

En a), tu as enlevé le coefficient du premier terme mais tu n'as pas divisé le deuxième terme par ce coefficient (8 n'est pas un facteur de 14). En c), k n'est pas un terme commun et 4 n'est pas un facteur de 14. En d), 8 + 6 = 14, mais 8 n'est pas un facteur de 14.

23. Décompose en facteurs $x^2 - 4x - 12$.

a) $(x - 6)(x + 2)$

b) $(x + 6)(x - 2)$

c) $(x - 6)(x - 2)$

d) $(x + 6)(x + 2)$ (Module 6, Leçon 3)

En b), cette erreur dans les signes aurait donné $+4x$ pour le deuxième terme du trinôme. En c), cette erreur de signe aurait donné $x^2 - 8x + 12$. En d), cette erreur dans les signes aurait donné $x^2 + 8x + 12$.

24. Décompose en facteurs $x^2 - 25$.

a) $(x - 5)(x - 5)$

b) $(x + 5)(x + 5)$

c) $(x - 5)^2$

d) $(x + 5)(x - 5)$ (Module 6, Leçon 5)

Les réponses en a), b) et c) sont toutes des facteurs de carrés parfaits; ce ne sont pas des différences de carrés parfaits.

25. Calcule la distance entre les points ayant les coordonnées (13, 5) et (-17, -9).

a) 33,1

b) 5,7

c) 26,5

d) 11,3 (Module 7, Leçon 1)

a) $\sqrt{(-17-13)^2+(-9-5)^2} = 33{,}1$

b) $\sqrt{(-17+13)^2+(-9+5)^2} = 5{,}7$ Erreur dans les signes à l'intérieur des parenthèses

c) $\sqrt{(-17-13)^2-(-9-5)^2} = 26{,}5$ Erreur dans le signe entre les parenthèses du 1er et du 2^{e} terme

d) $\sqrt{(13-5)^2+(-17+9)^2} = 11{,}3$ Erreur de substitution des coordonnées

26. Calcule les coordonnées du point milieu du segment de droite ayant ses extrémités à (-15, 9) et à (7, -11).

a) (–11, 10)

b) (11, –1)

c) (4, 1)

d) (–4, –1) (Module 7, Leçon 1)

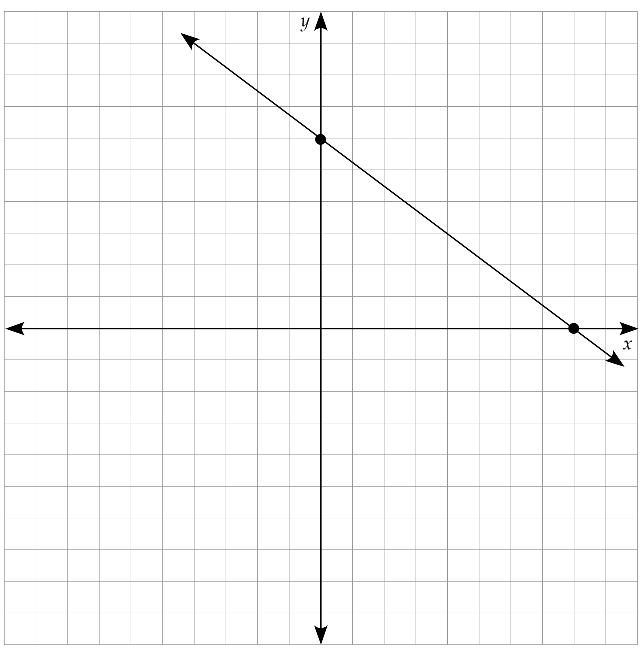
a) $\left(\frac{-15-7}{2}, \frac{9+11}{2}\right) \to (-11, 10)$ Tu as soustrait les coordonnées au lieu de les additionner

b) $\left(\frac{15+7}{2}, \frac{9-11}{2}\right) \to (11, -1)$ Erreur de signes

c) $\left(\frac{15-7}{2}, \frac{11-9}{2}\right) \to (4, 1)$ Erreur de signes

d) $\left(\frac{-15+7}{2}, \frac{9-11}{2}\right) \to (-4, -1)$

27. Écris l'équation de cette droite sous la forme explicite.



a) $y = \frac{3}{4}x + 6$

b) $y = \frac{4}{3}x + 8$

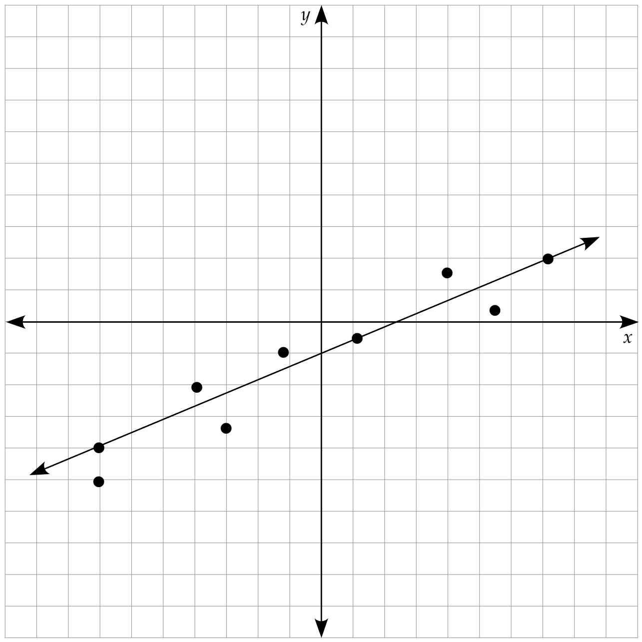
c) $y = \frac{-3}{4}x + 6$

d) $y = \frac{-3}{4}x + 8$

(Module 7, Leçon 2)

En a), la variation verticale (diff. des *y*) de la pente devrait être négative. En b), il y a mélange entre la variation verticale et la variation horizontale (diff. des *x*) et tu as utilisé l'abscisse à l'origine. En d), tu as utilisé l'abscise à l'origine.

28. La meilleure façon de décrire la corrélation entre ces données serait :



a) forte et négative

b) faible et négative

c) faible et positive

d) forte et positive (Module 7, Leçon 4)

La droite la mieux ajustée monte vers la droite, alors elle a une pente positive, donc la corrélation est positive. Les points sont proches de la droite la mieux ajustée, donc la corrélation est forte.

29. Trois des relations linéaires suivantes sont équivalentes. Encercle la relation qui n'est pas équivalente aux autres.

a) $2x - y + 5 = 0$

b) $y - 11 = 2(x - 3)$

c) $y = 5x + 2$

d) $3y - 6x = 15$ (Module 7, Leçon 2)

Tu peux réécrire ces relations sous la forme explicite, $y = mx + b$, et voir laquelle est différente. Tu peux aussi remarquer que le coefficient de x est 2 ou se simplifie pour donner 2 dans tous les cas, sauf dans c), donc cette droite à une pente différente.

30. Quel point est la solution au système d'équations linéaires donné?

$x - 5y = -15$ Équation 1

$4x + 10y = -30$ Équation 2

a) (–5, –1)

b) (–5, 2)

c) (5, –5)

d) (–10, 1) (Module 8, Leçon 1)

Substitue les coordonnées du point dans les équations et regarde quelles coordonnées donnent un énoncé vrai pour les deux équations.

En a), seule l'équation 2 est vraie.

En b), seule l'équation 1 est vraie.

En c), seule l'équation 2 est vraie.

Partie B : Définitions (*10 x 1 = 10 points*)

Associe chaque définition avec le terme ou le symbole correspondant dans la liste ci-dessous. Écris le terme ou le symbole approprié sur la ligne en dessous de chaque définition. Les termes et symboles ne sont utilisés qu'une seule fois. Ce ne sont pas tous les termes ou symboles qui ont leur définition correspondante fournie.

Termes et symboles :

° > <] [
· ≥ ≤ [ ]
∅
binôme
coefficient
coefficient de corrélation
constante
coordonnées
corrélation faible
corrélation forte
corrélation négative
corrélation nulle
corrélation positive
degré
diagramme de dispersion
diagramme sagittal
domaine
droites parallèles
droites perpendiculaires
équation
fonction
forme explicite
forme générale
forme pente-point
image
monôme
plan cartésien
polynôme
règle
relation
relation linéaire
simplifier
solution
système cohérent
système dépendant
système d'équations linéaires
système incohérent
système indépendant
tableau de valeurs
termes semblables
trinôme
valeur de *r*

1. Un graphique reliant une entrée à une sortie avec des flèches. ***diagramme sagittal***
2. Si, à mesure que la variable x augmente, la variable y augmente aussi, les données présentent une : ***corrélation positive***.
3. Les équations de ce système linéaire représentent la même droite. ***système dépendant***
4. Le système de coordonnées formé par un axe horizontal et un axe vertical dans lequel une paire de nombres représente chaque point du plan est : ***plan cartésien***
5. Une expression mathématique avec plusieurs termes. ***polynôme***
6. $r = 0$ ***corrélation nulle***
7. L'exposant le plus élevé dans le premier terme d'un polynôme quand les termes sont écrits par ordre décroissant. ***degré***
8. Un ensemble de deux nombres nommés dans un ordre spécifique de façon que le premier nombre représente une valeur du domaine, et le deuxième nombre, une valeur de l'image. ***coordonnée***
9. N'importe quel ensemble de coordonnées. ***relation***
10. Symboles signifiant « inclut ». ≥ ≤ [ ]

Partie C : Graphiques et relations (*5 points*)

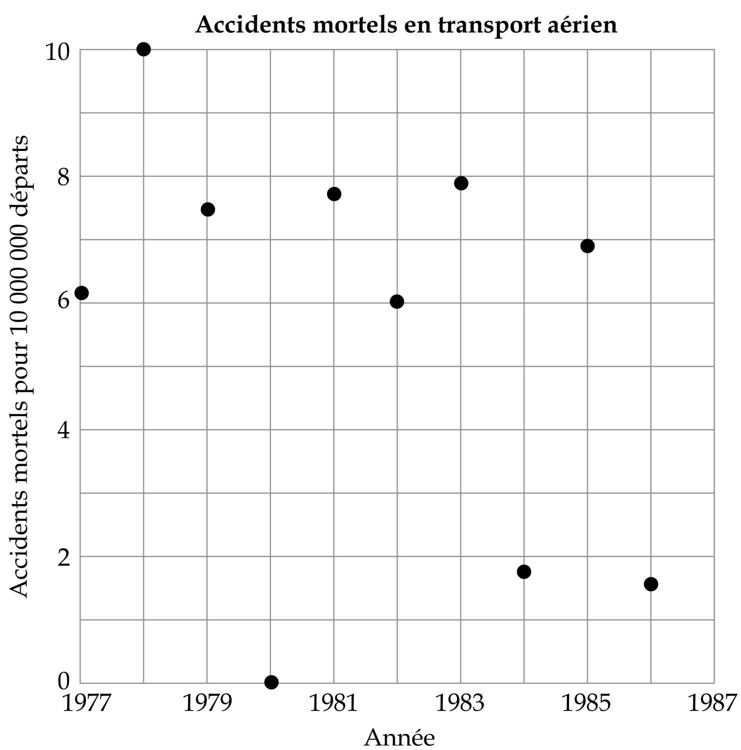
Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Le tableau ci-dessous montre le nombre d'accidents mortels pour 10 000 000 départs d'avions de lignes aériennes américaines durant les 10 années comprises entre 1977 et 1986.

Année	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
Accidents mortels par 10 000 000	6,1	10,0	7,4	0,0	7,7	6,0	7,9	1,8	6,9	1,6

a) Crée un diagramme de dispersion à partir de ces données. Étiquette le diagramme, incluant les unités et un titre. *(3 points)*

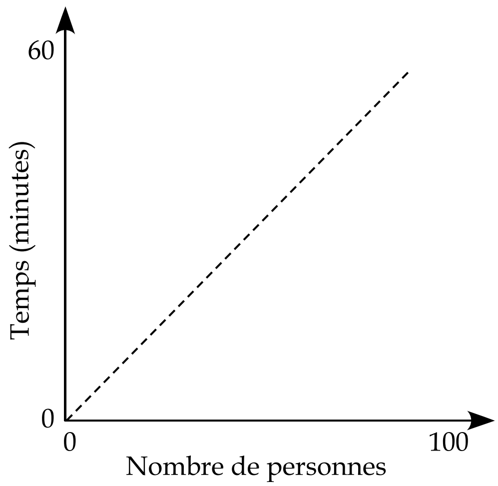
Solution :



(Module 1, Leçon 3)

2. a) Dessine et étiquette un graphique pouvant représenter le temps d'attente en ligne avant d'entrer dans un stade de hockey et le nombre de personnes dans la file devant toi. *(1 point)*

Solution :



b) Indique un domaine et une image logiques pour cette situation. Explique ta réponse. *(1 point)*

Solution :

Les réponses peuvent varier.

Le nombre de personnes qui attendent dans la file devant toi peut être n'importe quel nombre entier positif parce que tu ne peux pas avoir un nombre négatif de personnes, mais de façon plus réaliste, comme il y a plusieurs portes différentes, un maximum de 100 personnes dans la file devant toi semble un chiffre raisonnable. Le domaine pourrait être de zéro à 100 personnes.

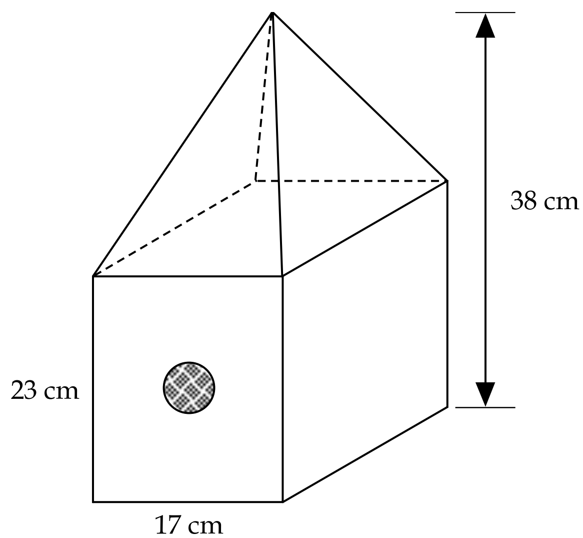
L'image sera aussi une valeur positive parce que tu ne peux pas avoir une valeur négative pour le temps. Il est peu probable que tu aies à attendre pendant plus d'une heure pour entrer dans l'aréna, donc l'image pourrait être de zéro à 60 minutes.

(Module 1, Leçon 2)

Partie D : Mesures (*5 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Une cabane à oiseaux ayant une base carrée a un toit pointu comme dans l'illustration ci-dessous. La hauteur totale de la cabane à oiseaux est de 38 cm. Calcule l'espace total à l'intérieur de la cabane, au cm^3 près. *(5 points)*



Solution :

L'espace à l'intérieur de la cabane à oiseaux est le volume de l'objet composé.

$$V = Bh_1 + \frac{1}{3}Bh_2$$

$$B = 17^2$$

$$h_1 = 23$$

$$h_2 = 38 - 23 = 15$$

$$V = Bh_1 + \frac{1}{3}Bh_2$$

$$V = \left(17^2\right)(23) + \frac{1}{3}\left(17^2\right)(15)$$

$$V = 6\ 647 + 1\ 445$$

$$V = 8\ 092$$

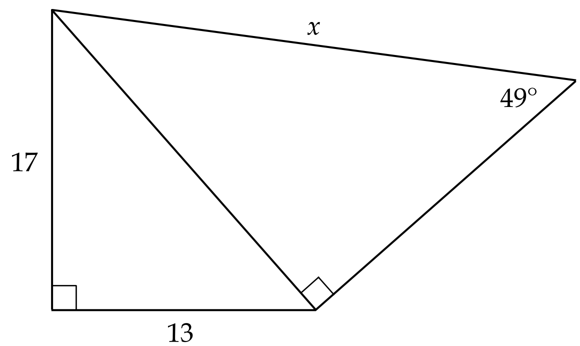
Le volume de la cabane à oiseaux est de 8 092 cm^2.

(Module 3, Leçon 5)

Partie E : Trigonométrie (*3 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Trouve la longueur du côté *x*. *(3 points)*



Solution :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$17^2 + 13^2 = c^2$$

$$c^2 = 21,400\ 934\ 56$$

$$\sin\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin 49° = \frac{21,400\ 934\ 56}{x}$$

$$x = 28,36$$

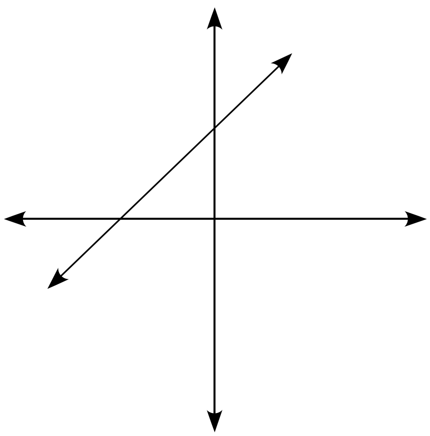
(Module 4, Leçon 4)

Partie F : Relations et fonctions (*9 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Indique le domaine et l'image des relations suivantes en notation d'ensemble et en notation d'intervalle. *(4 points)*

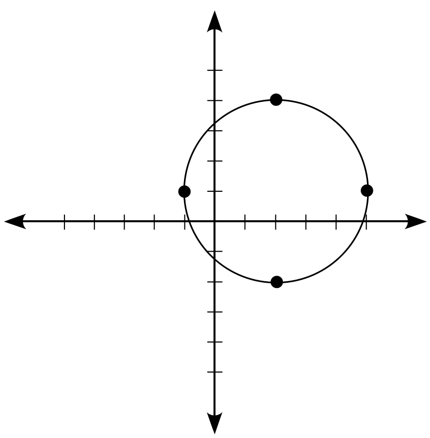
a)



Solution :

D : $\{x \in \Re\}$
I : $\{y \in \Re\}$
D : $]-\infty, \infty[$
I : $]-\infty, \infty[$

b)



Solution :

D : $\{-1 \le x \le 5, x \in \Re\}$
I : $\{-2 \le y \le 4, y \in \Re\}$
D : $[-1, 5]$
I : $[-2, 4]$

(Module 5, Leçon 2)

2. Étant donné l'équation linéaire $2x - 3y - 15 = 0$;

a) Réécris l'équation linéaire sous forme de notation fonctionnelle. *(2 points)*

Solution :

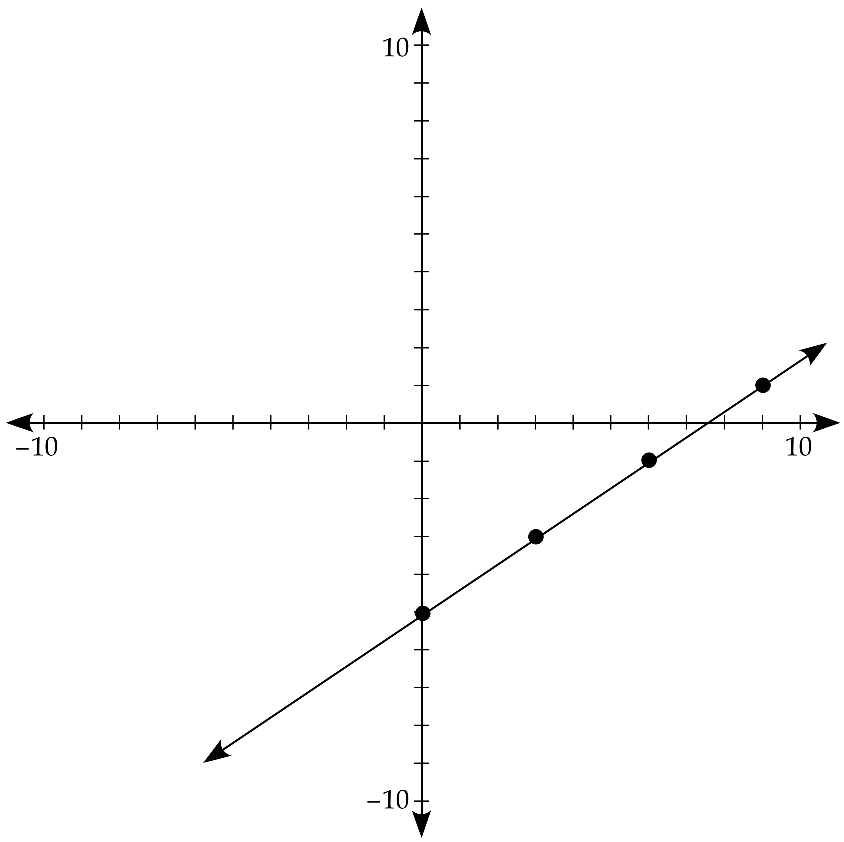
$$2x - 15 = 3y$$

$$y = \frac{2}{3}x - 5$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 5$$

b) Dessine la fonction linéaire de la partie a) ci-dessus. *(1 point)*

Solution :



(Module 5, Leçon 3)

3. Explique comment tu peux déterminer si un ensemble de points représente ou non une fonction. *(2 points)*

   Solution :

   Regarde le domaine, soit les valeurs de x dans les coordonnées des points. Si une valeur de x (entrée) est répétée et possède deux ou plusieurs valeurs de y (sorties) possibles, alors les points représentent une relation mais pas une fonction. Si chaque entrée ou valeur de x ne donne qu'une seule sortie ou valeur de y possible, ces points représentent une fonction.

(Module 5, Leçon 1)

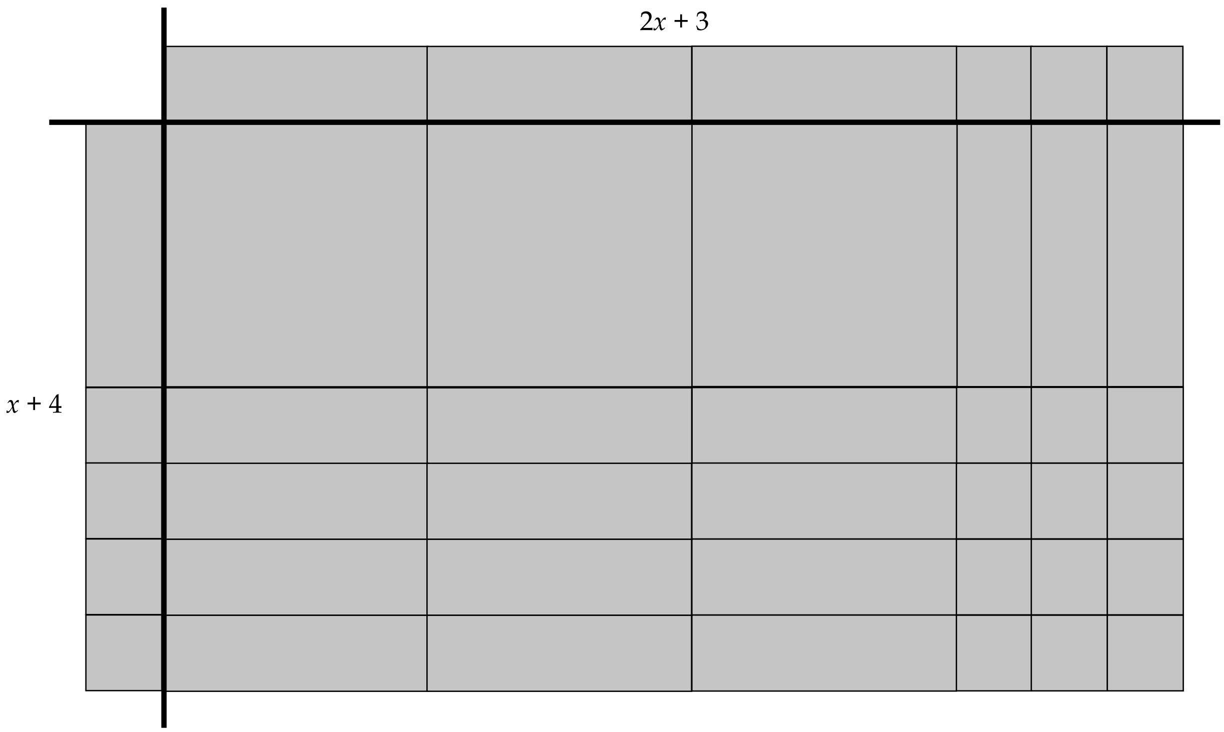
Partie G : Polynômes (*14 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

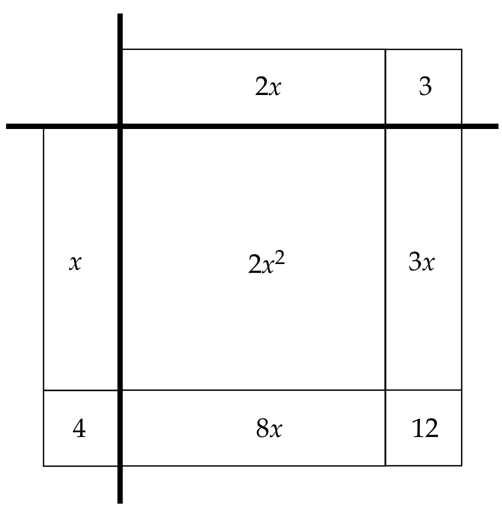
1. Représente de façon imagée le produit de $(2x + 3)(x + 4)$. Indique ta solution sous forme simplifiée. *(4 points)*

   Solution :

   Les élèves peuvent utiliser le modèle d'aire ou les tuiles. Ne pas déduire de points si les tuiles ne sont pas ombragées.



ou



$(2x + 3)(x + 4)$

$$(2x + 3)(x + 4) = 2x^2 + 3x + 8x + 12$$
$$= 2x^2 + 11x + 12$$

(Module 6, Leçon 2)

2. Multiplie et simplifie la solution.

a) $(x - 3)(3x + 5)$ *(3 points)*

Solution :

$(x - 2)(3x + 5)$

$(x - 2)(3x + 5) = 3x^2 + 5x - 9x - 15$

$= 3x^2 - 4x - 15$

b) $(5x + 4)(2x - 3)$ *(3 points)*

Solution :

$(5x + 4)(2x - 3)$

$(5x + 4)(2x - 3) = 10x^2 - 15x + 8x - 12$

$= 10x^2 - 7x - 12$

Les élèves peuvent avoir utilisé des flèches montrant la propriété de distributivité, la méthode PIED, les tuiles ou le modèle d'aire pour montrer leur processus de résolution.

(Module 6, Leçon 2)

3. Factorise complètement en facteurs premiers l'expression suivante. Vérifie ta réponse en multipliant les facteurs. *(4 points)*

$2x^2 + 7x + 6$

Solution :

$2 \times 6 = 12$ Paires de facteurs de 12 : (1, 12), (2, 6), et (3, 4).

La somme de la paire 3,4 égale 7.

$2x^2 + 7x + 6$

$2x^2 + 7x + 6 = 2x^2 + 3x + 4x + 6$

$= x(2x + 3) + 2(2x + 3)$

$= (x + 2)(2x + 3)$

Vérification :

$(x + 2)(2x + 3)$

$(x + 2)(2x + 3) = 2x^2 + 3x + 4x + 6$

$= 2x^2 + 7x + 6$

(Module 6, Leçon 3)

Partie H : Géométrie cartésienne (*20 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Le centre d'un cercle est à (52, 34). Si une extrémité de son diamètre est à (61, 46), trouve les coordonnées de l'autre extrémité. *(3 points)*

   Solution :

$$52 = \frac{61 + x_2}{2} \qquad\qquad 34 = \frac{46 + y_2}{2}$$

$$104 - 61 = x_2 \qquad\qquad 68 - 46 = y_2$$

$$x_2 = 43 \qquad\qquad y_2 = 22$$

   L'autre extrémité se trouve à (43, 22).

(Module 7, Leçon 1)

2. Exprime l'équation linéaire $y - 5 = \frac{2}{7}(x - 21)$ sous la forme explicite. *(2 points)*

   Solution :

$$y - 5 = \frac{2}{7}(x - 21)$$

$$y - 5 = \frac{2}{7}x - 6$$

$$y = \frac{2}{7}x - 6 + 5$$

$$y = \frac{2}{7}x - 1$$

(Module 7, Leçon 2)

3. Explique une stratégie qui permet de tracer le graphique d'une équation linéaire donnée sous la forme explicite. *(3 points)*

   Solution :

   Les réponses peuvent varier.

   La forme explicite est $y = mx + b$, où m est la pente $\left(\frac{\text{élévation}}{\text{course}}\right)$, et b est l'ordonnée à l'origine. Trouve la valeur de b sur l'axe des y. À partir de ce point, déplace-toi vers le haut ou vers le bas du même nombre d'unités que la valeur du numérateur de la pente (m), et vers la droite du même nombre d'unités que la valeur du dénominateur de la pente. Marque un point à cet endroit, répète l'opération pour trouver des points suivants et relie ces points par une ligne droite.

   Remarque : Pour aller d'un point à un autre en utilisant la pente $\left(\frac{\text{élévation}}{\text{course}}\right)$, tu as le choix :

   - Si la pente est positive, tu peux $\dfrac{\text{monter}}{\text{aller vers la droite}}$ ou $\dfrac{\text{descendre}}{\text{aller vers la gauche}}$.
   - Si la pente est négative, tu peux $\dfrac{\text{monter}}{\text{aller vers la gauche}}$ ou $\dfrac{\text{descendre}}{\text{aller vers la droite}}$.

   (Module 7, Leçon 3)

4. Le graphique d'une relation linéaire passe par les points (9, –11) et (13, –2). Écris l'équation de la relation linéaire sous la forme pente-point. *(3 points)*

   Solution :

   $$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1) \text{ ou } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

   $$m = \frac{-2+11}{13-9}$$

   $$m = \frac{9}{4}$$

   $$y + 11 = \frac{9}{4}(x-9)$$

   (Module 7, Leçon 3)

5. Le graphique d'une relation linéaire passe par le point (6, 4) et est parallèle à la droite $y = 5x + 10$. Écris cette équation de la relation linéaire sous la forme explicite. *(3 points)*

   Solution :

   Les étapes peuvent varier.

   $y - 4 = 5(x - 6)$

   $y = 5x - 26$

   (Module 7, Leçon 3)

6. Détermine si le triangle ayant les sommets A(-5, 3), B(-1, –8) et C(6, –1) est un triangle isocèle. *(6 points)*

   Solution :

   Utilise la formule de la distance pour montrer que les deux côtés sont de la même longueur.

   $d_{\mathrm{AB}} = \sqrt{(-8-3)^2 + (-1+5)^2}$

   $d_{\mathrm{AB}} = \sqrt{121+16} = \sqrt{137}$

   $d_{\mathrm{BC}} = \sqrt{(-1+8)^2 + (6+1)^2}$

   $d_{\mathrm{BC}} = \sqrt{49+49} = \sqrt{98}$

   $d_{\mathrm{AC}} = \sqrt{(-1-3)^2 + (6+5)^2}$

   $d_{\mathrm{AC}} = \sqrt{16+121} = \sqrt{137}$

   $\mathrm{AC} = \mathrm{AB} = \sqrt{137}$

   Le triangle ABC est un triangle isocèle parce que les côtés, AB et AC, sont congruents.

   (Module 7, Leçon 1)

Partie I : Systèmes (*4 points*)

Montre tous tes calculs et les formules utilisées pour les questions à réponses courtes ou à développement. Utilise toutes les décimales dans tes calculs et arrondis la réponse finale au nombre approprié de décimales. Inclus les unités s'il y a lieu. Indique clairement ta réponse finale.

1. Suzy a un berger allemand et un caniche jouet. La différence de taille entre les deux est de 15 po. Deux fois la taille du caniche font encore 6 po de moins que la taille du berger allemand. Écris un système d'équations linéaires représentant cette situation. TU N'AS PAS besoin de résoudre le système. *(1 point)*

   Solution :

   $G - P = 15$

   $2P = G - 6$

   (Module 8, Leçon 2)

2. Résous le système d'équations linéaires ci-dessous par élimination, par addition ou soustraction. *(3 points)*

   $3x + 2y = 4$

   $x - y = 3$

   Solution :

$$\begin{array}{lcl} 3x + 2y = 4 & & 3x + 2y = 4 \\ 3(x - y = 3) & \rightarrow & \underline{3x - 3y = 9} \\ & & \quad 5y = -5 \qquad \text{Soustrais} \\ & & \quad\; y = -1 \end{array}$$

$$x - y = 3$$
$$x - (-1) = 3$$
$$x + 1 = 3$$
$$x = 2$$

$$(2, -1)$$

(Module 8, Leçon 2)

Vérification :

$3x + 2y$	4
3(2) + 2(–1)	4
6 – 2	4
4	4

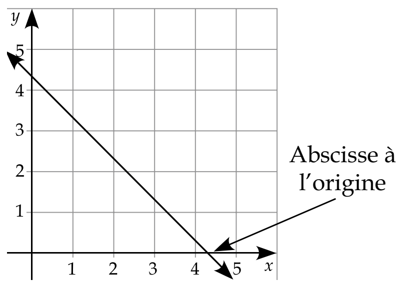
$x - y$	3
2 – (–1)	3
2 + 1	3
3	3

Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul, 10e année (20S)

Annexe A : Glossaire

ANNEXE A : GLOSSAIRE

L'**abscisse à l'origine** (une)
Point où la droite croise l'axe horizontal; $y = 0$.
Exemple



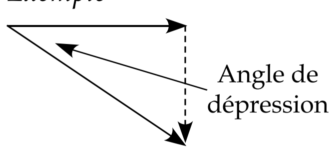
Une **aire**
Mesure d'une surface fermée dans une figure à deux dimensions.

L'**aire latérale** (une)
L'aire de l'ensemble des faces d'un objet, à l'exception de sa (de ses) base(s).

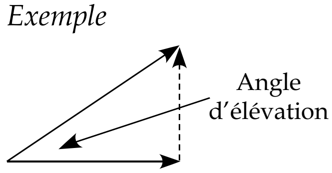
L'**aire totale** (une)
La somme des aires de toutes les surfaces d'un objet à trois dimensions (3D).

Un **angle aigu**
Angle dont la mesure en degrés est supérieure à 0 et inférieure à 90°.

Un **angle de dépression**
Angle formé par la ligne de visée et la direction horizontale lorsque l'objet observé est plus bas que l'horizontale.
Exemple



Un **angle d'élévation**
Angle formé par la ligne de visée et la direction horizontale lorsque l'objet observé est plus haut que l'horizontale.
Exemple

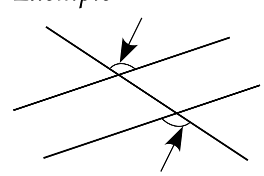


Un **angle droit**
Angle qui mesure 90°.

Un **angle obtus**
Angle dont la mesure est supérieure à 90° et inférieure à 180°.

Un **angle plat**
Angle qui mesure 180°.

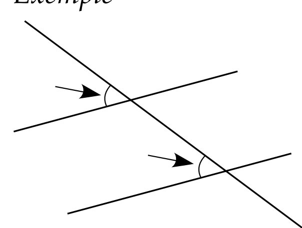
Les **angles alternes** (un)
Angles formés par une sécante de deux droites. Les angles alternes sont dits **internes** s'ils sont à l'intérieur des droites ou **externes** s'ils sont à l'extérieur des droites. Si les droites sont parallèles, alors les angles alternes sont égaux.
Exemple



Un **angle rentrant**
Angle ayant une mesure plus grande que 180° mais plus petite que 360°.

Les **angles complémentaires** (un)
Angles dont la somme des mesures est égale à 90°.

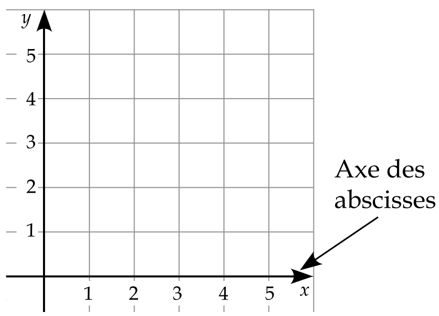
Les **angles correspondants** (un)
Angles formés par une sécante de deux droites. Si les droites sont parallèles, les angles se superposent lorsqu'on glisse une droite sur l'autre; les angles correspondants sont alors égaux.
Exemple



Les **angles supplémentaires** (un)
Angles dont la somme des mesures est égale à 180°.

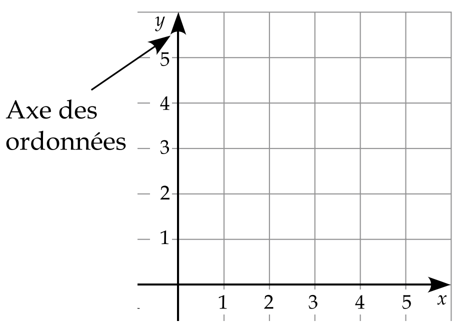
L'**axe des abscisses** (un)
Axe formé par une droite horizontale dans un plan cartésien (**axe des x**).

Exemple



L'**axe des ordonnées** (un)
Axe formé par une droite verticale dans un plan cartésien (**axe des y**).

Exemple



Une **base**
Nombre qui est multiplié par lui-même dans une puissance.

Exemple
4 est la base dans 4^3

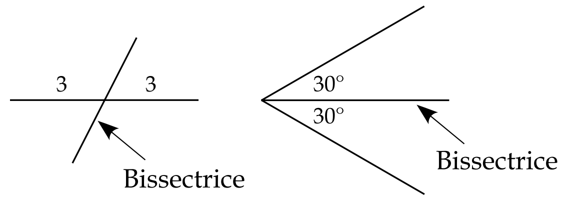
Un **binôme**
Expression algébrique composée de la somme ou de la différence de deux monômes ou de deux termes différents.

Exemple
$2x + 3y$

Bissecter
Partager en deux parties égales.

Une **bissectrice**
Droite, demi-droite ou segment qui partage un segment ou un angle en deux parties égales.

Exemples



Un **carré parfait**
Nombre résultant de la multiplication d'un nombre par lui-même.

Exemple

Comme 3 x 3 = 9, alors 9 est un carré parfait.

Centi (c)
Préfixe métrique équivalent à une multiplication par un facteur de 10^{-2} (0,01) ou à une division par 100.

Un **cercle**
Courbe plane dont tous les points sont situés à égale distance d'un point donné appelé le centre du cercle.

Une **circonférence**
Mesure de la ligne courbe qui forme un cercle.

Un **coefficient**
Nombre ou lettre qui multiplie une variable dans un terme.

Exemples

7 est le coefficient dans $7x^2$; a est le coefficient dans ay^3

Un **coefficient de corrélation (*r*)**
Valeur numérique, positive, négative ou nulle, allant de -1 à +1, qui quantifie une relation entre deux variables.

Un **coefficient numérique**
Valeur qui multiplie une variable.

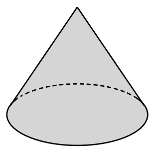
Exemple

Dans $-3x^2$, le coefficient numérique est -3

Un **cône**

Solide limité par une base à fond plat et une surface incurvée appelée surface conique.

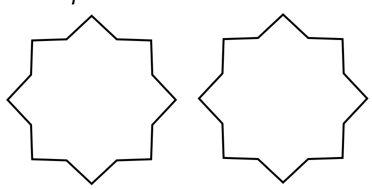
Exemple



Congruent

Figures géométriques qui coïncident parfaitement quand on les superpose.

Exemple



Une **constante**

- Terme qui n'est associé à aucune variable dans une expression algébrique (terme constant).
- Terme qui désigne certains nombres remarquables comme π.

Convertir

Changer la forme d'une quantité ou d'une mesure, mais pas sa valeur.

Les **coordonnées d'un point** (une)

Ensemble de deux nombres dans un ordre spécifique qui sont représentés par (x, y) où x est l'abscisse et y l'ordonnée.

Une **corrélation**

Relation de dépendance entre deux variables.

Une **corrélation faible**

Relation lorsqu'une majorité de points d'un ensemble de données sont éloignés de la droite la mieux ajustée. Le coefficient de corrélation se rapproche de la valeur zéro. La relation de dépendance entre les deux variables est faible.

Une **corrélation forte**

Relation lorsqu'une majorité de points d'un ensemble de données se trouvent très proche de la droite la mieux ajustée. Lorsque tous les points se trouvent sur la droite la mieux ajustée, le coefficient de corrélation vaut +1 ou –1. La relation de dépendance entre les deux variables est forte.

Une **corrélation nulle**

Caractéristique de deux variables qui n'ont aucune relation entre elles; le coefficient de corrélation est égal à zéro.

Le **cosinus**

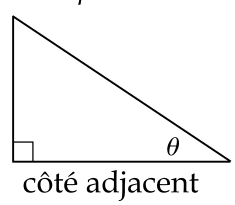
Rapport du côté adjacent à l'angle θ et de l'hypoténuse.

$$\cos\theta = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Le **côté adjacent**

Dans un triangle, côté qui se trouve à côté de l'angle aigu θ. Dans un triangle rectangle, le côté adjacent n'est pas l'hypoténuse.

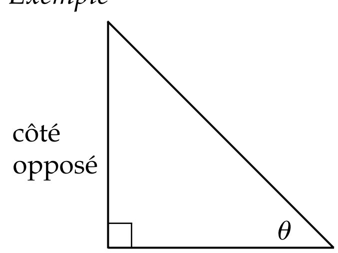
Exemple



Le **côté opposé**

Dans un triangle, côté qui se trouve opposé de l'angle aigu θ.

Exemple



Un **cube parfait**

Produit résultant de la multiplication d'un nombre entier trois fois par lui-même.

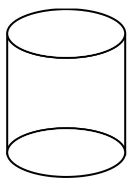
Exemple

8 est un cube parfait parce que
$8 = 2 \times 2 \times 2$

Un **cylindre**

Prisme ayant des faces circulaires parallèles.

Exemple



Déca (da)

Préfixe métrique équivalent à une multiplication par un facteur de 10^1 (10).

Déci (d)

Préfixe métrique équivalent à une multiplication par un facteur de 10^{-1} (0,1) ou à une division par 10.

Une **décimale**

Chacun des chiffres qui vient après la virgule dans l'écriture d'un nombre décimal.

Exemple

Le nombre 3,42 est un nombre à deux décimales; 0,42 est la partie décimale du nombre 3,42

Un **degré**

- Unité de mesure d'un angle.
- La somme de tous les exposants dans un terme ou l'exposant le plus grand dans une expression.

Exemples

- x^2 serait un terme de degré 2
- y est le même terme que y^1 et a un degré de 1
- xy est le même terme que x^1y^1 et a un degré de 2 (somme des exposants)
- l'expression $3n^4 - n^2$ a un degré de 4 parce que le degré le plus grand de chacun des termes est 4

Une **demi-droite**

Partie d'une droite limitée d'un côté par un point appelé origine de la demi-droite.

Un **dénominateur**

Nombre qui se trouve en bas du trait de fraction et qui indique en combien de parties équivalentes les parts ont été divisées.

Exemple

$\frac{2}{3} \longleftarrow$ Le dénominateur est 3

Un **dénominateur commun**

Nombre qui est un commun multiple des dénominateurs d'un ensemble de fractions.

Exemple

Le dénominateur commun de

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ est 12

Deux dimensions (2D)

Une figure géométrique n'ayant que deux mesures.

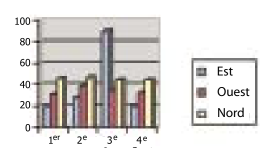
Exemple

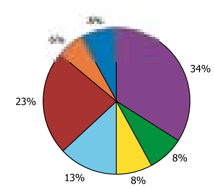
Un rectangle est une figure à deux dimensions

Un **diagramme**

Représentation schématique d'un ensemble de données.

Exemples

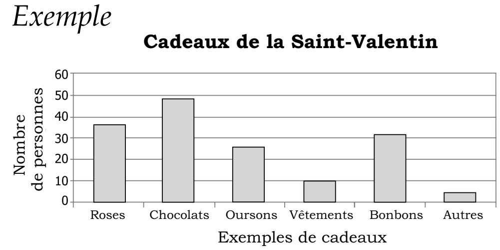




Un **diagramme à bandes**

Diagramme dans lequel des bandes horizontales ou verticales sont utilisées pour représenter des données.

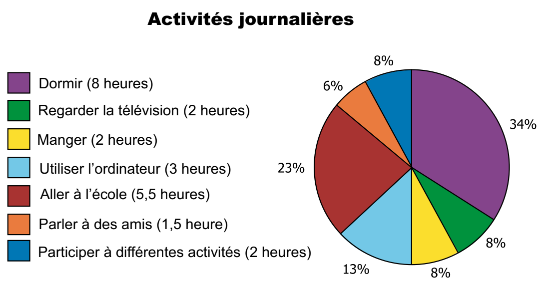
Exemple



Un **diagramme circulaire**

Représentation de données sous forme d'un cercle divisé en plusieurs secteurs. La somme de tous les secteurs représente 100 % de toutes les données.

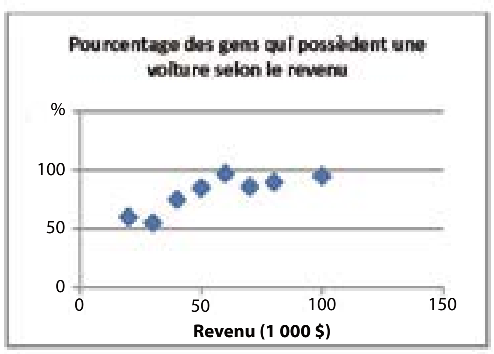
Exemple



Un **diagramme de dispersion**

Diagramme dans lequel chaque donnée d'une distribution est représentée par un point.

Exemple

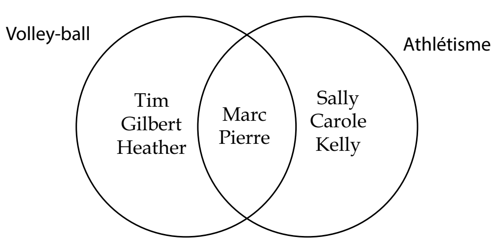


Un **diagramme de Venn**

Représentation d'un ou de plusieurs ensembles par des lignes simples fermées dans lesquelles les éléments sont représentés par des points, des lettres, des valeurs, des noms...

Exemple

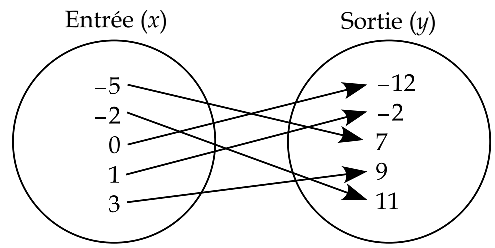
Le diagramme de Venn suivant indique les élèves qui jouent au volley-ball, ceux qui font de l'athlétisme et ceux qui pratiquent les deux sports



Un **diagramme sagittal**

Diagramme dans lequel une entrée (x) est reliée par une flèche à une sortie (y).

Exemple

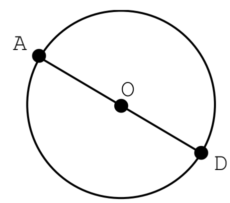


Un **diamètre**

- Corde qui passe par le centre du cercle.
- Mesure équivalent à deux fois celle du rayon.

Exemple

AD est un diamètre



Une **différence de carrés**

Binôme résultant de la multiplication de deux binômes identiques mais dont le signe d'opération diffère.

Exemple

$m^2 - 4 = (m + 2)(m - 2)$

Les **dimensions** (une)

Étendue d'une figure ou d'un objet que l'on peut mesurer. Une figure à deux dimensions (2D) possède deux grandeurs mesurables, la longueur et la largeur. Un objet à trois dimensions (3D) possède trois grandeurs mesurables, la longueur, la largeur et la hauteur.

Exemple

Un carré est une figure 2D; un cube est un objet 3D

Le **domaine**

Ensemble de toutes les valeurs possibles pour la variable indépendante.

Les **données** (une)
Information collectée, généralement numérique, et présentée sous forme de tableaux ou de graphiques.

Les **données continues** (une)
Ensemble de valeurs que l'on peut rejoindre en traçant une ligne dans un graphique.

Exemple

Le graphique de la taille en fonction de l'âge est un graphique de données continues

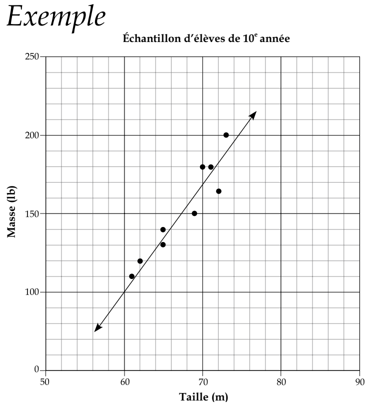
Les **données discrètes ou discontinues** (une)
Ensemble de valeurs que l'on ne peut pas rejoindre par une ligne dans un graphique.

Exemple

Le graphique du nombre de fois que l'on obtient un chiffre lorsqu'on lance un dé à 6 faces

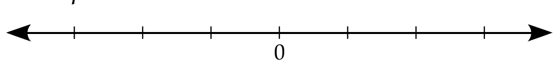
La **droite la mieux ajustée**
Droite tracée sur un plan qui décrit la meilleure relation possible entre les données. Tous les points ne sont pas nécessairement sur la droite, mais ils doivent être très proches d'elle.

Exemple



La **droite numérique**
Droite sur laquelle chaque graduation correspond à un nombre. Les graduations peuvent varier.

Exemple



Une **échelle**
*Graphique
Ensemble des divisions graduées d'une règle, d'un axe ou d'une droite numérique; l'échelle et la graduation sont des termes synonymes.

Exemple

Sur une règle, chaque marque identifiant une quantité de mesure comme 1, 2, 3, 4 …

*Diagramme
Rapport de correspondance entre la mesure de la représentation d'un objet et la mesure réelle de l'objet.

Un **élément de (appartenant à) -** $\in$
Le symbole $\in$ signifie qu'un certain élément appartient à un ensemble spécifique.

L'**ensemble vide (Ø)** (un)
Ensemble qui ne contient aucun élément.

Une **équation**
Énoncé mathématique qui montre la relation d'égalité entre deux expressions.

Exemple

$2x + 5 = 9$; $y = 3x - 1$; $8 + 2 = 6 + 4$

L'**équation d'une droite** (une)

forme explicite	$y = mx + b$
forme générale	$Ax + By + C = 0$
forme pente-point	$y - y_1 = m(x - x_1)$

Estimer
Trouver une valeur approximative.

Évaluer
Trouver la valeur d'une expression.

Un **exposant**
Le nombre de fois qu'un nombre est multiplié par lui-même dans une puissance.

Exemple

3 est l'exposant dans 4^3

Une **expression**
Ensemble de variables et/ou de nombres reliés par des symboles d'opérations. Une expression ne contient aucun symbole d'égalité ou d'inégalité et correspond généralement à un côté d'une équation.

Une **extrapolation**

Opération consistant à estimer des valeurs se situant en dehors d'un intervalle donné.

Un **facteur**

Chacun des éléments qui intervient dans une multiplication.

Exemple

8 est un facteur de 24 parce que $8 \times 3 = 24$

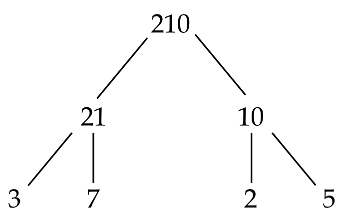
Un **facteur premier**

Facteur qui est un nombre premier. Dans la décomposition en facteurs d'un nombre. Il peut y avoir plusieurs facteurs premiers.

Une **factorisation (**un **arbre des facteurs)**

Outil utilisée pour trouver les facteurs premiers d'un nombre.

Exemple



Une **factorisation (décomposition en facteurs)**

Processus permettant de trouver les facteurs d'un nombre.

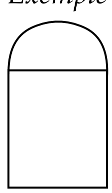
Exemple

$210 = 3 \times 7 \times 2 \times 5$

Une **figure composée**

Figure constituée de plusieurs figures à 2 dimensions.

Exemple



Cette figure est constituée d'un demi-cercle et d'un rectangle

Une **fonction**

Une relation pour laquelle il n'y a qu'une seule valeur de y (sortie) pour chaque valeur de x (entrée).

La **forme explicite** (une)

La forme $y = mx + b$ de l'équation d'une droite, où m est la pente de la droite et b est son ordonnée à l'origine.

La **forme générale** (une)

La forme $Ax + By + C = 0$ de l'équation d'une droite où A est un nombre naturel, et B et C sont des nombres entiers.

La **forme pente-point** (une)

La forme $y - y_1 = m(x - x_1)$ de l'équation d'une droite où m est la pente de la droite qui passe par le point $P(x_1, y_1)$.

La **formule de distance**

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Une **fraction**

Nombre rationnel exprimé sous la forme $\frac{a}{b}$ et dont le rapport est plus petit que 1; le numérateur est plus petit que le dénominateur.

Exemple

$$\frac{5}{8}$$

Une **fraction impropre**

Fraction dont le numérateur est plus grand que le dénominateur; une fraction impropre est plus grande que 1.

Exemple

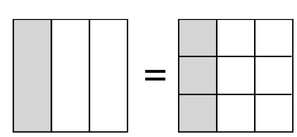
$$\frac{9}{4}$$

Des **fractions équivalentes** (une)

Fractions qui représentent une même quantité.

Exemple

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$



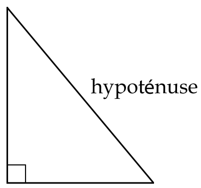
La **géométrie**

Branche des mathématiques portant sur l'étude de la position, la taille et la forme de différentes figures.

Hecto (h)
Préfixe métrique équivalent à une multiplication par un facteur de 10^2 (100).

Une **hypoténuse**
Dans un triangle rectangle, côté opposé à l'angle droit; l'hypoténuse est le côté le plus long du triangle rectangle.

Exemple



L'**image** (une)
Ensemble de toutes les valeurs possibles pour la variable dépendante (y).

L'**infini (∞)** (un)
Qui n'a pas de fin.

Une **interpolation**
Opération consistant à estimer des valeurs se situant à l'intérieur d'un intervalle donné.

Kilo (k)
Préfixe métrique équivalent à une multiplication par un facteur de 10^3 (1000).

La **loi de la puissance d'un produit**
Lorsque deux nombres ou plus sont multipliés ensemble à l'intérieur de parenthèses et qu'un exposant se trouve à l'extérieur de la parenthèse, l'exposant est appliqué à chacun des nombres de la multiplication lorsqu'on enlève la parenthèse.

Exemple

$(4 \times 3)^2 = 4^2 \times 3^2$

La **loi de puissance d'une puissance**
Lorsqu'un exposant se trouve à l'intérieur d'une parenthèse contenant la base et qu'un autre exposant se trouve à l'extérieur de la parenthèse, la base reste la même mais les exposants sont multipliés lorsqu'on enlève la parenthèse.

Exemple

$(4^3)^2 = 4^{3\times 2} = 4^6$

La **loi de la puissance d'un quotient**
Lorsque deux nombres sont exprimés sous forme d'un quotient à l'intérieur de parenthèses et qu'un exposant se trouve à l'extérieur de la parenthèse, l'exposant est appliqué à chacun des nombres de ce quotient lorsqu'on enlève la parenthèse.

Exemple

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3}$$

La **loi de l'exposant zéro**
La valeur d'un nombre élevé à une puissance de 0 est 1, peu importe la base.

Exemples

$16^0 = 1 \qquad 2^0 = 1$

La **loi du produit de puissances**
Lors du produit de puissances ayant une même base, on additionne les exposants pour l'appliquer à cette base.

Exemple

$4^6 \times 4^4 = 4^{6+4} = 4^{10}$

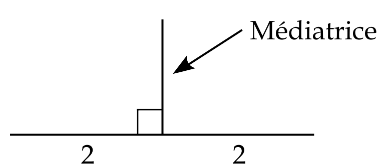
La **loi du quotient de puissances**
Lors du quotient de puissances ayant une même base, on soustrait les exposants pour l'appliquer à cette base.

Exemple

$4^6 \div 4^4 = 4^{6-4} = 4^2$

Une **médiatrice**
Droite qui coupe un segment de droite en son milieu en formant un angle de 90° (perpendiculaire).

Exemple

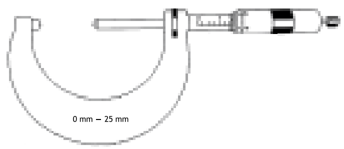


Méga (M)
Préfixe métrique équivalent à une multiplication par un facteur de 10^6 (1 000 000).

Micro (μ)
Préfixe métrique équivalent à une multiplication par un facteur de 10^{-6} ou à une division par 1 000 000.

Un **micromètre**
Instrument de précision utilisé pour prendre des mesures au millième de centimètre.

Exemple



Milli (m)
Préfixe métrique équivalent à une multiplication par un facteur de 10^{-3} ou à une division par 1 000.

Un **monôme**
Expression algébrique qui ne contient qu'un seul terme.

Multiple
Produit d'un certain nombre avec un autre entier.

Nano (n)
Préfixe métrique équivalent à une multiplication par un facteur de 10^{-9} ou à une division par 1 000 000 000.

Un **nombre composé**
Nombre naturel qui est supérieur à 1 et qui a plus de deux diviseurs entiers distincts.

Les **nombres entiers (entiers relatifs) (Z)** (un)
Tous les nombres négatifs et positifs qui ne possèdent aucune partie fractionnaires; le nombre 0 est un nombre entier.
Z = {... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

Un **nombre fractionnaire**
Nombre plus grand que 1 et exprimé sous forme de nombre entier accompagné d'une fraction.

Exemple

$4\frac{5}{6}$

Les **nombres irrationnels (Q')** (un)
Tous les nombres que l'on ne peut pas écrire sous forme de rapport (fraction); s'ils sont écrits sous forme décimale, la partie décimale est une suite illimitée et n'est pas périodique.

Exemples
π, $\sqrt{2}$

Les **nombres naturels (N)** (un)
Tous les nombres que l'on utilise pour compter, y inclut zéro.

N = {0, 1, 2, 3, …}

Les **nombres naturels strictement positifs (N*)** (un)
Tous les nombres que l'on utilise pour compter, sauf zéro.

N = {1, 2, 3, ...}

Un **nombre négatif**
Un nombre plus petit que zéro qui est situé soit à gauche du 0 sur une droite numérique horizontale, soit au dessous du 0 sur une droite numérique verticale.

Un **nombre positif**
Un nombre plus grand que zéro qui est situé soit à droite du 0 sur une droite numérique horizontale, soit au dessus du 0 sur une droite numérique verticale.

Un **nombre premier**
Nombre naturel qui est supérieur à 1 et qui a exactement deux diviseurs entiers distincts, 1 et lui-même (1 n'est pas un nombre premier).

Un **nombre radical ou Radical**
N'importe quel nombre écrit en utilisant le symbole $\left(\sqrt{\ }\right)$; un nombre radical est plus précis que son équivalent décimal.

Un **nombre radical composé (Radical composé)**
Un nombre écrit sous la forme du produit d'un nombre et d'un radical

Exemple
$3\sqrt{3}$

Un **nombre radical entier (Radical entier)**
Un radical qui comporte uniquement le symbole d'un radical, un radicande et un indice (exprimé ou non).

Exemples

$\sqrt[5]{32}$ $\sqrt{14}$

Les **nombres rationnels (Q)** (un)
Tous les nombres pouvant être écrits sous forme de quotient de deux nombres entiers *a* et *b* avec *b* différent de 0.

Exemples

$\frac{1}{2}, \frac{5}{3}, -\frac{12}{7}, \frac{4}{1}$

Les **nombres réels (R)** (un)
Tous les nombres; tous les nombres rationnels et irrationnels.

La **notation fonctionnelle**
Notation pour représenter une fonction, $y = f(x)$.

La **notation scientifique**
Représentation d'un nombre sous la forme $a \times 10^n$, avec *a* étant un nombre décimal compris entre 1 et 10 et l'exposant *n* étant un nombre entier; *a* peut être également négatif et donc compris entre –1 et –10.

Exemple

La notation scientifique de 42 500 est $4{,}25 \times 10^4$

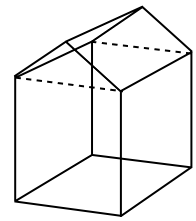
Un **numérateur**
Nombre qui se trouve en haut du trait de fraction et qui indique en combien de parties équivalentes les parts ont été divisées.

Exemple

$\frac{2}{3}$ ⟵ Le numérateur est 2

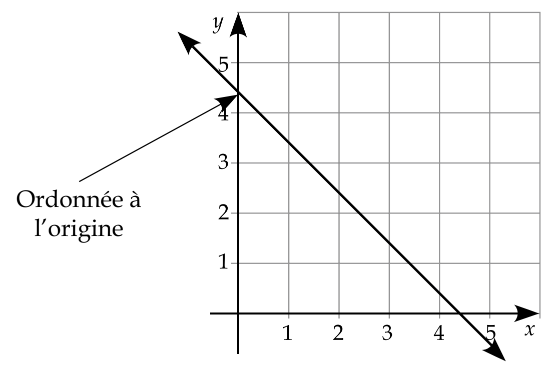
Un **objet composé**
Objet constitué de plusieurs objets à 3 dimensions.

Exemple



L'**ordonnée à l'origine**
Point où la droite croise l'axe vertical; $x = 0$.

Exemple



L' **ordre (priorité) des opérations** (un)
Ordre selon lequel on doit opérer lorsqu'on cherche la valeur d'une suite d'opérations. Une expression arithmétique est évaluée en suivant dans l'ordre les étapes suivantes :

1. Simplifier tout ce qui se trouve à l'intérieur de parenthèses ou de crochets, en commençant par ce qui se trouve le plus à l'intérieur de l'expression.
2. Appliquer tous les exposants y compris les racines.
3. Effectuer toutes les multiplications et divisions, dans l'ordre, de la gauche vers la droite.
4. Effectuer toutes les additions et les soustractions, dans l'ordre, de la gauche vers la droite.

Voir **PEDMAS**

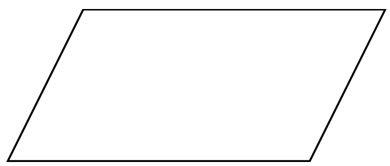
Parallèle

Deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont équidistantes l'une de l'autre; elles ne se croiseront jamais et la distance entre elles ne deviendra ni plus petite ni plus grande. Des segments, des faces ou des côtés peuvent être parallèles.

Un **parallélogramme**

Quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux ; les 4 angles ne sont pas nécessairement des angles de 90°.

Exemple



PEDMAS

Acronyme (Parenthèses, Exposants, Division, Multiplication, Addition et Soustraction) indiquant l'ordre selon lequel doit s'effectuer la priorité des opérations de la gauche vers la droite. Voir **Ordre des opérations**

Une **pente (*m*)**

Rapport de la variation verticale (variation des ordonnées) à la variation horizontale (variation des abscisses)

$$m = \frac{\text{Élévation}}{\text{Course}} = \frac{\text{Variation des ordonnées}}{\text{Variation des abscisses}}$$

La **pente des droites parallèles**

Des droites parallèles ont la même pente.

Exemple

Si les droites d_1 et d_2 sont parallèles et que la pente de d_1 est 3, alors la pente de d_2 est 3.

La **pente de droites perpendiculaires**

Des droites perpendiculaires sont l'inverse l'une de l'autre et sont de signe opposé.

Exemple

Si les droites d_1 et d_2 sont perpendiculaires et que la pente de d_1 est 4, alors la pente de d_2 est $-\frac{1}{4}$.

La **pente d'une droite horizontale**

La pente d'une droite horizontale est toujours 0 ($m = 0$).

La **pente d'une droite verticale**

La pente d'une droite verticale est indéfinie.

Un **périmètre**

Longueur de la frontière d'une figure géométrique plane fermée.

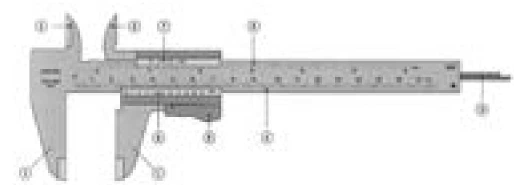
Perpendiculaire

Se dit de deux droites qui se coupent à angle droit (90°).

Le **pied à coulisse Vernier**

Instrument de précision utilisé pour prendre des mesures au centième de centimètre.

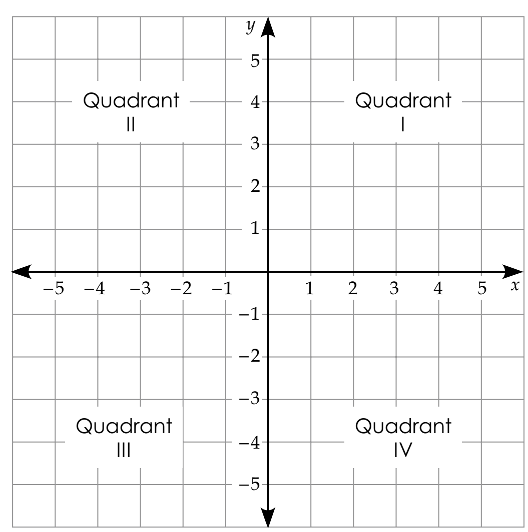
Exemple



Le **plan cartésien**

Grille constituée d'axes perpendiculaires, généralement x et y, utilisée pour placer des points ou tracer des graphiques.

Exemple



Le **plus grand facteur (diviseur) commun (PGFC)**

Le plus grand des facteurs communs à 2 ou plus nombres

Exemple

6 est le le PGFC de 18 et 24

Plus grand ou égal à, ≥

Symbole utilisé pour indiquer qu'une valeur, une variable ou une expression est plus grande ou égale à une autre valeur, une autre variable ou une autre expression.

Plus grand que, >

Symbole utilisé pour indiquer qu'une valeur, une variable ou une expression est strictement plus grande à une autre valeur, une autre variable ou une autre expression.

Le **plus petit commun multiple (PPCM)**

Le plus petit des multiples (différent de zéro) commun à 2 nombres ou plus.

Exemple

Le PPCM de 20 et 25 est 100

Plus petit ou égal à, ≤

Symbole utilisé pour indiquer qu'une valeur, une variable ou une expression est plus petite ou égale à une autre valeur, une autre variable ou une autre expression.

Plus petit que, <

Symbole utilisé pour indiquer qu'une valeur, une variable ou une expression est strictement plus petite qu'une autre valeur, une autre variable ou une autre expression.

Un **point d'intersection**

Point où deux droites se croisent.

Un **point milieu**

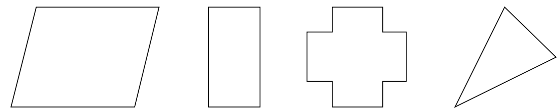
Point se situant exactement au milieu d'un segment.

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Un **polygone**

Figure plane fermée à 2 dimensions constituées de trois ou plusieurs lignes.

Exemples



Un **polynôme**

Expression mathématiques comprenant plusieurs termes; un polynôme est une somme de monômes.

Un **polynôme premier**

Polynôme qui ne peut pas être décomposé en facteurs.

La **position des dizaines**

Les dizaines correspondent au deuxième chiffre à gauche de la virgule décimale. Une dizaine est un groupe de dix (10) unités dans le système décimal de numération.

Exemple

Soit le nombre 4 372, 519; le chiffre 7 est à la position des dizaines

La **position des dixièmes**

Les dixièmes correspondent au premier chiffre à droite de la virgule décimale. Il y a dix (10) dixièmes dans une unité dans le système décimal de numération.

Exemple

Soit le nombre 4 372, 519; le chiffre 5 est à la position des dixièmes

La **position des centaines**

Les centaines correspondent au troisième chiffre à gauche de la virgule décimale. Une centaine est un groupe de cent (100) unités dans le système décimal de numération.

Exemple

Soit le nombre 4 372, 519; le chiffre 3 est à la position des centaines

La **position des centièmes**

Les centièmes correspondent au deuxième chiffre à droite de la virgule décimale. Il y a cent (100) centièmes dans une unité dans le système décimal de numération.

Exemple

Soit le nombre 4 372, 519; le chiffre 1 est à la position des centièmes

La **position des milliers**

Les milliers correspondent au quatrième chiffre à gauche de la virgule décimale. Un millier est un groupe de mille (1 000) unités dans le système décimal de numération.

Exemple

Soit le nombre 4 372, 519; le chiffre 4 est à la position des milliers

La **position des millièmes**

Les millièmes correspondent au troisième chiffre à droite de la virgule décimale. Il y a mille (1 000) millièmes dans une unité dans le système décimal de numération.

Exemple

Soit le nombre 4 372, 519; le chiffre 9 est à la position des millièmes

Un **pourcentage (%)**

Rapport dont le second terme est 100; la notation % signifie « divisé par 100 »; 40 % et $\frac{40}{100}$ expriment toutes les deux des pourcentages.

Exemple

Si 50 % des personnes portent des lunettes, cela signifie que sur 100 personnes, 50 portent des lunettes

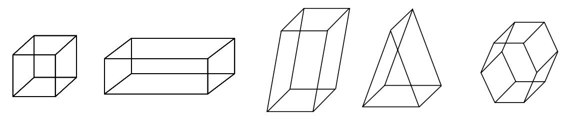
Une **précision**

Qualité qui détermine jusqu'à quel point une mesure ou un calcul est proche de la véritable valeur.

Un **prisme**

Objet à 3 dimensions limité par deux polygones parallèles et congruents, appelés les bases du prisme, et joints par des parallélogrammes.

Exemples



Une **proportion**

Égalité entre deux rapports.

Exemple

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

La **propriété distributive de la multiplication ou la propriété de distributivité de la multiplication**

Propriété qui s'applique lors de la multiplication de polynômes.

Exemple

$$a(b + c) = ab + ac$$

Une **puissance**

La puissance d'un nombre est le produit de plusieurs facteurs de ce nombre.

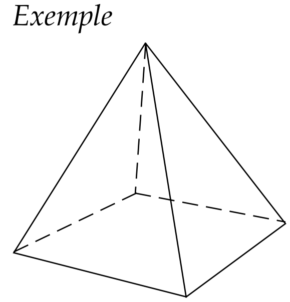
Exemple

Puisque $4^2 = 16$, 16 est la deuxième puissance de 4

Une **pyramide**

Un polyèdre dont la base est un polygone et dont les faces latérales sont des triangles partageant tous le même sommet.

Exemple



Une **racine carrée** $\left(\sqrt{\ }\right)$
Nombre, qui multiplié par lui-même, donne un carré parfait.

Exemple

4 est la racine carrée de 16 ou $\sqrt{16} = 4$

Une **racine cubique** $\sqrt[3]{\ }$
Nombre, qui multiplié par lui-même trois fois, donne un cube parfait.

Exemple

$\sqrt[3]{64} = 4$

Un **radicande**
Nombre qui se trouve sous le signe de racine carrée ou de racine cubique.

Exemple

Dans $\sqrt{2}$, 2 est le radicande.

Un **rapport**
Comparaison de deux nombres ou quantités.

Un **rapport de conversion**
Rapport comparant des unités différentes mais qui sont équivalentes

$$\frac{\text{Nouvelle unité}}{\text{Vielle unité}}$$

Exemple

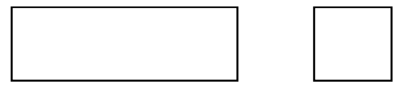
Pour changer des centimètres (vielle unité) en mètres (nouvelle unité), le rapport serait $\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}}$

Un **rapport trigonométrique inverse**
Opération mathématique permettant de trouver la mesure d'un angle si on connait la valeur du rapport trigonométirque.

Un **rayon**
Segment de droite joignant le centre du cercle à un point du cercle.

Un **rectangle**
Une figure plane à 4 côtés ayant 4 angles droits (90°) et dont les côtés opposés sont congruents (égaux).
Un rectangle est également un parallélogramme ayant 4 angles droits.

Exemples



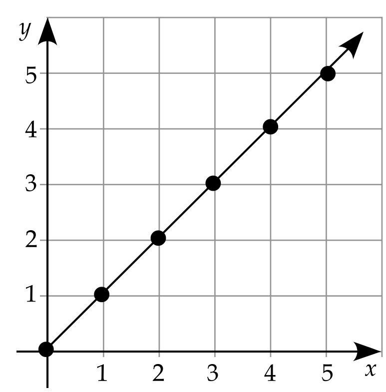
Un **référent**
Objet qui peut être utilisé pour estimer une mesure.

Une **régularité (croissante ou répétitive)**
Phénomène qu'on rencontre dans un arrangement de figures ou de nombres lorsqu'un terme de cet arrangement peut être déduit à partir d'une règle.
Les mots « motif » et « patron » sont également utilisés.

Une **relation**
Énoncé mathématique qui décrit un lien entre divers objets; elle peut être écrite sous forme d'un ensemble de points démontrant la relation entre deux variables.

Une **relation linéaire**
Relation entre deux variables dont la représentation sur un graphique est une droite.

Exemple



Résoudre
Trouver la réponse à une équation ou un problème; trouver la valeur d'une variable.

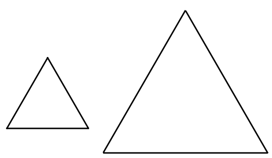
Une **révolution**
Une rotation de 360°.

Semblable, similaire

- Termes ayant la ou les même(s) variable(s) et les mêmes exposants.
- Figures ayant la même forme et des côtés proportionnels

Exemples

$6x^2$ et $3x^2$ sont des termes semblables



Les deux triangles sont des triangles semblables

Simplifier
Combiner des termes semblables pour trouver une autre expression ou équation plus simple.

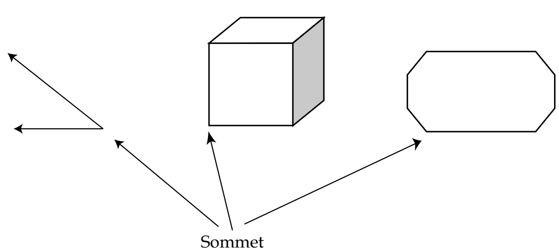
Le **sinus**
Rapport du côté opposé à l'angle θ et de l'hypoténuse.

$$\sin \theta = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

La **somme des angles**
La somme des mesures des angles d'un triangle est 180°.
(angle 1 + angle 2 + angle 3 = 180º)

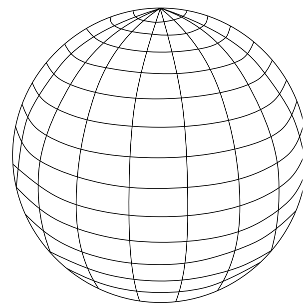
Un **sommet**
Point de rencontre des deux côtés d'un angle, de deux arêtes d'un polygone (2D) ou de trois faces d'un objet (3D).

Exemples



Une **sphère**
Un objet 3D d'un ensemble de points équidistants d'un point fixe nommé centre.

Exemple



Un **système d'équations linéaires**
Un système composé d'au moins deux équations linéaires ayant les mêmes variables; la solution du système est un point ou un ensemble de points qui vérifient chacune des équations.

Un **système d'équation linéaires cohérent**
Un système qui possède au moins une solution; il peut s'agir d'un système indépendant ou indéterminé.

Un **système d'équations linéaires dépendant**
Un système d'équations où les équations sont équivalentes et qui admet une infinité de solutions. Les droites se superposent lorsqu'on en trace un graphique.

Un **système d'équations linéaires incohérent**
Un système qui ne possède aucune solution. Lorsqu'on trace un graphique, les droites sont parallèles et ne se croisent pas.

Un **système d'équations linéaires indépendant**
Un système qui ne possède qu'une seule solution. Lorsqu'on trace un graphique, les droites ne sont pas parallèles et se croisent en un seul point.

Le **système impérial**
Système de mesure utilisé aux États-Unis et quelquefois au Canada et en Grande-Bretagne qui utilise les pieds, les verges, les livres et les gallons.

Le **système international (SI)**
Système de mesure basé sur des multiples de 10 utilisé universellement dans le monde entier. Voir **Système métrique**.

Le **système métrique**
Système de mesure basé sur des multiples de 10 utilisé universellement dans le monde entier. Voir **Système international**.

Une **table de valeurs**
Une liste organisée de valeurs démontrant la relation qui existe entre deux variables.

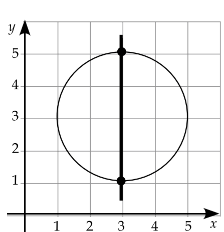
La **tangente**

- Droite qui touche le cercle en un seul point.
- Rapport du côté adjacent à l'angle θ au côté opposé à l'angle θ.

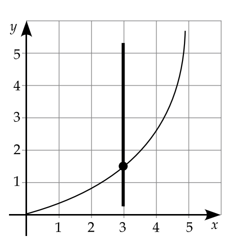
$$\tan\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

Le **test de la droite verticale**
Test consistant à tracer une droite verticale sur le graphique d'une relation afin de vérifier s'il s'agit d'une fonction. S'il y a deux points d'intersection ou plus, la relation n'est pas une fonction.

Exemple



Pas une fonction



Une fonction

Un **terme**
Variable, coefficient numérique ou constante dans une expression polynomiale; les termes dans une expression sont séparés par le symbole d'addition ou de soustraction.

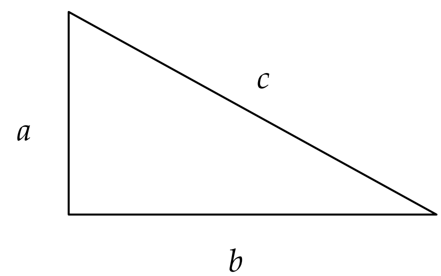
Les **termes semblables**
Deux ou plusieurs termes ayant la (les) même(s) variable(s) et les mêmes exposants.

Exemple

$6x^2$ et $3x^2$ sont des termes semblables

Le **théorème de Pythagore**
Dans un triangle rectangle ABC, la somme des aires des carrés formés par les deux plus petits côtés (a et b) est égale à l'aire du carré formé par l'hypoténuse (c).

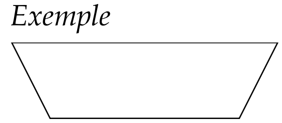
$a^2 + b^2 = c^2$



Un **titre**
Nom donné à un graphique pour indiquer son contenu.

Un **trapèze**
Quadrilatère qui possède au moins une paire de côtés parallèles.

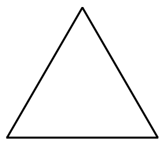
Exemple



Un **triangle**

Polygone à 3 côtés. Les côtés et les angles ainsi formés ne sont pas nécessairement égaux.

Exemple



Des **triangles semblables**

Deux triangles sont semblables si l'un est un agrandissement ou une réduction de l'autre. Les longueurs des côtés correspondants sont proportionnels et les angles correspondants sont égaux.

La **trigonométrie**

Branche des mathématiques qui étudie les relations entre les angles et les côtés d'un triangle et leurs applications à différents problèmes.

Un **trinôme**

Un polynôme de trois termes.

Un **trinôme carré parfait**

Trinôme formé en élévant au carré un binôme.

Exemple

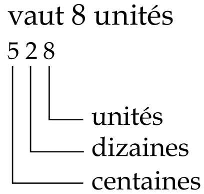
$x^2 + 8x + 16$ est un trinôme carré parfait parce qu'il est le carré de $(x + 4)^2$

La **valeur de position**

Valeur d'un chiffre dans un nombre d'après la position qu'il occupe dans ce nombre.

Exemple

Dans le nombre 528, le chiffre 5 vaut 5 centaines ou 500 car il occupe la position des centaines, le chiffre 2 vaut 2 dizaines ou 20 car il occupe la position des dizaines et le chiffre 8 vaut 8 unités



Une **variable**

Lettre ou symbole (x, y, n, θ) qui représente une valeur inconnue.

Une **variable dépendante**

Nom donné à une variable qui est affectée par une autre variable. La variable dépendante se trouve sur l'axe vertical ou l'axe des ordonnées ou l'axe des y lorsqu'on trace un graphique.

Une **variable indépendante**

Nom donné à une variable qui n'est pas affectée par une autre variable. Se trouve sur l'axe horizontal, l'axe des abscisses ou l'axe des x lorsqu'on trace un graphique.

Le **volume**

Mesure de l'espace à trois dimensions occupé par un solide.

Notes

Grade 10 Introduction to Applied and Pre-Calculus Mathematics (20S)

Appendix A: Glossary

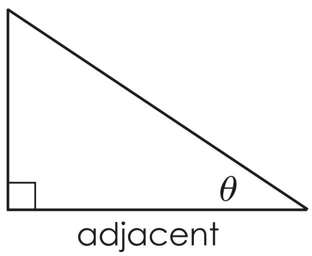
Appendix A: Glossary

accurate
How close a measurement or calculation is to the actual value.

acute
An angle less than 90°.

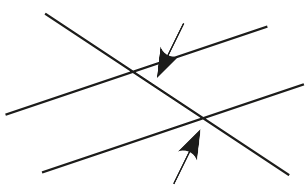
adjacent side
The side of a right triangle beside the angle (θ°)—not the hypotenuse.

Example



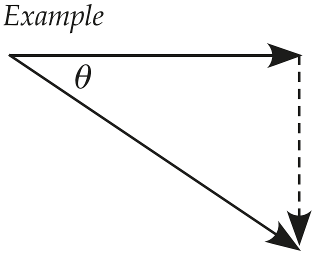
alternate angles
Angles that are opposite each other where a transversal intersects a line are equal.

Example



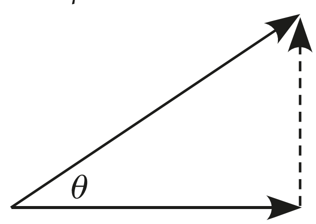
angle of depression
The angle formed between your natural line of sight (a horizontal line) and your downward line of sight.

Example



angle of elevation
The angle created between your natural line of sight (a horizontal line) and your elevated line of sight.

Example



area
The space taken up by a 2-D object.

base
The number being multiplied together with itself in a power (4 is the base in 4^3).

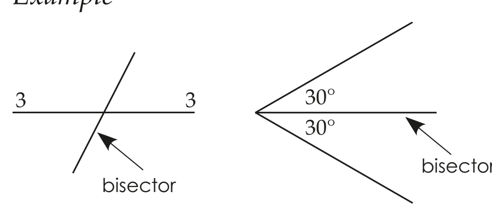
BEDMAS (Brackets, Exponents, Division, Multiplication, Addition, Subtraction)
Division and Multiplication (and Addition and Subtraction) are to be completed in the order in which they appear from left to right in the expression or equation (see **order of operations**).

binomial
A polynomial with two terms.

bisect
To cut into two equal parts.

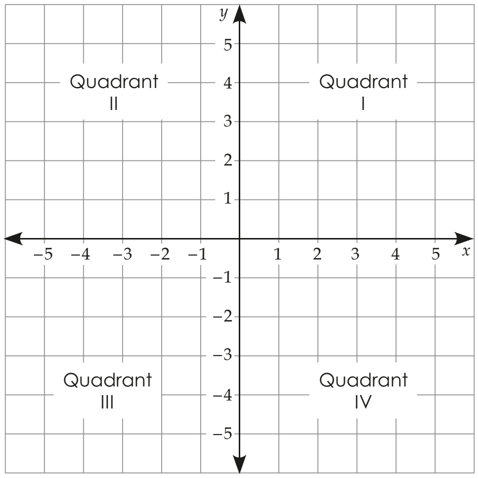
bisector
A line that divides an angle or another line into two equal parts.

Example



Cartesian plane
The grid used to plot data and graphs.

Example



centi (c)
A metric prefix; multiplication factor = $10^{-2} = 0.01$.

circle
A shape with 1 edge (circumference) that curves around a centre point.

circumference
The distance around the edge of a circle (also known as the perimeter).

coefficient
The number multiplying the variable(s) in a term (e.g., 7 is the coefficient of $7x^3$).

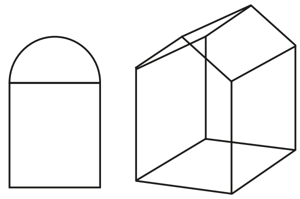
common denominator
Two or more fractions that have the same number in the denominator.

complementary angles
Two angles that add up to 90°.

composite number
An integer greater than 1 that has *more than* two factors (not just one and itself).

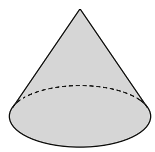
composite object
An object made up of more than one 2-D or 3-D shape.

Example



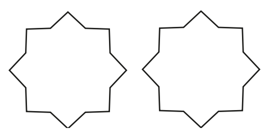
cone
A geometric figure with a flat (plane) base and a curved surface (curved face).

Example



congruent
Alike in every respect, but are separate. Think of identical twins, who are separate people but look exactly the same.

Example



consistent system of equations
A system that has at least one solution (independent and dependent systems).

constant
A term in an expression that has no variables (it is either a number or a symbol that represents a number, such as π).

continuous data
Data that is connected by a line on a line graph (e.g., a graph of height vs age is considered continuous data).

conversion ratio

The ratio comparing different units that are equivalent.

$$\frac{\text{new units}}{\text{old units}}$$

Example

To change from centimetres to metres, the ratio would be $\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}$.

convert

To change the form but not the amount of a measurement or value.

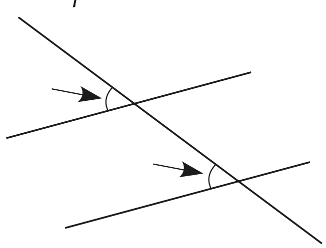
correlation (*r*)

The relationship between the x-variable and y-variable; it can be either positive or negative, either strong or weak; values range from –1 to 1.

corresponding angles

Angles formed by a transversal that are equal; these angles line up when you 'slide' one along the transversal to the other.

Example



cosine ratio

The ratio relating the adjacent side and the hypotenuse to the angle ($\theta°$).

$$\cos\theta = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}}$$

cube root

The number (factor) that, when multiplied with itself 3 times, produces the given cube.

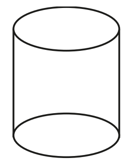
Example

$\sqrt[3]{64} = 4$

cylinder

A prism with parallel faces that are circles.

Example



data

Information that is collected; usually numerical, organized in charts and displayed by graphs.

deci (d)

A metric prefix; multiplication factor = $10^{-1} = 0.1$.

decimal

A fractional number written in base ten form; a mixed decimal number has a whole number part as well (e.g., 0.32 is a decimal number and 3.5 is a mixed decimal number).

degree

The sum of the exponents in a term or the largest exponent in an expression.

Examples

- x^2 would be a term with a degree of 2
- y would be the same as y^1, so the degree is 1
- xy is the same as x^1y^1, so the degree for this term would be the sum of the exponents, or 2
- $3n^4 - n^2 - 5$: the degree of the polynomial is from the term with the highest degree (this expression would be degree 4)

deca (da)

A metric prefix; multiplication factor = $10^1 = 10$.

denominator
The number below the line in a fraction that can state the total number of items, or the number of equal pieces that something is divided into.

Example

$\frac{2}{3} \longleftarrow$ denominator

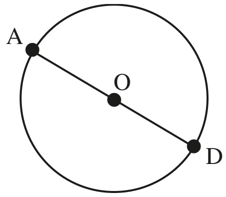
dependent system of equations
A system that has infinite solutions; these equations all represent the same line, they lie on top of each other.

dependent variable
An item being compared to another item, that is affected by the other item; graphed on the vertical or y-axis.

diameter
A chord that passes through the centre of the circle.

Example

AD is the diameter.



difference of squares principle
When you multiply two binomials that are exactly the same except for their signs, the product is also a binomial; the first term is the product for the first terms, and the second term is the product of the second terms (e.g., $(m + 2)(m - 2) = m^2 - 4$).

dimensions
Measurements of a figure (length, width, height, radius, etc.).

distance formula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

distributive property of multiplication
$a * (b + c) = ab + ac$

Example

$a(b + c) = ab + ac$

domain
All the x-coordinate values that are possible or reasonable for the independent variable, graphed along the x-axis.

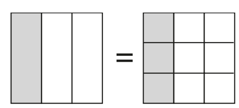
element of
The symbol, $\in$, is used to denote element of.

equation
A math sentence that states that two things are equal.

equivalent fractions
Fractions that represent the same amount.

Example

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$



estimate
To find the approximate value.

evaluate
To find the value of an expression.

exponent
The number of times a number is multiplied together in a power (3 is the exponent in 4^3).

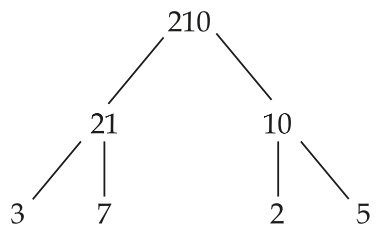
expression
One side of an equation; does not contain an equal sign or greater than/less than symbol.

extrapolation
To calculate values that are outside of the range of data.

factor
A number that, when multiplied by another number, gives a specific product (8 is a factor of 24 because $8 \times 3 = 24$).

factor tree
A tool used to find the prime factors of a number.

Example

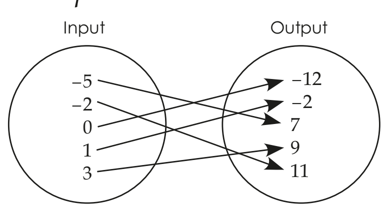


formula of a line
(slope-intercept form) $y = mx + b$
(general form) $Ax + By + C = 0$
(point-slope form) $y - y_1 = m(x - x_1)$

fraction
A number that represents part of a whole that looks like $\frac{a}{b}$.

function ($f(x) = y$)
A relation that has a unique y-value for each x-value.

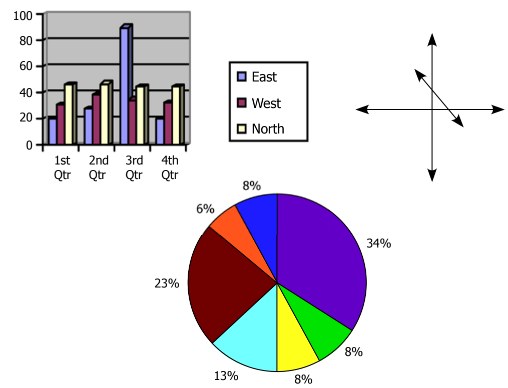
Example



geometry
The study of the position, size, and shape of figures.

graph
A visual representation used to show a relationship between data.

Example



greater than
The symbol, >, is used to show greater than.

greater than or equal to
The symbol, ≥, is used to show greater than or equal to.

greatest common factor (GCF)
The largest number that is a factor of two or more numbers (e.g., 6 is the GCF of 18 and 24).

hecto (h)
A metric prefix; multiplication factor = $10^2 = 100$.

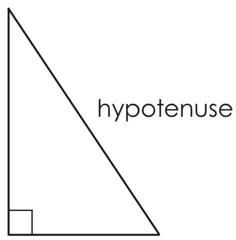
horizontal line slope
The slope is always zero ($m = 0$).

hundreds place
The place value located three places to the left of the decimal point in a number; a digit in the hundreds place has a value of 100 times the value of the digit.

hundredths place
The place value located two places to the right of the decimal point in a number; a digit in the hundredths place has a value of $\frac{1}{100}$ the digit.

hypotenuse
The side of a right triangle across from the right angle; the longest side of a right triangle.

Example



imperial system
The system of measurement used in the US, and sometimes still in Canada and Britain; includes feet, yards, pounds, gallons, and quarts.

improper fraction
A fraction that is larger than 1; the numerator is larger than the denominator $\left(\text{e.g., } \frac{9}{4}\right)$.

inconsistent system of equations
A system that has no solutions; these lines are parallel, they do not cross.

independent system of equations
A system that has one unique solution; these lines are neither parallel nor the same, they intersect at one point.

independent variable
An item being compared to another item, but is unaffected by the other item; graphed on the horizontal or x-axis.

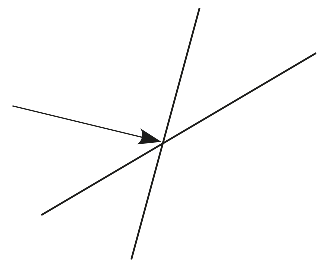
infinity (∞)
Continues forever.

integer number (I or Z)
All whole numbers as well as their negative opposites (zero is not positive or negative so it appears once) {I = … –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 …}.

interpolation
To calculate values between data points.

intersection point
The point where two lines cross.

Example



irrational numbers (Q′)
All numbers that you *cannot* write as a ratio (fraction); if written as a decimal they do not end or repeat (no matter how many decimal places you include) $\left(\text{e.g., } \sqrt{2} \text{ or } \pi\right)$.

kilo (k)
A metric prefix; multiplication factor = $10^3 = 1\ 000$.

less than
The symbol, <, is used to show less than.

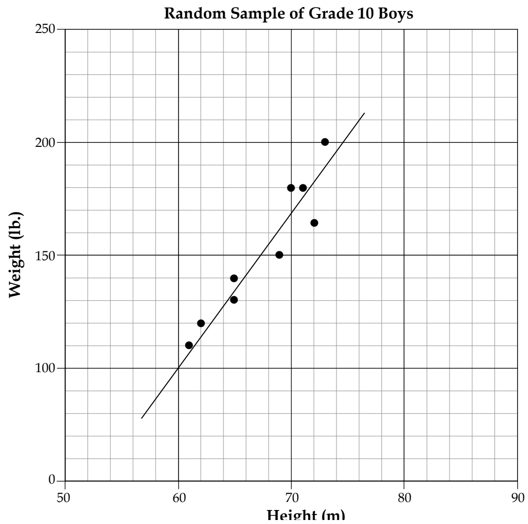
less than or equal to
The symbol, ≤, is used to show less than or equal to.

like terms
Two or more terms which have the same variable(s) with the same exponent(s).

line of best fit

A line drawn on a scatterplot that describes the approximate relationship of the data; not all the points must be on the line, but they should be close.

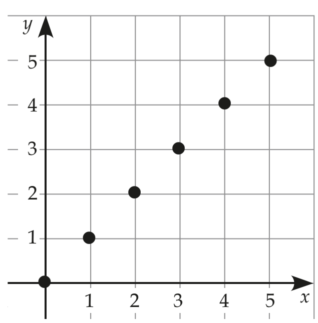
Example



linear relation

A set of data that, when plotted on a graph, looks as though a line could be drawn through it to represent the data.

Example



lowest common multiple (LCM)

The smallest number, greater than 0, that is a multiple of two or more numbers (e.g., the LCM of 20 and 25 is 100).

mega (M)

A metric prefix; multiplication factor = 10^6 = 1 000 000.

metric system

See *Systeme Internationale*.

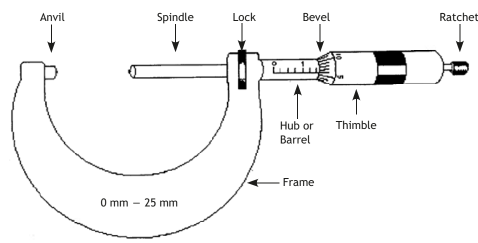
micro (μ)

A metric prefix; multiplication factor = 10^{-6} = 0.000 001.

micrometer

An instrument used to make precise measurements to the nearest thousandth of a centimetre.

Example



midpoint

The point on a line segment halfway between the two endpoints.

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

milli (m)

A metric prefix; multiplication factor = 10^{-3} = 0.001.

mixed number

A number larger than 1, written as a whole number and a proper fraction $\left(\text{e.g., } 4\frac{5}{6}\right)$.

monomial

A polynomial with one term.

multiple

The product of a given number and any other integer.

nano (n)

A metric prefix; multiplication factor = 10^{-9} = 0.000 000 001.

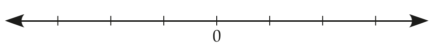
natural numbers (N)
All numbers used to count; they can be represented using objects such as rocks or fingers {N = 1, 2, 3 …}.

negative exponent rule
A number with a negative exponent is equal to the reciprocal of the base $\left(\text{e.g., } \left(\frac{4}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{4}\right)^{5} = \frac{3^5}{4^5}\right)$.

negative number
A number that is less than 0, located to the left of 0 on a horizontal number line, or located below 0 on a vertical number line.

number line
A line marked with points that represent numbers; resembles one axis of a graph.

Example



numerator
The number above the line in a fraction that states the number of parts being considered.

Example

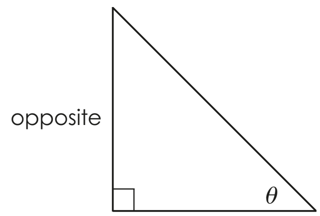
$\frac{2}{3} \longleftarrow$ numerator

numerical coefficient
The value in front of the variable ($-3x^2$, here the numerical coefficient is –3).

obtuse
An angle that is between 90º and 180º.

opposite side
The side of a triangle opposite the angle (θº)—not the hypotenuse.

Example



order of operations
A specified sequence in which mathematical operations are expected to be performed. An arithmetic expression is evaluated by following these ordered steps:

1. Simplify within grouping symbols such as parentheses or brackets, starting with the innermost grouping.
2. Apply exponents—powers and roots.
3. Perform all multiplications and divisions in order from left to right.
4. Perform all additions and subtractions in order from left to right.

ordered pair
Set of two numbers named in a specific order, represented by (x, y); x represents the independent variable, graphed along the x-axis; y represents the dependent variable, graphed along the y-axis; also known as a coordinate pair.

parallel
Lines, faces, or edges that never cross; equidistant (always the same distance between them—they don't get closer together or farther apart).

parallel lines rule
The slopes of parallel lines are congruent.

parallelogram
A 4-sided shape with parallel opposite sides, and 4-angles that do not have to be 90º.

Example

pattern
Something that is predictable because it repeats itself or an operation is repeated over and over.

percent (%)
A number expressed in relation to 100; represented by the symbol % (e.g., 40 parts out of 100 is 40%).

perfect cube
The product of a whole number multiplied with itself 3 times (8 is a perfect cube because $2 \times 2 \times 2 = 8$).

perfect square
The product of a whole number multiplied with itself twice (9 is a perfect square because $3 \times 3 = 9$).

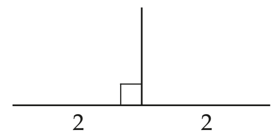
perfect square trinomials
A trinomial that is produced by squaring a binomial (e.g., $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$, so $x^2 + 8x + 16$ is a perfect square trinomial).

perimeter
The distance around the outside of a shape.

perpendicular
Two lines that meet at 90º.

perpendicular bisector
A line that divides another line in two equal parts, and forms a 90º angle with the divided line.

Example



perpendicular lines rule
The slopes of perpendicular lines are the negative reciprocals of each other.

Example

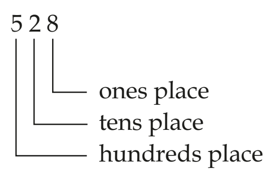
If line 1 and line 2 are perpendicular and the slope of line 1 is $m = 8$;

line 2 = $-\frac{1}{8}$.

place value
The value of a digit in a number based on its position.

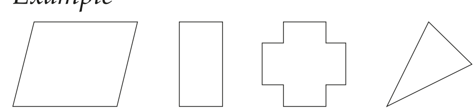
Example

In the number 528, the 5 has a value of 5 hundreds (or 500), the 2 has a value of 2 tens (or 20), and the 8 has a value of 8 ones (or 8).



polygon
A 2-D shape made up of 3 or more straight lines.

Example



polynomial
A mathematical expression with one or more terms.

positive number
Any number greater than 0; located to the right of 0 on a horizontal number line or above 0 on a vertical number line.

power
The product of a number multiplied with itself several times ($3 \times 3 \times 3 = 27$ is described as '3 to the power of 3' or 'the third power of 3').

power of a power rule
When there is an exponent inside and outside the brackets, the base stays the same and the exponents are multiplied together (e.g., $(4^3)^2 = 4^{3\times 2}$).

power of a product rule
When two or more numbers are multiplied together in the brackets and there is an exponent outside the brackets, the exponent can be applied to each number or variable being multiplied (e.g., $(3 * 2)^3 = 3^3 * 2^3$).

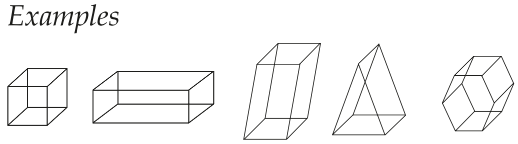
power of a quotient rule
When the base is a quotient, the exponent is applied to the numerator and denominator $\left(\text{e.g., } \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3}\right)$.

prime factorization
To write a number as the product of its prime factors (e.g., 24: $2 \times 2 \times 2 \times 3$).

prime number
An integer *greater than* 1 that has exactly 2 different factors: 1 and itself (one is not a prime number).

prism
A 3-D object that has two congruent (equal) and parallel faces, connected by parallelograms.

Examples

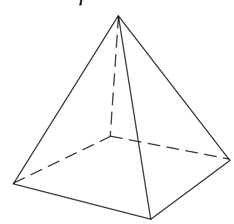


proper fraction
A fraction that is less than 1; the numerator is less than the denominator $\left(\text{e.g., } \frac{5}{8}\right)$.

proportion
Two equal ratios.

pyramid
A polyhedron whose base is a polygon and whose lateral faces are triangles that share a common vertex.

Example



Pythagorean Theorem
In a right triangle, the sum of the areas of the two squares on the legs (a and b) equals the area of the square on the hypotenuse (c).

$a^2 + b^2 = c^2$

quotient of powers rule
When dividing powers with the same base, the coefficients divide and the exponents are subtracted
(e.g., 46 ÷ 44 = 46 – 4 = 42).

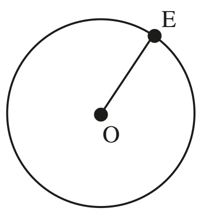
radical numbers
Any number written using the root $\left(\sqrt{\ }\right)$ symbol; they are used instead of their decimal approximation because they are more precise.

radius

A line from the centre of a circle to the edge (circumference) of the circle; half the diameter.

Example

EO is the radius



range

All the y-coordinate values that are possible or reasonable for the dependent variable, graphed along the y-axis.

rate of change

A ratio that compares different units (e.g., kilometres per hour).

ratio

A comparison of two like numbers or quantities.

rational exponent rule

If a number has a rational exponent, it can be rewritten as a radical $\left(6^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{6^2}\right)$.

rational numbers (Q)

All numbers that can be written as a ratio (fraction); this includes decimals that repeat or terminate (end).

ray

Part of a line that has 1 end point and 1 end that goes on forever (marked by an arrow).

real numbers

All numbers that represent a quantity; all rational and irrational numbers.

rectangle

A 4-sided shape that has 4 right angles (90º), and opposite sides are congruent (equal).

Examples

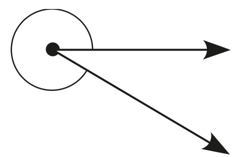
referent

An object that can be used to estimate a measurement.

reflex

An angle between 180º and 360º.

Example



relation

Any set of ordered pairs (x, y) describing the relationship between two variables.

revolution

One whole rotation around the circle (360º).

right angle

An angle that is 90º.

scale

The minimum and maximum numbers on an axis, and the divisions in between (from 0 to 10 marking each number = 0, 1, 2, 3 …; from 0 to 100 marking each multiple of 10 = 0, 10, 20, 30 …).

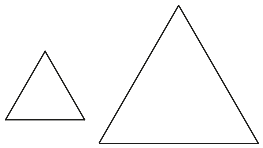
scientific notation

Away to write very large and very small numbers; only one digit is in front of the decimal, and the number is multiplied by a power of 10 (e.g., $4.25 \times 10^4 = 42\,500$).

similar

The same shape, proportional size.

Example



simplify

Combine like terms so that you are left with the simplest form of an equation or expression.

sine ratio

The ratio relating the opposite side and the hypotenuse to the angle (θ^{o}).

$$\sin\theta = \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}}$$

slope (*m*)

Compares how far the line moves vertically (up or down) as it moves horizontally (as it moves to the right).

$$m = \frac{\text{rise}}{\text{run}} = \frac{\text{vertical change}}{\text{horizontal change}}$$

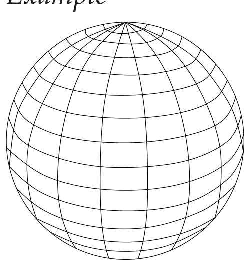
solve

Find the answer to an equation or problem, or to find the value of a variable.

sphere

A 3-D figure with a set of points in space that are the same distance from a fixed point called the centre.

Example



square root $\left(\sqrt{\ }\right)$

A number (factor) that, when multiplied by itself, produces the given square $\left(\sqrt{16} = 4\right)$.

starts at and includes ([)

The left square open bracket is used to indicate "starts at and includes."

starts at but does not include (()

The left curved open bracket is used to indicate "starts at but does not include."

straight angle

An angle of 180^{o}; a straight line.

strong correlation

All or the majority of data points fall on or close to the line of best fit.

such that (|)

The symbol | is used to denote such that.

sum of angles

The sum of the angles in a triangle is 180^{o} (angle 1 + angle 2 + angle 3 = 180^{o}).

supplementary angles

Two angles that add up to 180°.

system of linear equations

A set of two or more linear equations with the same variables; the solution to the system is the set of all ordered pairs that make all the equations true.

Systeme Internationale (SI)

Measurement system based on the multiples of 10; commonly used throughout the world; also known as the metric system.

table of values

An organized list of values that shows the relationship between two variables.

tangent ratio

The ratio relating the opposite and adjacent sides to the angle (θ°).

$$\tan \theta = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}}$$

tens place

The place value located two places to the left of the decimal point; a digit in the tens place has a value of 10 times the value of the digit.

tenths place

The place value located one place to the right of the decimal point; a digit in the tenths place has a value of $\frac{1}{10}$ the value of the digit.

term

Variables, numerical coefficients, or constants in a polynomial expression; separated by addition or subtraction signs.

thousands place

The place value located three places to the right of the decimal point; a digit in the thousands place has a value of 1000 the value of the digit.

thousandths place

The place value located four places to the left of the decimal point in a number; a digit in the thousandths place has a value of $\frac{1}{1000}$ times the value of the digit.

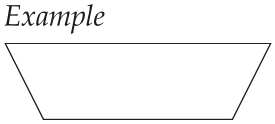
title (graph)

A title indicates what the graph is about.

trapezoid

A 4-sided shape with at least 2 parallel sides.

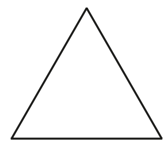
Example



triangle

A 3-sided object with 3 angles; sides and angles can but don't have to be equal.

Example



trinomial

A polynomial with three terms.

trigonometry

The study of triangles.

two-dimensional (2-D)

A figure that only has two measures (a rectangle is 2-D because it is described using only length and width).

up to and including (])

The closed square bracket (]) is used to denote "up to and including."

up to but not including ())

The closed round bracket ()) is used to denote "up to but not including."

variable

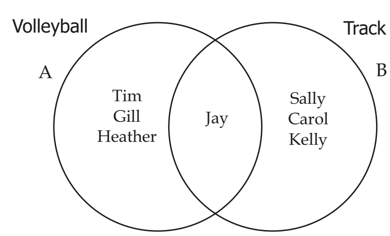
A letter or symbol that represents an unknown value (x, y, n, θ).

Venn diagaram

Diagram that demonstrates relationships among information.

Example

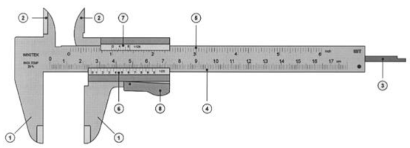
The Venn diagram below shows the students who play volleyball, the students who run track, and the student who plays volleyball and runs track.



Vernier caliper

An instrument used to make precise measurements to the nearest hundredth of a centimetre.

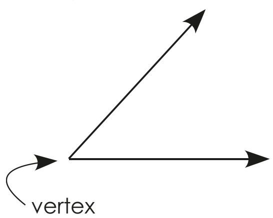
Example



vertex

The point where two rays meet to make an angle.

Example



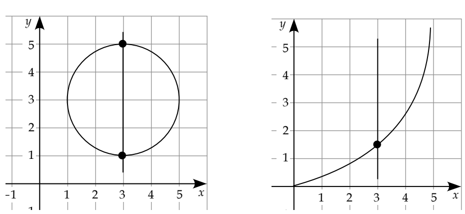
vertical line slope

Vertical lines have an undefined slope.

vertical line test

If a vertical line can be drawn anywhere on a graph and intersect the relation in more than one point, then the relation is not a function.

Examples



not a function   a function

weak correlation

When the data points do not fall near the line of best fit.

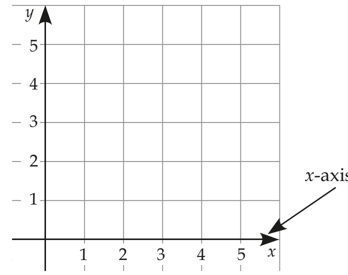
whole numbers (W)

All counting numbers including zero {W = 0, 1, 2, 3 …}.

***x*-axis**

Horizontal line of the Cartesian plane.

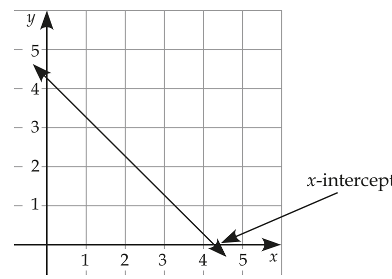
Example



***x*-intercept**

Where the graph crosses the *x*-axis; $y = 0$.

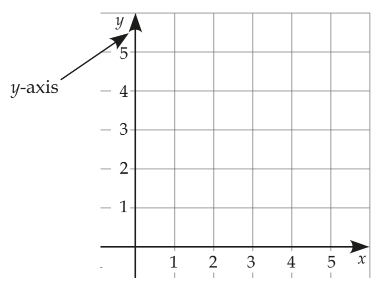
Example



***y*-axis**

Vertical line of the Cartesian plane.

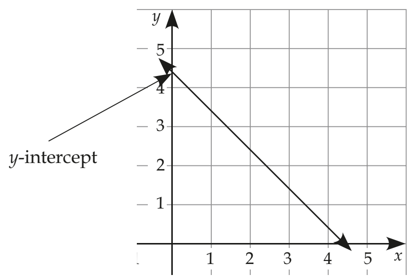
Example



y-intercept

Where the graph crosses the y-axis; $x = 0$.

Example



zero exponent rule

When a number is to the power of 0, it is equal to 1 no matter what the base is.

Notes